

# Poursuite de sources mobiles par l'algorithme PASTd et le filtrage de Kalman

Javier Sanchez-Araujo et Sylvie Marcos

Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS-ESE

Plateau de Moulon

91192 Gif-sur-Yvette, France.

## RÉSUMÉ

Ce travail concerne la poursuite des directions d'arrivée (DDA) de plusieurs cibles qui se déplacent au cours du temps. Dans cette optique, nous proposons un algorithme de faible complexité qui combine : un algorithme adaptatif d'estimation des sous-espaces, un filtre de Kalman et un algorithme d'estimation des DDA. De cette manière, nous estimons d'abord le sous-espace signal avec l'algorithme PASTd qui se caractérise par sa rapidité de convergence et sa facile implantation. Ensuite, nous utilisons ce sous-espace et les DDA prédites par le filtre de Kalman pour initialiser un algorithme du type Newton. Cet algorithme fournit des estimées des DDA automatiquement associées aux vraies DDA des sources émettrices. Les performances de l'algorithme de poursuite qui en résulte sont illustrées par des exemples de simulation dans des situations où les cibles se croisent.

## ABSTRACT

In this paper, we deal with the problem of tracking the direction-of-arrival (DOA) of multiple moving targets. To this end, we propose a simple DOA tracking scheme combining an adaptive subspace estimator, a Kalman filter and a subspace-based DOA estimator. Having this in mind, we first estimate the signal subspace via the PASTd algorithm which, besides its computational simplicity, offers a faster rate of convergence than most of the gradient type subspace tracking algorithms. With the PASTd subspace estimate and the DOA's predicted by the Kalman filter we initialize a Newton-type DOA estimator. This method yields DOA estimates automatically associated with the right targets. The DOA tracking capability of the proposed algorithm is demonstrated by computer simulations in situations involving crossing targets.

## 1 Introduction

La poursuite de plusieurs cibles qui se déplacent au cours du temps est un problème qui a été largement étudié ces derniers temps dans le cadre de nombreuses applications civiles et militaires [1]. Dans ce travail, on s'intéresse en particulier à la poursuite de cibles mobiles en termes des directions d'arrivée (DDA) des signaux émis par ces cibles et mesurés sur une antenne fixe. Dans ce contexte, le problème consiste à associer les DDA estimées à différents intervalles de temps aux DDA des vraies sources émettrices. A cette fin, un grand nombre d'algorithmes ont été proposés dans la littérature [2]-[6]. La plupart de ces algorithmes traitent le problème de la poursuite des DDA comme un problème d'optimisation. Malheureusement, que la fonction à optimiser soit mono ou multidimensionnelle, l'implantation de la technique d'optimisation peut s'avérer très lourde en calculs. En plus, ces algorithmes requièrent l'estimation de la matrice de covariance dont le coût de calculs est considérable surtout dans des applications où le nombre d'observations est très supérieur à la taille du vecteur des données. Ce constat représente la principale motivation de ce travail où on propose un algorithme de faible complexité structuré en trois étapes : un algorithme adaptatif d'estimation des sous-espaces, un filtre de Kalman et un algorithme d'estimation des DDA. Nous proposons d'utiliser l'algorithme PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking algorithm with deflation) [7] pour estimer de manière adaptative le

sous-espace signal. En plus de sa simplicité d'implantation, cet algorithme est asymptotiquement efficace ayant une vitesse de convergence supérieure à la plupart des techniques de poursuite des sous-espaces du type gradient [8]. A partir du sous-espace estimé avec PASTd, nous obtenons les DDA en minimisant une fonction de coût monodimensionnelle par le biais d'une méthode du type Newton. Les DDA estimées par cette méthode sont ensuite affinées avec les DDA prédites par le filtre de Kalman. Il faut noter que, d'après cette technique de poursuite, les DDA estimées sont automatiquement associées aux vraies DDA. Ceci est possible en initialisant la méthode de Newton avec les DDA prédites par le filtre de Kalman. Notons également que la méthode de Newton ainsi initialisée, converge immédiatement vers des estimées des DDA acceptables et l'utilisation d'une technique itérative de minimisation, coûteuse en calculs, n'est pas nécessaire.

Ce travail s'organise de la façon suivante. Après avoir établi le problème dans la Section 2, nous décrivons les grandes lignes de notre algorithme de poursuite dans la Section 3. La Section 4 détaille la manière d'implanter cet algorithme et enfin, dans la Section 5, nous illustrons ses performances par quelques exemples de simulation.

## 2 Formulation du problème

Soit une antenne de  $M$  capteurs éclairée par  $K$  ondes incidentes ( $M > K$ ). Ces ondes sont supposées être émises par

les cibles qui se déplacent au cours du temps dans des trajectoires arbitraires. Soit  $\theta_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, K$  la direction d'arrivée (DDA) de la source  $k$  mesurée à l'instant  $t$  par rapport à la normale à l'antenne et  $\mathbf{a}(\theta_k(t))$  la réponse de l'antenne à une onde incidente dans la direction  $\theta_k(t)$  d'amplitude unité. Le vecteur de dimension  $M$  des signaux reçus à la sortie des capteurs peut être écrit

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta(t))\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (1)$$

où  $\mathbf{s}(t)$  est le vecteur des signaux sources supposés à bande étroite,  $\mathbf{b}(t)$  est un bruit additif et  $\mathbf{A}(\theta(t)) = [\mathbf{a}(\theta_1(t)), \dots, \mathbf{a}(\theta_K(t))]$  est la matrice de vecteurs sources de dimension  $M \times K$ . Le sous-espace engendré par les colonnes de cette matrice est appelé sous-espace signal et son estimation est la base de l'algorithme de poursuite que nous proposons. On suppose ici que les DDA varient lentement en fonction du temps soit  $\theta_k(t) \approx \theta_k(nT)$  pour  $t \in [nT, (n+1)T[$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , où  $T$  est l'intervalle d'échantillonnage. Par la suite, on utilisera la notation  $\theta_k(n)$  à la place de  $\theta_k(nT)$ . Sous les hypothèses que les amplitudes complexes  $s_k(t)$  des sources et les composantes du bruit  $\mathbf{b}(t)$  sont des variables aléatoires stationnaires dans l'intervalle  $[nT, (n+1)T[$ , centrées et mutuellement décorréelées, la matrice de covariance des observations de dimension  $M \times M$  s'écrit

$$\mathbf{R}(n) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}(\theta(n))\mathbf{S}(n)\mathbf{A}^H(\theta(n)) + \sigma^2(n)\mathbf{I}_M, \quad (2)$$

avec  $t \in [nT, (n+1)T[$ ,  $n = 0, 1, \dots$  et où  $\mathbf{S}(n) = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$  est la matrice de covariance des sources et  $\sigma^2(n)$  est la variance du bruit.  $(\cdot)^H$  représente l'opérateur de transposition hermitienne et  $\mathbf{I}_M$  est la matrice identité de dimension  $M$ .

La poursuite des DDA, telle que nous l'entendons ici, consiste à estimer  $\{\theta_k(n)\}_{k=1}^K$  à partir de  $N$  observations du vecteur des données  $\mathbf{x}(t)$ , pour  $t = nT, nT + T/N, \dots, nT + (N-1)T/N$  et à préserver l'association entre  $\theta_k(n)$  et  $\theta_k(n+1)$ .

### 3 L'algorithme proposé

Comme nous l'avons mentionné, l'algorithme de poursuite proposé repose sur le principe d'estimation des méthodes des sous-espaces. Un exemple représentatif de ces méthodes est MUSIC. L'estimation des DDA avec MUSIC peut être accomplie en trois étapes. D'abord, on estime la matrice de covariance  $\hat{\mathbf{R}}$  à partir de  $N$  observations. Puis, on effectue la décomposition en valeurs propres de cette matrice pour estimer les sous-espaces et calculer, avec cette estimée, le projecteur orthogonal dans le sous-espace bruit  $\hat{\mathbf{\Pi}}$ . Finalement, les DDA sont obtenues en minimisant la fonction de coût

$$f(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{\Pi}}\mathbf{a}(\theta) \quad (3)$$

Dans une application de poursuite, on peut être tenté d'appliquer cette procédure d'estimation à la fin de chaque intervalle  $[nT, (n+1)T[$ . Cependant, cette technique d'estimation pose le problème de déterminer à quelle cible correspond la DDA que l'on est en train d'estimer. Ce problème est encore plus contraignant lorsque les trajectoires des cibles se croisent.

En plus, la minimisation de  $f(\theta)$ , sans aucune information a priori est très coûteuse du point de vue calculatoire. Afin de surmonter ces contraintes, nous proposons les modifications suivantes. Premièrement, nous proposons d'estimer le projecteur  $\hat{\mathbf{\Pi}}$  avec PASTd [7]. Cet algorithme adaptatif requiert de l'ordre de  $O(MK)$  opérations par mise à jour : l'estimation du sous-espace signal peut donc être effectuée en  $O(NMK)$  opérations, si  $N$  observations sont disponibles. Cette complexité est à comparer avec les  $O(NM^2)$  opérations que requiert la seule estimation de la matrice de covariance et qui est nécessaire pour la plupart des algorithmes de poursuite que l'on trouve dans la littérature [2]-[6]. Deuxièmement, nous utilisons la méthode dite approximative de Newton qui sera appelée par la suite "méthode aN" pour estimer les DDA (voir par exemple [9]). Le principe de cette méthode est de trouver un  $\theta$  qui fait que la dérivée première de  $f(\theta)$  devienne nulle. Notons que la minimisation de (3) avec la méthode aN est en elle-même une tâche itérative et sa convergence n'est assurée que si elle est initialisée dans le voisinage des vraies DDA. Pour ce faire, nous avons utilisé dans [10] un filtre AR qui tient compte de la dynamique des cibles pour prédire les DDA. On a constaté que la convergence de la méthode aN initialisée avec les valeurs prédites des DDA est immédiate ce qui la rend non itérative. Néanmoins, dans l'algorithme de poursuite qui en résulte on ne considère pas les erreurs de prédiction et son domaine d'application se limite à des cibles dont la trajectoire varie lentement au cours du temps et à des cas simples de croisement. Nous proposons ici de combiner les performances de la méthode aN avec celles d'un filtre de Kalman. Dans ce but, nous proposons d'utiliser les DDA prédites par le filtre de Kalman pour initialiser la méthode aN et de tenir compte des erreurs de prédiction par l'intermédiaire du *gain de Kalman*. Les simulations ont montré que la méthode aN ainsi initialisée converge d'un seul coup vers des estimées des DDA acceptables même dans des situations où les cibles se croisent et avec une complexité de  $O(MK^2)$  opérations par traitement.

### 4 Détails d'implantation

Nous commençons cette section par un bref rappel concernant le filtre de Kalman. Ce filtre établit deux vecteurs qui combinent les paramètres cinématiques des cibles et les valeurs estimées de leurs positions avec les observations mesurées à la sortie des capteurs. Considérons les expressions suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k(n+1) &= \mathbf{F}\mathbf{y}_k(n) + \mathbf{w}_k(n) \\ \hat{\theta}_k(n) &= \mathbf{h}\mathbf{y}_k(n) + v_k(n) \end{aligned} \quad (4)$$

où  $\mathbf{y}_k(n) = [\theta_k(n) \dot{\theta}_k(n) \ddot{\theta}_k(n)]^T$  est appelé *vecteur d'état* et contient les DDA  $\theta_k(n)$ , les vitesses  $\dot{\theta}_k(n)$  et les accélérations  $\ddot{\theta}_k(n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ . La deuxième expression dans (4) représente l'*équation des mesures* où  $\hat{\theta}_k(n)$  est la position (DDA) de la cible  $k$  estimée (par exemple) avec la méthode aN.  $\mathbf{w}_k(n)$  et  $v_k(n)$  sont le bruit du vecteur d'état et l'erreur dans l'estimation de  $\hat{\theta}_k$  supposés gaussiens, centrés et de variances  $\mathbf{Q}_k(n)$  et  $\sigma_{vk}^2(n)$ , respectivement.  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{h}$  sont respectivement, la matrice de transition d'état et le

vecteur de transition des estimées des DDA. Pour un modèle d'accélération constante [11] :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pour plus de détails sur l'implantation du filtre de Kalman dans des applications de poursuite, le lecteur est invité à consulter la référence [11].

On peut maintenant résumer la mise en œuvre de l'algorithme que nous proposons dans les trois étapes suivantes.

1). *Prédiction.* La prédiction du vecteur d'état et de sa covariance  $\mathbf{\Gamma}_k$  pour la cible  $k$  s'obtient des équations

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_k(n+1|n) &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{y}}_k(n|n) \\ \mathbf{\Gamma}_k(n+1|n) &= \mathbf{F}\mathbf{\Gamma}_k(n|n)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_k(n) \end{aligned} \quad (6)$$

où

$$\mathbf{\Gamma}_k(0|0) = \begin{bmatrix} 1 & 1/T & 0 \\ 1/T & 1/T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sigma_{vk}^2(0) \quad (7)$$

Avec les DDA prédites  $\{\hat{\theta}_k(n+1|n)\}_{k=1}^K$  (les premiers éléments de  $\hat{\mathbf{y}}(n+1|n)$ ), on peut ensuite prédire les vecteurs directionnels  $\mathbf{a}(\hat{\theta}_k(n+1|n))$  et leurs dérivées par rapport à  $\theta$ ,  $\mathbf{d}(\hat{\theta}_k(n+1|n))$ .

2) *Calcul des innovations.* A chaque fois qu'une nouvelle observation est disponible, on applique l'algorithme PASTd dont les détails d'implantation sont donnés dans [7]. Au bout des  $N$  itérations qui correspondent au nombre d'observations recueillies, on dispose d'une estimation du sous-espace signal que l'on note  $\hat{\mathbf{U}}(n+1)$ . Après avoir orthonormalisé  $\hat{\mathbf{U}}(n+1)$  avec une technique appropriée, on calcule le projecteur orthogonal dans le sous-espace  $\hat{\mathbf{\Pi}}(n+1) = \mathbf{I}_M - \hat{\mathbf{U}}(n+1)\hat{\mathbf{U}}^H(n+1)$ . Enfin, la méthode aN est initialisée avec  $\hat{\theta}_k(n+1|n)$ ,  $\mathbf{a}(\hat{\theta}_k(n+1|n))$ ,  $\mathbf{d}(\hat{\theta}_k(n+1|n))$  et  $\hat{\mathbf{\Pi}}(n+1)$  pour estimer  $\hat{\theta}_k(n+1)$  [9],

$$\hat{\theta}_k(n+1) = \hat{\theta}_k(n+1|n) - \frac{\text{Ré}[\mathbf{d}(\theta)^H \hat{\mathbf{\Pi}}(n+1) \mathbf{a}(\theta)]}{\mathbf{d}(\theta)^H \hat{\mathbf{\Pi}}(n+1) \mathbf{d}(\theta)} \Big|_{\theta=\hat{\theta}_k(n+1|n)} \quad (8)$$

Finalement, les innovations  $\delta\theta_k(n+1)$ ,  $k = 1, \dots, K$ , sont définies comme la différence entre les DDA estimées avec la méthode aN et celles prédites par (6)

$$\delta\theta_k(n+1) = \hat{\theta}_k(n+1) - \hat{\theta}_k(n+1|n) \quad (9)$$

avec une moyenne nulle et variance  $\mathbf{h}\mathbf{\Gamma}_k(n+1|n)\mathbf{h}^T + \sigma_{vk}^2(n+1)$ .

3) *Mise à jour du vecteur d'état.* Les estimées des innovations  $\delta\theta_k(n+1)$ ,  $k = 1, \dots, K$ , permettent d'actualiser le vecteur d'état et sa matrice de covariance suivant

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_k(n+1|n+1) &= \hat{\mathbf{y}}_k(n+1|n) + \mathbf{G}_k(n+1)\delta\hat{\theta}_k(n+1) \\ \mathbf{\Gamma}_k(n+1|n+1) &= [\mathbf{I}_3 - \mathbf{G}_k(n+1)\mathbf{h}] \mathbf{\Gamma}_k(n+1|n) \end{aligned} \quad (10)$$

où  $\mathbf{I}_3$  est la matrice identité de taille 3 et la matrice  $\mathbf{G}_k(n+1)$  est le gain de Kalman :

$$\mathbf{G}_k(n+1) = \mathbf{\Gamma}_k(n+1|n)\mathbf{h}^T [\mathbf{h}\mathbf{\Gamma}_k(n+1|n)\mathbf{h}^T + \sigma_{vk}^2(n+1)]^{-1} \quad (11)$$

Des précisions sur le choix de  $\sigma_{vk}^2(n+1)$  et  $\mathbf{Q}_k(n)$  sont données dans [9].

## 5 Exemples de simulation

Nous présentons dans cette section quelques exemples de simulation pour illustrer les performances de l'algorithme développé dans la section précédente. On considère une antenne linéaire uniforme composée de  $M = 9$  capteurs.  $K = 4$  cibles de puissances respectives telles que RSB=[4 2 0 1] dB sont présentes dans l'environnement. A chaque instant de traitement, le sous-espace signal est estimé avec l'algorithme PASTd à partir de  $N = 100$  observations. Avec cette estimée du sous-espace signal et les DDA prédites par le filtre de Kalman, on initialise la méthode aN et on obtient une première estimée des DDA. Celles-ci sont ensuite corrigées avec les erreurs de prédiction (innovations) par le biais du *gain de Kalman*. Finalement, l'estimée qui en résulte est utilisée pour remettre à jour le filtre. Les performances de l'algorithme proposé sont comparées à celles de l'algorithme proposé par Rao *et al.* dans [6]. Cet algorithme obtient les DDA à partir des minima d'une fonction de vraisemblance initialisée avec les valeurs prédites par un filtre de Kalman. A titre illustratif, nous montrons aussi les performances que l'on obtient avec une technique des sous-espaces suivant une estimation hors-ligne : après avoir estimé la matrice de covariance avec  $N = 100$  observations, nous appliquons ESPRIT-TLS pour estimer les DDA à chaque instant de traitement.

Les résultats obtenus sont montrés sur la Fig. 1 (a) pour ESPRIT-TLS, (b) pour l'algorithme proposé et (c) pour l'algorithme de Rao *et al.* Dans ces deux dernières figures l'erreur d'estimation définie comme la différence entre la vraie DDA et sa valeur estimée, est également montrée.

## 6 Conclusions finales

Nous faisons les remarques suivantes concernant les résultats obtenus.

- Les techniques *classiques* d'estimation des sous-espaces comme ESPRIT-TLS et MUSIC, présentent des performances peu acceptables dans des situations où les cibles sont très proches. En plus, on a le problème qui consiste à associer les DDA estimées aux cibles correspondantes (Fig. 1 (a)).

- L'algorithme proposé présente des performances de poursuite très satisfaisantes. Ses performances sont similaires à celles de l'algorithme de Rao *et al.* (Fig. 1 (b) et (c)). Notons que l'algorithme de Rao *et al.* estime les DDA à partir d'une fonction de vraisemblance multidimensionnelle ce qui s'avère très lourd en calculs vu son caractère itératif. De plus, la convergence de l'algorithme proposé est immédiate et le gain en temps de calculs est évident.

Il faut souligner que la technique de poursuite que nous proposons ne requiert ni que les sources aient la même puissance, ni la connaissance de la variance du bruit comme c'est le cas pour la plupart des algorithmes de poursuite citées dans ce travail [2]-[6].

## Références

- [1] Y. Bar-Shalom, *Multitarget-Multisensor tracking : Advanced Applications*. Boston, MA : Artech House, 1990.
- [2] C. K. Sword, M. Simaan, E. W. Kamen, "Multiple target angle tracking using sensor array outputs," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 26, no. 2, pp. 367-373, Mar. 1990.
- [3] C. R. Sastry, E. W. Kamen, and M. Simaan, "An efficient algorithm for tracking the angles of arrival of moving targets," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 39, no. 1, pp. 242-246, Jan. 1991.
- [4] C. R. Rao, L. Zhang, and L. C. Zhao, "Multitarget angle tracking an algorithm for data association," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42 (2), pp. 459-462, Feb. 1994.
- [5] S. B. Park, C. S. Ryu, and K. K. Lee, "Multiple target angle tracking using predicted angles," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 30, no. 2, pp. 643-648, Apr. 1994.
- [6] C. R. Rao, C. R. Sastry, and B. Zhou, "Tracking the direction of arrival of multiple moving targets," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 5, pp. 1133-1143, May 1994.
- [7] B. Yang, "Projection approximation subspace tracking," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43 (1), pp. 95-107, Jan. 1995.
- [8] B. Yang, "Asymptotic convergence analysis of the projection approximation subspace tracking algorithms," *Signal Processing*, vol. 50 (2), pp. 123-136, April 1996.
- [9] J. Sanchez-Araujo and S. Marcos, "An efficient PASTd-algorithm implementation for multiple direction of arrival tracking," submitted to : *IEEE Trans. Signal Processing*, June 1997.
- [10] J. Sanchez-Araujo and S. Marcos, "Tracking moving sources using subspace-based linear methods," in *Proc. of ICASSP-97 (Munich, Germany)*, pp. 3497-3500, April 1997.
- [11] Y. Bar-Shalom, T. E. Fortmann, *Tracking and data association*. New York : Academic Press, 1988.

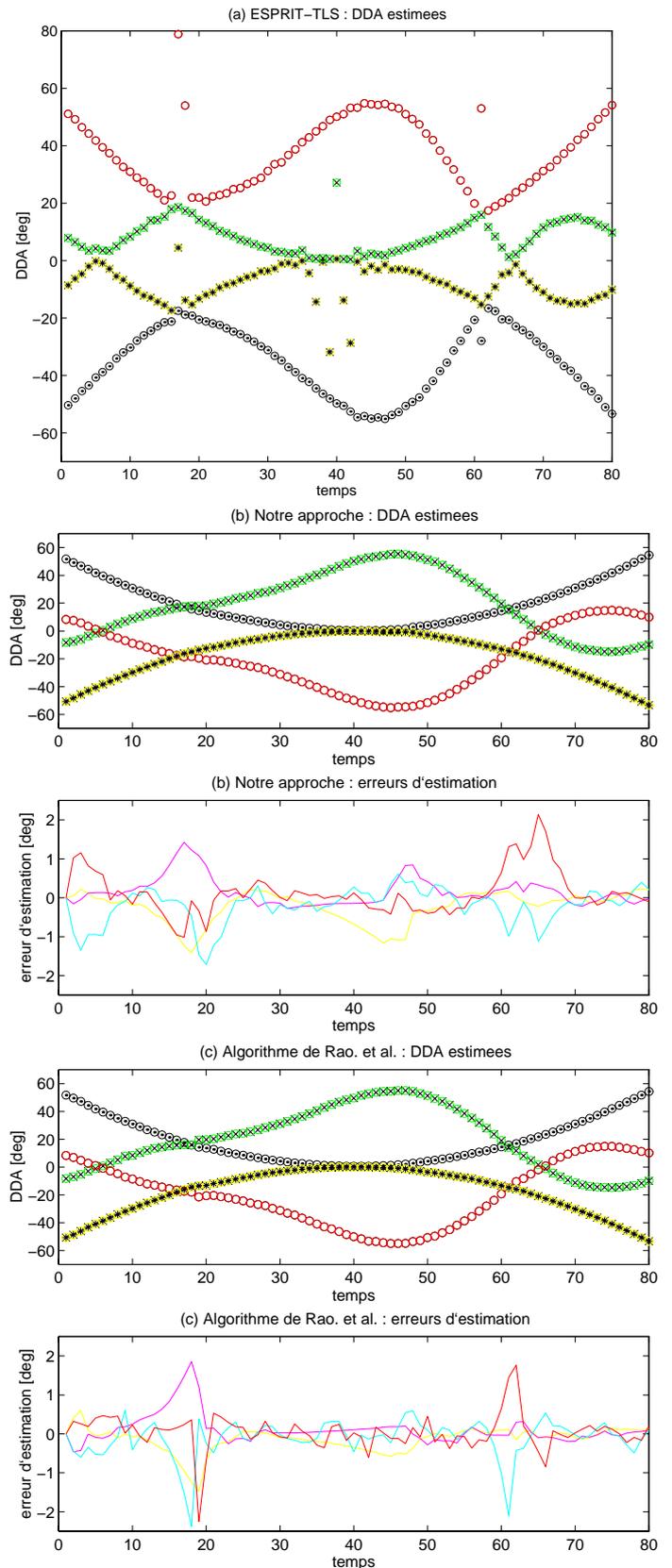


FIG. 1 — Résultats de simulation.  $RSB=[4 \ 2 \ 0 \ 1]$  dB,  $M = 9$  capteurs,  $N = 100$  observations.