

## COMPARAISON DES PERFORMANCES DE PLUSIEURS METHODES DE SEPARATION AVEUGLE DE SOURCES AUX ORDRES SUPERIEURS

*Véronique Capdevielle<sup>1</sup>, Pascal Chevalier<sup>1</sup>, Philippe Calvary<sup>2</sup> et Pierre Comon<sup>3</sup>*

<sup>1</sup> THOMSON-CSF-COMMUNICATIONS, UTTC/TSI, 66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers, France

Tel : (33)-01-46-13-26-98, Fax : (33)-01-46-13-25-55, pascal.chevalier@tcc.thomson.fr

<sup>2</sup> THOMSON-CSF-APPLICATIONS-RADAR, 6 rue Nieuport, 78143 Velizy, France

Fax: (33)-01-30-67-87-85, philippe.calvary@thomson-csf.fr

<sup>3</sup> EURECOM-INSTITUTE, 2229 route des crêtes, BP 193, 06904 Sophia Antipolis Cédex, France

Comon@Eurecom.fr

### ABSTRACT

*Over the last decade, higher order (HO) blind source separation methods have been strongly developed. More recently, some results about the behaviour of some of these methods in the presence of sources typical of the radiocommunications field have been described. The purpose of this paper is to present a comparative overview of the performance of four HO blind source separation methods in both radiocommunications and radar contexts.*

### RESUME

*Depuis une dizaine d'années, les méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs ne cessent de se développer. Plus récemment, un certain nombre de résultats concernant le comportement de certaines de ces méthodes en présence de sources caractéristiques du domaine des radiocommunications ont été décrits. L'objet de ce papier est de présenter une synthèse comparative des performances de quatre de ces méthodes dans des contextes empruntés aussi bien aux radiocommunications qu'au radar.*

### 1. INTRODUCTION

Les méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs (OS) suscitent un intérêt considérable depuis maintenant plus d'une décennie [1-6]. Toutefois, leur développement industriel passe nécessairement par une maîtrise fine de leurs performances dans des situations représentatives des contextes opérationnels. Dans les références [7-9], les performances des séparateurs développés respectivement par Cardoso-Souloumiac (JADE ou Diagonalisation conjointe des matrices propres de la quadricovariance des données blanchies, pondérées par les valeurs propres associées) [4] et par Comon (optimisation d'un contraste correspondant à la somme des carrés des modules des autocumulants des sorties) [5], et notés dans la suite respectivement J2 et C2, ont été évaluées de manière paramétrique dans un grand nombre de situations représentatives du contexte des radiocommunications. Les performances de ces séparateurs s'avèrent équivalentes dans la plupart des cas de figure excepté vis-à-vis de la surestimation du nombre de sources pour laquelle C2 semble supérieur à J2 [9]. Tout récemment [6], Comon et Moreau ont proposé une nouvelle fonction de contraste, correspondant à plus ou moins la somme des autocumulants des sorties, dont l'optimisation peut s'effectuer de manière quasi-analytique, contrairement à la fonction de contraste associée à la méthode C2 (dans le cas complexe). Le séparateur exploitant cette nouvelle fonction de contraste est noté C1 dans la suite. L'analyse paramétrique des performances de la méthode C1 dans des situations représentatives du contexte des radiocommunications est effectuée dans [10].

Le premier objectif du papier consiste à analyser, de

manière paramétrique et pour différentes situations représentatives du contexte des radiocommunications, les performances de la méthode JADE où les matrices propres de la quadricovariance sont pondérées, non plus par les valeurs propres associées, mais par les racines carrées de celles-ci. Cette méthode est notée J1 dans la suite. Dans un second temps, les méthodes J1, J2, C1 et C2 sont comparées sur signaux synthétiques empruntés aux contextes aussi bien des radiocommunications que du radar.

### 2. HYPOTHESES ET FORMULATION DU PROBLEME

On considère une antenne à bande étroite (BE) et à  $N$  capteurs et l'on note  $\mathbf{x}(t)$  le vecteur des enveloppes complexes des signaux reçus par les capteurs. On suppose que chaque capteur reçoit un mélange instantané et bruité de  $P$  sources à BE, centrées, non nécessairement stationnaires et statistiquement indépendantes. Sous ces hypothèses, le vecteur observation  $\mathbf{x}(t)$  s'écrit

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^P m_i(t) \mathbf{a}_i + \mathbf{b}(t) \triangleq \mathbf{A} \mathbf{m}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{b}(t)$  est le vecteur bruit, supposé centré, stationnaire,  $m_i(t)$  et  $\mathbf{a}_i$  correspondent respectivement à l'enveloppe complexe et au vecteur directeur de la source  $i$ ,  $\mathbf{m}(t)$  est le vecteur de composantes les signaux  $m_i(t)$  et  $\mathbf{A}$  est la matrice de dimension  $(N \times P)$  dont les colonnes sont les  $\mathbf{a}_i$ .

Sous les hypothèses précédentes, la matrice de corrélation des observations,  $R_{\mathbf{x}}(t) \triangleq E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^\dagger]$ , s'écrit

$$R_{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^P \pi_i(t) \mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^\dagger + \eta_2 \mathbf{B} \triangleq R_s(t) + \eta_2 \mathbf{B} \quad (2.2)$$

où  $\dagger$  signifie transposé conjugué,  $\eta_2$  est la puissance moyenne du bruit par capteur,  $\mathbf{B}$  est la matrice de cohérence

spatiale du bruit telle que  $\text{Tr}[B] = N$  où le symbole  $\text{Tr}$  désigne la trace,  $\pi_i(t)$  est la puissance instantanée de la source  $i$  que recevrait un capteur omnidirectionnel,  $R_s(t) \triangleq A R_m(t) A^\dagger$  est la matrice de corrélation des sources, où  $R_m(t) \triangleq E[\mathbf{m}(t)\mathbf{m}(t)^\dagger]$ .

De même, les statistiques d'ordre quatre des observations sont caractérisées par la quadricovariance  $Q_x(t)$  dont les éléments,  $Q_x(i, j, k, l)(t) \triangleq \text{Cum}(x_i(t), x_j(t)^*, x_k(t)^*, x_l(t))$ , sont les cumulants d'ordre quatre du vecteur  $\mathbf{x}(t)$  et définie par

$$Q_x(t) = (A \otimes A^*) Q_m(t) (A \otimes A^*)^\dagger + Q_b(t) \quad (2.3)$$

où  $Q_m(t)$  et  $Q_b(t)$  sont les quadricovariances des vecteurs respectivement  $\mathbf{m}(t)$  et  $\mathbf{b}(t)$  et où  $\otimes$  correspond au produit de Kronecker.

Sous les hypothèses précédentes, le problème de séparation de sources posé dans ce papier consiste à mettre en oeuvre, en aveugle, un séparateur Linéaire et Invariant dans le Temps (IT),  $W$ , de dimension  $(N \times P)$ , générant, à chaque instant  $t$ , le vecteur  $\mathbf{y}(t) \triangleq W^\dagger \mathbf{x}(t)$ , de dimension  $P$ , correspondant, à une matrice diagonale  $\Lambda$  et à une matrice de permutation  $\Pi$  près, à une estimée du vecteur  $\mathbf{m}(t)$ .

### 3. SEPARATION AVEUGLE DE SOURCES AUX ORDRES SUPERIEURS

Les séparateurs aveugles aux OS considérés dans ce papier, c'est-à-dire les séparateurs J1, J2, C1 et C2 [4-6], sont des séparateurs indirects dans la mesure où ils visent à séparer les sources reçues, supposées statistiquement indépendantes, à partir d'une étape préalable d'identification en aveugle de leur vecteur directeur, laquelle requiert une étape dite de blanchiment des données dont le but est d'orthonormaliser ces vecteurs directeurs de manière à chercher à les identifier sous forme d'une matrice unitaire  $U$ , plus simple à manipuler. Dès lors, la matrice unitaire  $U$  cherchée optimise, pour les séparateurs considérés dans ce papier, un contraste, dépendant de la méthode choisie, et discuté dans l'introduction.

Si on note  $\mathbf{z}(t)$  le vecteur des observations  $\mathbf{x}(t)$  blanchies, pour des sources stationnaires, les contrastes à optimiser sont fonction des éléments de la quadricovariance,  $Q_z$ , de  $\mathbf{z}(t)$ . Toutefois, pour des sources non stationnaires, fréquemment rencontrées en radiocommunications (modulations numériques) ou en radar (porteuses...), la quadricovariance de  $\mathbf{z}(t)$  dépend du temps et les séparateurs précédents, exploitant les estimateurs classiques des cumulants d'ordre 2 et 4 des observations, visent idéalement à exploiter l'information contenue dans les moyennes temporelles des statistiques des observations [11-12]. En pratique, il est montré et discuté dans les références [11] et [12] qu'en présence de sources non stationnaires et plus particulièrement (quasi)-cyclostationnaires, les estimateurs classiques des cumulants d'ordre 4 des observations ne génèrent qu'une moyenne temporelle apparente de ceux-ci, ne correspondant généralement qu'à une estimée asymptotiquement biaisée de la véritable moyenne temporelle de ces derniers. Ainsi, pour des sources non stationnaires, les contrastes à optimiser par les séparateurs [4-6] sont fonction des éléments de la moyenne temporelle apparente,  $Q_{za}$ , de la quadricovariance de  $\mathbf{z}(t)$ . Bien que l'opération de

moyennage temporel apparent soit susceptible de modifier, dans certains cas, les statistiques des sources non stationnaires et de rendre celles-ci apparemment corrélées à l'ordre 4 [12], dans la plupart des situations pratiques l'impact, sur les performances des séparateurs [4-6], de cette opération reste faible, comme cela est illustré dans les paragraphes suivants. Des conclusions similaires s'appliquent aux séparateurs aveugles aux OS dits *cycliques* [13], lesquels exploitent, pour des sources cyclostationnaires, l'information contenue dans toutes les fréquences cycliques des observations.

## 4. PERFORMANCES DES SEPARATEURS

### J1, J2, C1, C2

#### 4.1 Synthèse

De nombreuses simulations associées à de multiples scénari de sources ont permis de tirer un certain nombre de conclusions quant au comportement des méthodes J1, J2, C1 et C2. Plus précisément, tant que le nombre de sources n'est pas surestimé, que le bruit de fond est Gaussien, qu'aucune des sources n'est Gaussienne et que les sources ont des cumulants de même signe, les méthodes J1, C1, J2 et C2 ont des performances quasi-équivalentes, quelle que soit la nature des sources (radar ou radiocommunications) et quelle que soit la durée d'observation. Sous ces hypothèses, les performances de ces séparateurs aveugles sont analysées et illustrées dans les références [7-9] pour des sources indépendantes, stationnaires ou stationnalisées (échantillonnage des modulations numériques au rythme symbole) et dans la référence [12] pour des sources indépendantes (quasi)-cyclostationnaires. En revanche, dans tous les autres cas de figure, les méthodes J1, C1, J2 et C2 n'ont plus le même comportement, comme cela est montré et illustré dans les paragraphes suivants.

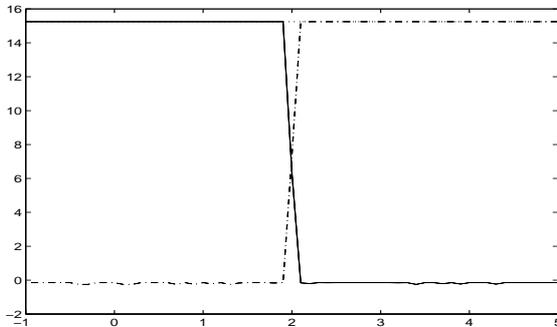
Dans la suite, pour chacune des figures présentées, les performances des 4 séparateurs aveugles ainsi que celles du séparateur optimal [7-8] sont représentées. Le réseau utilisé est un réseau linéaire équiépacé (RLE). Les SINRM (rapport signal sur bruit plus interférences maximal) en sortie de séparation calculés à temps d'observation fini, sont moyennés sur 10 réalisations indépendantes. Enfin, les conventions suivantes sont adoptées pour le tracé des courbes

\_\_\_\_\_ : J1 ; ..... : J2 ; \_\_\_ \_\_\_ : C1 ; \_ . \_ . : C2

#### 4.2 Sources de cumulants de signe contraire

Les performances des méthodes J1, J2 et C2 ne dépendent pas, au premier ordre, du signe des cumulants des sources alors que la méthode C1 en dépend fortement. Plus précisément, en présence de sources d'autocumulants de signe différent, pour une valeur donnée ( $\mu = \pm 1$ ) du facteur multiplicatif de la fonction de contraste C1 et pour un scénario de sources donné, il existe, pour chaque source prise séparément, une valeur de son autocumulant normalisé (ou de sa moyenne temporelle) au dessus ou en dessous de laquelle la séparation de cette source des autres par la méthode C1 échoue. Cette valeur est, en particulier, fonction du SNR des sources, de la valeur de  $\mu$ , du module et du signe des autocumulants normalisés  $c_i$  ( $1 \leq i \leq P$ ) des sources.

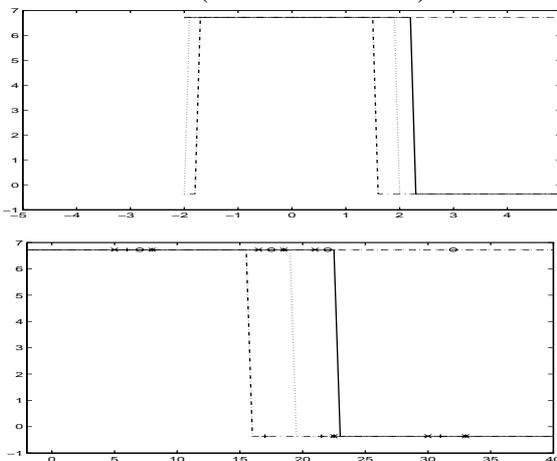
Ce résultat est illustré à la figure 1 qui montre, pour  $P = 2$ ,  $N = 4$  et un bruit Gaussien blanc spatialement la variation du SINRM1 asymptotique [7-8] en sortie de C1 en fonction de  $c_2$ , pour  $c_1 = -2$  et pour des sources de SNR égal à 10 dB. Notons la séparation optimale des sources lorsque  $\mu$  correspond au signe du module maximal des autocumulants. Dans les autres cas, ou lorsque les autocumulants des sources ont même module avec des signes différents, la méthode C1 ne sépare pas les sources.



**Fig.1** - SINRM1 en sortie de C1 en fonction de  $c_2$ ,  $N = 4$ ,  $P = 2$ ,  $SNR = 10$  dB,  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $c_1 = -2$ ,  $\mu = 1$  (solide),  $\mu = -1$  (pointillé)

#### 4.3 Bruit de fond non Gaussien

En présence d'un bruit de fond non Gaussien, les performances des séparateurs J1, J2, C1 et C2 se dégradent très fortement dès que la valeur absolue de l'autocumulant normalisé du bruit dépasse un certain seuil, dépendant de plusieurs paramètres et croissant avec le SNR et l'autocumulant normalisé des sources. Toutefois, les 4 méthodes considérées présentent des robustesses relatives différentes au bruit non Gaussien. En particulier, la méthode C1 semble la plus robuste, suivie de J1, J2 puis enfin C2 qui semble la moins robuste. En outre, la méthode C1 semble très robuste dans le cas de sources de cumulants de signe opposé à celui du bruit. Ces résultats sont illustrés à la figure 2 qui montre l'évolution du SINRM1 asymptotique en sortie des 4 méthodes précédentes en fonction de l'autocumulant normalisé du bruit de fond,  $c_b$ , pour  $P = 2$ ,  $N = 4$  et pour 2 valeurs de l'autocumulant normalisé des sources ( $c = -0.1$  et  $c = -1$ ).

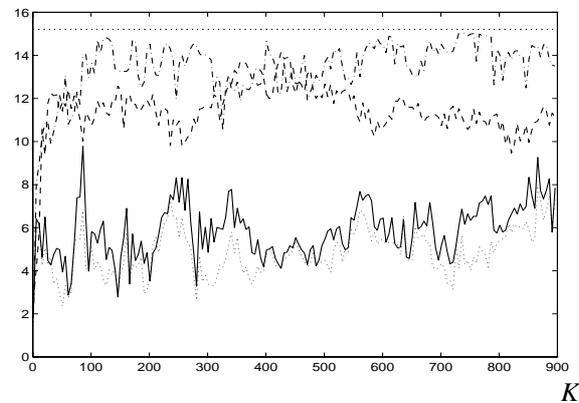


**Fig.2** - SINRM1 en sortie de C1, C2, J1 et J2 en fonction de  $c_b$ ,  $N = 4$ ,  $P = 2$ ,  $SNR = 5$  dB,  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 10^\circ$ ,  $c = -0.1$  (haut),  $c = -1$  (bas)

#### 4.4 Surestimation du nombre de sources

Lorsque le nombre de sources est surestimé, la vitesse de convergence des méthodes J1, J2, C1 et C2 ralentit, ce qui signifie, en d'autres termes, qu'à durée d'observation finie, les performances des 4 méthodes se dégradent par rapport au cas où le nombre de sources est connu exactement. Toutefois, la dégradation des performances n'est pas la même pour toutes les méthodes. En effet, les méthodes JADE (J1 et J2) s'avèrent beaucoup plus sensibles à la surestimation du nombre de sources que les méthodes C1 et C2, cette dernière (C2) semblant la moins altérée alors que la plus altérée semble être la méthode J2.

Ces résultats sont illustrés à la figure 3 qui montre l'évolution du SINRM1 en sortie des 4 méthodes précédentes en fonction du nombre d'échantillons indépendants des sources (suréchantillonnées d'un facteur 10), pour  $P = 2$  sources QPSK,  $N = 4$ , en supposant la présence de 3 sources.



**Fig.3** - SINRM1 en sortie de C1, C2, J1 et J2 en fonction de  $K$ ,  $N = 4$ ,  $P = 2$ ,  $SNR = 10$  dB,  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ , QPSK,  $P$  estimé=3

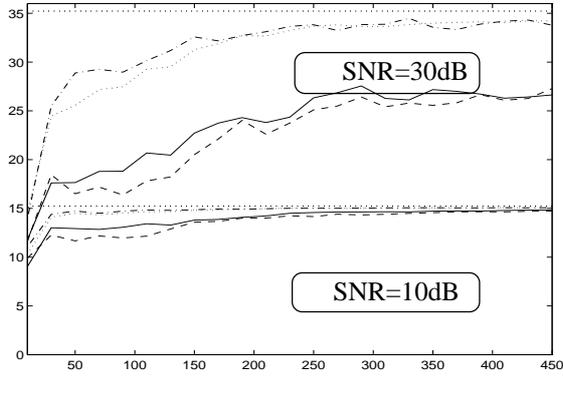
#### 4.5 Présence d'une source Gaussienne

Lorsqu'une des sources présentes est Gaussienne ou quasi-Gaussienne, les méthodes J1 et C1, d'une part, et J2 et C2, d'autre-part, ont des performances pratiquement équivalentes quelle que soit la nature des signaux (radiocommunications ou radar). Toutefois, les performances des méthodes C1 et J1 se dégradent par rapport à celles des méthodes J2 et C2 dès lors que le SNR des sources augmente et que la durée d'observation diminue.

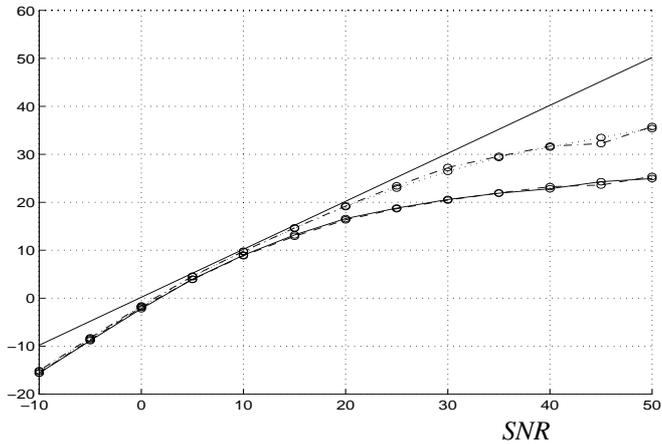
Ces résultats sont illustrés à la figure 4 qui montre l'évolution du SINRM1 en sortie des 4 méthodes précédentes en fonction du nombre d'échantillons indépendants des sources (suréchantillonnées d'un facteur 10), pour  $N = 4$ ,  $P = 2$  sources dont l'une est modulée en QPSK alors que l'autre est Gaussienne et pour deux valeurs du SNR des sources (10 dB et 30 dB). Notons la dégradation des performances des méthodes J1 et C1 par rapport aux méthodes J2 et C2 lorsque le SNR passe de 10 à 30 dB.

Des résultats similaires sont également obtenus dans le contexte d'une application radar comme cela est illustré sur les figures 5 et 6. Ces figures montrent, en présence d'une cible (porteuse pure) de vitesse 80m/s, polluée par un brouilleur (Gaussien et blanc dans sa bande), l'évolution respectivement du SINRM de la cible et de l'écart type

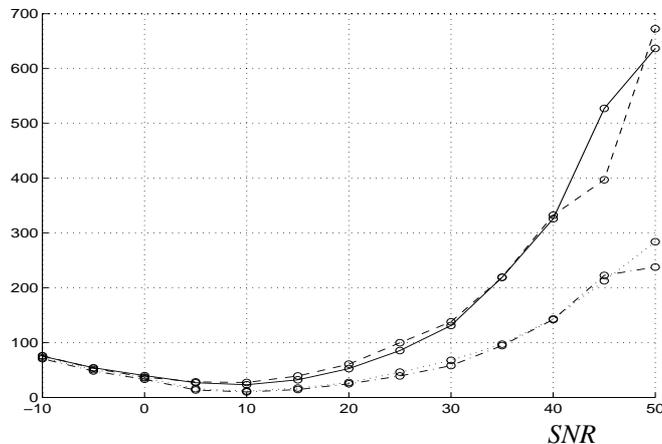
relatif associé (moyennés sur 5000 réalisations), en sortie des 4 séparateurs aveugles, en fonction du SNR de la cible pour  $N = 4, K = 64$  échantillons indépendants du brouilleur et pour un brouilleur de SNR (ou INR pour Interference to Noise Ratio) égal à 40 dB.



**Fig.4-** *SINRM1 en sortie de C1, C2, J1 et J2 en fonction de K, N = 4, P = 2, SNR = 10 et 30 dB,  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 20^\circ$ , source 1 : QPSK, source 2 : Gaussienne*



**Fig.5-** *SINRM de la cible en sortie de C1, C2, J1 et J2 en fonction du SNR, N = 4, P = 2, INR = 40 dB,  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 10^\circ$ , 1 porteuse (80 m/s) + 1 brouilleur Gaussien, K = 64*



**Fig.6-** *Ecart type relatif du SINRM de la cible en fonction du SNR, N = 4, P = 2, INR = 40 dB,  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 10^\circ$ , 1 porteuse (80 m/s) + 1 brouilleur Gaussien, K = 64*

Notons un écart à l'optimalité croissant du SINRM en sortie des méthodes C1, C2, J1 et J2 lorsque le SNR de la cible augmente, résultat déjà décrit dans un contexte de radiocommunications dans [7-9]. En outre, on constate de nouveau la supériorité des méthodes C2 et J2 par rapport aux méthodes J1 et C1 en présence d'une source Gaussienne, supériorité qui s'amenuise lorsque K augmente, le SNR ou le INR diminue ou lorsque la séparation angulaire entre les sources diminue. Pour des SNR compris entre 0 et 20 dB, les performances de C2 et J2 sont quasi-optimales alors que celles des séparateurs J1 et C1 peuvent être jusqu'à 10 dB en dessous des précédentes pour de fortes valeurs de SNR.

**5. CONCLUSION**

L'analyse comparative des performances des méthodes C1, J1, C2 et J2 sur des signaux représentatifs des signaux radar ou de radiocommunications, montre que celles-ci s'avèrent toutes très performantes dans la plupart des cas de figure. Leurs performances diffèrent dans certaines situations clairement identifiées avec un avantage global à la méthode C2, malheureusement très coûteuse à mettre en oeuvre numériquement dans le cas complexe. Les résultats présentés sont importants dans la perspective d'une mise en oeuvre opérationnelle de ces méthodes.

**REFERENCES**

- [1] L. FETY, "Méthodes de traitement d'antenne adaptées aux radiocommunications", *Thèse de Doctorat*, ENST, Juin 1988.
- [2] C. JUTTEN, J. HERAULT, "Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture", *Signal Processing*, Vol 24, pp 1-10, 1991.
- [3] J.L. LACOUME, P. RUIZ, "Separation of independent sources from correlated inputs", *IEEE Trans. on Sign. Proc.*, pp. 3074-3078, Vol 40, N°12, Dec. 1992.
- [4] J.F. CARDOSO, A. SOULOUMIAC, "Blind Beamforming for Non Gaussian Signals", *IEE Proc-F*, Vol 140, N°6, pp 362-370, Dec 1993.
- [5] P. COMON, "Independent Component Analysis", *Signal Processing*, Vol 36, N°3, Special Issue On Higher Order Statistics, pp 287-314, Apr. 1994.
- [6] P. COMON, E. MOREAU, "Improved Contrast dedicated to Blind Separation in Communications", *Proc. ICASSP*, Munich (Germany), pp 3453-3456, Apr. 1997.
- [7] P. CHEVALIER, "Méthodes aveugles de filtrage d'antenne", *Revue d'Electronique et d'Electricité, SEE*, N°3, pp 48-58, Sept 1995.
- [8] P. CHEVALIER, "On the Performance of Higher Order Blind Source Separation Methods", *Proc. IEEE ATHOS Workshop on Higher Order Stat.*, Begur (Spain), pp 30-34, June 1995.
- [9] P. CHEVALIER, "Performances des séparateurs aveugles de sources aux ordres supérieurs", *Proc. 15ème GRETSI*, Juan-les-Pins (France), pp. 297-300, Sept. 1995.
- [10] P. COMON, P. CHEVALIER, V. CAPDEVIELLE, "Performance of Contrast-Based Blind Source Separation", *IEEE SP Workshop on SP Advances in Wireless Communications*, SPAWC, Paris, pp 345-349, April 1997.
- [11] P. CHEVALIER, V. CAPDEVIELLE, P. COMON, "Behaviour of HO blind source separation methods in the presence of cyclostationary correlated multipaths", *IEEE SP Workshop on HOS*, Alberta (Canada), July 1997.
- [12] A. FERREOL, P. CHEVALIER, "Limites des estimateurs classiques de cumulants d'ordre 4 pour la séparation aveugle de sources cyclostationnaires", *GRETSI*, Grenoble, Sept 1997.
- [13] A. FERREOL, P. CHEVALIER, "Higher Order Blind Source Separation using the Cyclostationarity Property of the Signals", *ICASSP*, Munich, pp 4061-4064, Apr. 1997.