# Décorrélation de sources large bande en traitement d'antenne actif à haute résolution

**Daniel Goncalves et Patrick Gounon** 

CEPHAG, ENSIEG Rue de la Houille Blanche, BP 46 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, FRANCE

daniel.goncalves@cephag.inpg.fr et patrick.gounon@cephag.inpg.fr

#### RÉSUMÉ

Les méthodes de localisation à haute résolution basées sur l'exploitation de la matrice spectrale des signaux reçus sont mises en défaut lorsque les sources observées sont trop fortement corrélées. Les traitements actifs y sont d'autant plus sensibles que, dans ce cas précis, le signal reçu est constitué de copies atténuées et retardées d'un unique signal, celui qui est émis. Afin de s'affranchir de ces restrictions, une méthode de décorrélation adaptée au formalisme des méthodes de localisation actives large bande est présentée ici.

#### **1** Introduction

Les méthodes de traitement d'antenne à haute résolution basées sur des techniques de décomposition en éléments propres de la matrice spectrale des signaux reçus suscitent un réel intérêt depuis de nombreuses années. Ces méthodes utilisent en général les propriétés de structure particulières de cette matrice pour générer des fonctionnelles dont les extrema sont caractéristiques de la position des sources. Elles conduisent en théorie à une résolution asymptotique infinie, pour peu que les sources observées soient décorrélées ou, pour le moins, partiellement corrélées [1], [4].

Toutefois, en pratique, ces méthodes voient leurs performances baisser fortement dès que la corrélation des sources est trop forte vis à vis de leur séparation ou vis à vis du niveau de bruit. Ceci est en grande partie lié à des problèmes concernant la qualité d'estimation des matrices spectrales utilisées. Il s'avère alors que le modèle de sources cohérentes (i.e. de sources totalement corrélées) est tout particulièrement bien adapté à la description des problèmes rencontrés en présence de sources fortement corrélées [6], [4].

Afin de pouvoir tout de même utiliser les méthodes de localisation à haute résolution en présence de sources fortement corrélées, des méthodes efficaces de lissage spatial ont été développées en passif et en bande étroite [6], [5]. Elles sont basées sur deux notions essentielles qui sont, d'une part, le rang de la matrice spectrale lissée et, d'autre part, la similitude de structure existant entre les matrices spectrales originelles et celles qui ont été lissées.

Or, en sonar actif, le problème de la corrélation des

#### ABSTRACT

High resolution eigenstucture-based techniques for signal sources localization are known to be ineffective in the presence of highly correlated signals. This is even worse for active methods, i.e. when the received signal is composed of time-delayed ampitude-weighted replicas of a single signal, the emitted one. In order to avoid such difficulties, a technique which enables high resolution active methods to correctly localize all signal sources irrespective of their correlation is presented here.

sources est encore plus sensible qu'en passif. En effet, le signal reçu est composé de copies retardées et atténuées du signal émis. Du fait de la propagation dans le milieu sousmarin ou de variations de l'index de réflexion des cibles, les amplitudes complexes de ces échos peuvent être partiellement décorrélées. Mais dans le cas général, cette décorrélation reste très faible voire nulle. Ceci constitue un obstacle majeur à l'exploitation de tels signaux par les méthodes de localisation à haute résolution basées sur les décompositions en éléments propres de la matrice spectrale.

Or, l'extension des méthodes de décorrélation utilisées en bande étroite et en passif au cas actif et large bande n'est pas immédiate. La nature ainsi que la structure des matrices spectrales ne sont en effet pas les mêmes.

Toutefois, en s'inspirant des méthodes développées en bande étroite et en passif, il est possible d'introduire une méthode de lissage spatio-fréquentiel adaptée au formalisme des méthodes de localisation spatio-temporelle actives large bande. Ce sont la définition et l'étude des principales caractéristiques d'une telle méthode qui constituent l'objet essentiel de la présente contribution.

La suite du document s'articule autour de quatre parties. Viennent en premier lieu de brefs rappels concernant une méthode particulière de localisation spatio-temporelle active large bande : MUSICAL. Ils servent en fait à souligner où les hypothèses de décorrélation des sources interviennent. Ceci permet dans un second temps de montrer comment le lissage spatial peut être étendu au contexte actif large bande. La troisième partie est alors consacrée à la présentation du lissage fréquentiel. Enfin, l'utilisation conjointe de ces deux types de lissage est illustrée sur l'exemple de simulations.

## 2 La méthode MUSICAL

Dans le cadre d'une modélisation de type ondes planes, pour une antenne rectiligne uniforme composée de M capteurs équidistants et éclairée par P sources, la représentation fréquentielle du signal reçu à la fréquence vf sur le capteur mpeut s'écrire :

$$X_{m,f} = \sum_{p=1}^{P} c_p S_f \exp[-j\nu_f (\Psi_p + (m-1)\Phi_p)] + N_{m,f}$$
(1)

Où  $c_p$  représente l'atténuation complexe de la source p,  $S_f$  et  $N_{m,f}$  sont les composantes fréquentielles du signal émis et du bruit reçu sur le capteur m à la fréquence  $v_f$ , et avec :

$$\Psi_p = 2\pi T_p \qquad \Phi_p = 2\pi \frac{D\sin(\theta_p)}{C} \tag{2}$$

 $T_p$  est le temps de propagation entre la source p et le capteur de référence (m = 1), D est la distance séparant deux capteurs consécutifs, C représente la célérité des ondes dans le milieu, et  $\theta_p$  est la direction d'arrivée de la source p par rapport à la normale à l'antenne.

De façon à pouvoir utiliser les informations disponibles pour toutes les fréquences de la bande d'analyse et pour tous les capteurs, il est commode de définir le vecteur de l'observation large bande par [3], [1] :

$$\mathbf{X} = [X_{1,1}, X_{2,1}, \cdots, X_{M,1}, X_{1,2}, \cdots, X_{M,F}]^T \qquad (3)$$

Si le bruit est indépendant des signaux émis, la matrice spectrale large bande de l'observation peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma_{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}.\mathbf{X}^{H}] = \mathbf{A}.\Gamma_{\mathbf{C}}.\mathbf{A}^{H} + \Gamma_{\mathbf{N}} = \Gamma_{\mathbf{Y}} + \Gamma_{\mathbf{N}}$$
(4)

 $\Gamma_{\mathbf{C}}$  est la matrice de corrélation des sources qui est carrée et de dimension  $P \times P$ .  $\Gamma_{\mathbf{Y}}$  est la matrice spectrale large bande de l'observation non bruitée et  $\Gamma_{\mathbf{N}}$  est la matrice spectrale large bande du bruit. A est la matrice large bande rendant compte de la propagation des signaux dans le milieu. Elle est de dimension  $MF \times P$ , chacune de ses colonnes correspondant à un des P vecteurs sources large bande. À la différence du cas bande étroite, son terme générique ne dépend pas uniquement des paramètres spatiaux des sources. Il dépend également des paramètres temporels et s'écrit :

$$A_{m,f,p} = S_f \exp[-j\nu_f(\Psi_p + (m-1)\Phi_p)]$$
 (5)

Sous réserve de décorrélation partielle des sources, il est aisé de montrer [3], [1] que  $\Gamma_{C}$  est de rang *P* tout comme  $\Gamma_{Y}$ . Si le bruit est blanc, le sous espace signal engendré par les *P* premiers vecteurs propres de  $\Gamma_{Y}$  coïncide avec celui engendré par les *P* premiers vecteurs propres  $\mathbf{V}_{p}$  de  $\Gamma_{X}$ . Les paramètres spatio-temporels des sources ( $\theta$ , *T*) sont alors ceux maximisant la fonctionnelle bidimensionnelle suivante :

$$MSCL(\theta, T) = \frac{1}{1 - \sum_{p=1}^{P} |\mathbf{a}^{H}(\theta, T)\mathbf{V}_{p}|^{2}}$$
(6)

Dans cette expression,  $\mathbf{a}(\theta, T)$  représente le vecteur directionnel large bande candidat.

Cette méthodologie est toutefois mise en défaut dès que certaines sources sont parfaitement corrélées. Dans ce cas  $\Gamma_{\rm C}$  est de rang déficient et le sous-espace signal est de dimension inférieure à *P*. Les performances de l'algorithme s'en trouvent fortement dégradées et la méthode perd ses caractéristiques haute résolution.

Les hypothèses concernant la corrélation des sources observées apparaissent donc de façon explicite. C'est pour essayer de s'affranchir des contraintes qu'elles imposent que la méthode de lissage qui suit a été développée.

#### 3 Lissage spatial en large bande

De façon à modéliser d'emblée tous les cas possibles, il est commode de considérer que les P sources observées sont réparties en Q groupes de sources cohérentes, chacun de ses groupes étant par ailleurs partiellement corrélé avec ses voisins. Les sources partiellement corrélées sont donc modélisées par des groupes d'effectifs unitaires.

L'idée qui est à la base de la méthode en large bande est la même que celle utilisée en bande étroite. Il s'agit de diviser l'antenne principale composée de  $M_0$  capteurs en K sousantennes se recouvrant partiellement et comportant M capteurs successifs chacune. La sous-antenne d'indice k comporte ainsi les capteurs  $[k, k + 1, \dots, k + M]$ . L'ensemble de ces K sous-antennes permet d'estimer K matrices spectrales large bande  $\Gamma_X^k = E [\mathbf{X}^k.(\mathbf{X}^k)^H]$ . La matrice spectrale lissée  $\Gamma_X^S$ est alors définie comme la moyenne arithmétique des matrices spectrales correspondant aux K sous-antennes selon :

$$\Gamma_{\mathbf{X}}^{S} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \Gamma_{\mathbf{X}}^{k}$$
(7)

Compte tenu de la structure particulière des matrices spectrales large bande, deux problèmes essentiels restent alors à résoudre. Le premier consiste à savoir si les modifications de structure subies au cours du lissage par les matrices spectrales large bande sont compatibles avec la modélisation large bande utilisée par les méthodes de localisation à haute résolution. Le second concerne le rang qui est atteint par les matrices de corrélation des sources ainsi traitées.

Or, pour chaque source p, le passage du capteur m au capteur m + 1 se traduit par un déphasage supplémentaire de  $v_f \Phi_p$ . L'antenne étant linéaire à capteurs équidistants, le passage de la première sous-antenne à la sous-antenne k peut se modéliser grâce à l'introduction d'une matrice  $\mathbf{B}^k$  qui regroupe les déphasages des P sources observées aux F fréquences  $v_f$ . Cette matrice est de dimension  $M.F \times P$  et son terme générique est de la forme :

$$B_{p,f}^{k} = \exp[-j\nu_{f}(k-1)\Phi_{p}]$$
(8)

Avec ces notations, le vecteur de l'observation large bande de la sous-antenne d'indice k s'écrit :

$$\mathbf{X}^{k} = \mathbf{A}.\mathbf{B}^{k}.\mathbf{C} + \mathbf{N}^{k}$$
(9)

73

À partir de cette expression, la caractérisation algébrique des transformations subies au cours du lissage spatial par les matrices spectrales large bande permet de montrer que [2] :

- les modifications des matrices spectrales dues au lissage se réduisent essentiellement à une modification de la matrice de corrélation des sources  $\Gamma_{C}$ ,
- la croissance du rang de  $\Gamma_{C}$  dépend uniquement du nombre *K* de sous-antennes et du nombre *Q* de groupes de sources cohérentes, le rang suivant la loi multiplicative *K*.*Q*,
- − les rangs de Γ<sub>C</sub> et de Γ<sub>Y</sub> sont de nouveau supérieurs ou égaux à *P* dès que la condition  $K \ge \frac{P}{O}$  est satisfaite,
- le rang des matrices spectrales traitées est majoré par le nombre F.P.

Ces quatre points suffisent à garantir que les matrices spectrales traitées sont similaires à celles qui auraient pu être obtenues avec des sources partiellement décorrélées. Ils expriment donc à eux seuls la décorrélation effectivement apportée par le traitement. Il faut toutefois accorder une attention toute particulière aux deux derniers points et souligner qu'il n'est pas souhaitable d'avoir un rang des matrices traitées trop élevé par rapport à *P*. Dans certaines situations cela peut en effet conduire à des dysfonctionnements semblables à ceux rencontrés avec les matrices non-lissées lors d'une trop forte surestimation du nombre de sources.

#### 4 Lissage fréquentiel

Un formalisme analogue à celui employé au paragraphe précédent peut être appliqué dans le domaine des fréquences. Ceci est dû en grande partie à la structure particulière des vecteurs de l'observation large bande utilisés par les méthodes telles que MUSICAL. Il est plus aisé de s'en rendre compte si on réordonne le vecteur observation large bande sous la forme suivante :

$$\mathbf{X} = [X_{1,1}, X_{1,2}, \cdots, X_{1,F}, X_{2,1}, \cdots, X_{M,F}]^T$$
(10)

Comme auparavant, la matrice spectrale large bande reste définie par l'équation (4). Elle contient bien sûr les mêmes informations que la matrice spectrale utilisée précŐédemment, mais celles-ci sont ordonnées différemment. Il est alors possible d'introduire un lissage en fréquence, si les deux hypothèses suivantes sont respectées :

- blanchiment préalable des signaux reçus,
- canaux fréquentiels équirépartis sur la bande d'analyse (séparés de Δ).

Pour cela, il suffit Őde diviser la bande composée de  $F_0$  canaux fréquentiels en K sous-bandes de F canaux se recouvrant partiellement. Les canaux  $[k, k + 1, \dots, k + F]$  composent donc la sous-bande d'indice k. La matrice spectrale large bande de l'observation lissée en frŐéquence est alors définie comme la moyenne des K matrices correspondant aux K sousbandes de façon similaire à ce qui a été vu à l'équation (7).

Alors, pour chaque source p, le passage du canal fréquentiel f au canal f + 1 se traduit par un déphasage supplémentaire de  $\Delta(\Psi_p + (m-1)\Phi_p)$ . Le passage de la première sousbande à la sous-bande d'indice k peut alors se modéliser par l'introduction d'une matrice  $\mathbf{B}^k$  regroupant les déphasages des *P* sources observées sur l'ensemble des capteurs de l'antenne. Cette matrice est de dimension  $M.F \times P$  et son terme générique est de la forme :

$$B_{p,m}^{k} = \exp[-j\Delta(k-1)(\Psi_{p} + (m-1)\Phi_{p})]$$
(11)

L'expression donnant la forme du vecteur de l'observation large bande correspondant à la sous-bande d'indice k est alors en tout point analogue à celle donnée à l'équation (9).

Il en découle que, d'un point de vue analytique, les  $M^2$ blocs de la matrice spectrale large bande lissée en fréquence ont des propriétés de rang et de structure tout à fait similaires à celles des  $F^2$  blocs de la matrice lissée spatialement. Les caractéristiques du lissage en fréquence se déduisent de ce fait en totalité de celles obtenues lors de l'étude du lissage spatial large bande. Il en ressort en particulier que *K* sous-bandes suffisent pour que les rangs de  $\Gamma_{\rm C}$  et de  $\Gamma_{\rm Y}$  soient égaux à *K.Q*, ces rangs étant cette fois majorés par le produit *M.P*Ĺ.

Les conditions portant sur le rang et la structure des matrices spectrales large bande lissées en fréquence étant là encore satisfaites, il est de nouveau possible d'utiliser sur celles-ci une méthode à haute résolution active du type de MUSICAL.

## 5 Lissage spatio-fréquentiel

Les deux méthodes abordées ci-dessus peuvent bien évidemment être utilisées conjointement.

La combinaison des deux types de lissage offre plus de souplesse au niveau des traitements, notamment pour les antennes qui sont composées d'un nombre restreint de capteurs et pour lesquelles les méthodes de lissage spatial ne sont donc pas applicables.

Ainsi, en utilisant conjointement les deux formes de lissage, si  $K_S$  est le nombre de sous-antennes et  $K_F$  est le nombre de sous-bandes fréquentielles, pour  $K_S.K_F \ge \frac{P}{Q}$  la matrice spectrale large bande de l'observation non bruitée obtenue après lissage spatio-fréquentiel est de rang au moins égal à P. Sa structure étant de plus analogue à celle qui aurait été obtenue avec un mélange de sources partiellement décorrélées, les méthodes de localisation à haute résolution actives large bande sont de nouveau utilisables.

À titre d'illustration, les figures ci-dessous montrent les diagrammes de localisation obtenus en simulation pour un mélange de 2 groupes comportant chacun 3 sources totalement corrélées. La localisation est effectuée à l'aide d'une antenne de M = 6 capteurs et F = 6 canaux fréquentiels. Le lissage spatio-fréquentiel est réalisé à l'aide de  $K_s = 2$  sous-antennes et  $K_F = 2$  sous-bandes. Le rapport signal à bruit est de l'ordre de 0dB par source. La première figure montre le résultat obtenu par formation de voies et filtrage adapté. Les sources n'apparaissent pas clairement sur ce diagramme, même s'il est manifeste que la très probable présence d'un paquet de sources est détectée. La figure 2 présente le diagramme obtenu avec MUSICAL seul. L'algorithme n'a pas été capable de localiser les sources correctement. Le diagramme fait en effet apparaître quatre maxima qui ne correspondent pas



FIG. 1 — Localisation par formation de voies et filtrage adapté



FIG. 2 — Localisation par MUSICAL seul

aux coordonnées réelles des sources. Après lissage spatio-



FIG. 3 — Localisation après lissage spatio-fréquentiel

fréquentiel et localisation par MUSICAL, le diagramme de localisation est celui donné par la figure 3. Les 6 sources sont localisées correctement. Elles émergent nettement du niveau de bruit et sont de plus nettement distinctes les unes des autres.

#### 6 Conclusion

Avec une approche similaire à celle adoptée en bande étroite, une méthode de lissage spatial a été définie pour des matrices spectrales large bande et son comportement a été caractérisé. Par analogie formelle avec ce premier type de traitement, une méthode de lissage en fréquence a également été spécifiée. Le principal intérêt de ce type de prétraitements est bien entendu qu'il permet de réaliser une décorrélation effective des sources observées, et ceci quel que soit leur degré de corrélation initial.

L'utilisation d'un tel lissage spatio-fréquentiel permet alors un traitement de la matrice spectrale large bande des signaux reçus dans son ensemble, sans perdre la richesse d'information relatives aux spectres des signaux obtenus aux différentes fréquences. Cette richesse d'information est d'autant plus précieuse, qu'elle est à la base des bonnes performances des algorithmes de localisation actifs à haute résolution en large bande.

Avec un nombre de capteur très réduit, cette méthode autorise également la possibilité de localiser un nombre important de sources très corrélées, sans pour autant que les propriétés de résolution soient trop considérablement diminuées par le nombre de subdivisions de l'antenne.

Il est en outre à noter que, même dans le cas de sources faiblement corrélées, ce type de prétraitements affine la localisation spatio-temporelle des sources.

## Références

- S. Bozinoski, "Analyse spatio-temporelle des signaux large bande en vue de la tomographie acoustique océanique", Thèse de Docteur Ingénieur INPG, Mars 1996.
- [2] D. Goncalves, "Décorrélation de sources, matrice spectrale large bande, traitement d'antenne actif à haute résolution", Rapport CEPHAG NO 4/97, Mai 1997.
- [3] P. Gounon, "Analyse spatio-temporelle haute résolution à l'aide d'une antenne active", Traitement du Signal, vol. 11, NO. 5, pp. 351-360, quatrième trimestre 1994.
- [4] H. Krim and M. Viberg, "Two Decades of Array Signal Processing Research", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 67-94, July 1996.
- [5] S.U. Pillai and B.H. Kwon, "Forward/backward Spatial Smoothing Techniques for Coherent Signals Identification", IEEE-ASSP, vol. 37, NO. 1, pp. 8-15, January 1989.
- [6] T.-J. Shan, M. Wax and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-Of-Arrival Estimation of Coherents Signals", IEEE-ASSP, vol. ASSP 33, NO. 4, pp. 806-811, August 1985.