

# LIMITES DES ESTIMATEURS CLASSIQUES DE CUMULANTS D'ORDRE QUATRE POUR LA SEPARATION AVEUGLE DE SOURCES CYCLOSTATIONNAIRES

*Anne Ferréol et Pascal Chevalier*

THOMSON-CSF-COMMUNICATIONS, UTTC/TSI, 66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers, France

Tel : (33)-16-1-46-13-26-98, Fax : (33)-16-1-46-13-25-55

E-mail (anne.ferreol ou pascal.chevalier)@tcc.thomson.fr

## RÉSUMÉ

La plupart des méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs apparues ces dix dernières années ont été développées dans le but de permettre la séparation aveugle de sources statistiquement indépendantes, supposées stationnaires et ergodiques. Toutefois, dans de nombreuses situations d'intérêt pratique (radiocommunications numériques) les sources traitées ne sont pas stationnaires mais (quasi)-cyclostationnaires et l'on peut dès lors se demander si les performances des séparateurs aveugles précédents se trouvent affectées par la non stationnarité potentielle des sources. L'objet de ce papier est d'apporter un certain nombre de réponses à cette question à travers l'analyse du comportement des estimateurs classiques de cumulants d'ordre 4 en présence de sources (quasi)-cyclostationnaires.

## 1. INTRODUCTION

Depuis plus d'une décennie, les méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs (OS) n'ont cessé de se développer [1-5]. Ces méthodes visent généralement à séparer, de manière aveugle, plusieurs sources statistiquement indépendantes, supposées stationnaires et ergodiques. Sous ces hypothèses, les séparateurs présentés dans [3-5] s'avèrent très performants dans de nombreux contextes empruntés aussi bien aux radiocommunications [6-10] qu'au radar [10-11]. Toutefois, pour certaines applications telles que les radiocommunications numériques, les sources traitées ne sont pas stationnaires mais (quasi)-cyclostationnaires et l'on peut dès lors se demander si les performances des séparateurs aveugles [3-5] se trouvent affectées par la non stationnarité potentielle des sources, laquelle apparaît explicitement au niveau du traitement dès que les sources sont échantillonnées à un rythme supérieur au rythme symbole. L'objet de ce papier est précisément d'apporter un certain nombre de réponses à cette question à travers l'analyse du comportement des estimateurs classiques de cumulants d'ordre 4 en présence de sources (quasi)-cyclostationnaires.

## 2. HYPOTHESES ET FORMULATION DU PROBLEME

On considère une antenne à bande étroite (BE) et à  $N$  capteurs et l'on note  $\mathbf{x}(t)$  le vecteur des enveloppes complexes des signaux reçus par les capteurs. On suppose que chaque capteur reçoit un mélange instantané et bruité de  $P$  sources à

## ABSTRACT

Most of higher order (HO) blind source separation methods developed during the last decade aim at blindly separating statistically independent sources, assumed stationary and ergodic. However, in many situations of practical interest, the received sources are (quasi)-cyclostationary (digital radiocommunications) and one may wonder whether the performance of the previous HO blind source separators may be modified by the potential non stationarity of the received sources. The purpose of the paper is precisely to give some answers to this question through the analysis of the 4-th order cumulants estimators behaviour in the presence of (quasi)-cyclostationary sources.

BE, centrées, (quasi)-cyclostationnaires et statistiquement indépendantes. Sous ces hypothèses, le vecteur observation  $\mathbf{x}(t)$  s'écrit

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^P m_i(t) e^{j(\Delta\omega_i t + \phi_i)} \mathbf{a}_i + \mathbf{b}(t) = \mathbf{A} \mathbf{m}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{b}(t)$  est le vecteur bruit, supposé centré, stationnaire, Gaussien et blanc spatialement,  $m_i(t)$ ,  $\Delta\omega_i$ ,  $\phi_i$  et  $\mathbf{a}_i$  correspondent respectivement à l'enveloppe complexe, au résidu de porteuse, à la phase et au vecteur directeur de la source  $i$ ,  $\mathbf{m}(t)$  est le vecteur dont les composantes sont les signaux  $m_i(t) \exp[j(\Delta\omega_i t + \phi_i)]$  et  $\mathbf{A}$  est la matrice de dimension  $(N \times P)$  dont les colonnes sont les  $\mathbf{a}_i$ .

Sous les hypothèses précédentes, la matrice de corrélation des observations,  $R_x(t) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^\dagger]$ , s'écrit

$$R_x(t) = \mathbf{A} R_m(t) \mathbf{A}^\dagger + \eta_2 \mathbf{I} \quad (2.2)$$

où  $^\dagger$  signifie transposé conjugué,  $\eta_2$  est la puissance moyenne du bruit par capteur,  $\mathbf{I}$  est la matrice identité et  $R_m(t) = E[\mathbf{m}(t)\mathbf{m}(t)^\dagger]$  est la matrice de corrélation du vecteur  $\mathbf{m}(t)$ . Les statistiques d'ordre quatre des observations sont caractérisées par la quadricovariance  $Q_x(t)$  dont les éléments,  $Q_x(i, j, k, l)(t) \triangleq \text{Cum}(x_i(t), x_j(t)^*, x_k(t)^*, x_l(t))$ , sont les cumulants d'ordre quatre du vecteur  $\mathbf{x}(t)$  et définie par

$$Q_x(t) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*) Q_m(t) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)^\dagger \quad (2.3)$$

où  $Q_m(t)$  est la quadricovariance du vecteur  $\mathbf{m}(t)$  et où  $\otimes$  correspond au produit de Kronecker.

*Ce travail a été partiellement financé par la DRET*

Sous les hypothèses précédentes, bien qu'en présence de sources (quasi)-cyclostationnaires il puisse être avantageux d'utiliser des structures de filtrage d'antenne Poly-Périodiques (PP) et Linéaires au Sens Large (LSL) [12], le problème de séparation de sources posé dans ce papier consiste à mettre en oeuvre, en aveugle, un séparateur Linéaire et Invariant dans le Temps (IT),  $W$ , de dimension  $(N \times P)$ , générant, à chaque instant  $t$ , le vecteur  $\mathbf{y}(t)=W^\dagger \mathbf{x}(t)$ , de dimension  $P$ , correspondant, à une matrice diagonale  $\Lambda$  et à une matrice de permutation  $\Pi$  près, à une estimée du vecteur  $\mathbf{m}(t)$ .

### 3. SEPARATION AVEUGLE DE SOURCES (QUASI)-CYCLOSTATIONNAIRES

#### 3.1 Philosophies possibles

Pour des observations (quasi)-cyclostationnaires, les matrices (2.2) et (2.3), PP, admettent une décomposition en série de Fourier faisant apparaître les fréquences cycliques des observations. L'exploitation de l'information contenue dans toutes les fréquences cycliques des observations dans le but de séparer, en aveugle, des sources (quasi)-cyclostationnaires peut s'avérer très avantageuse dans certaines situations, comme cela est présenté dans [13]. Toutefois, pour des raisons particulières telles que la complexité de mise en oeuvre, on peut préférer utiliser, y compris en contexte (quasi)-cyclostationnaire, les méthodes classiques de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs, telles que celles introduites dans [3-5], démarche adoptée dans ce papier. Ces méthodes, développées pour des sources stationnaires, ne visent à exploiter, pour des sources (quasi)-cyclostationnaires, que l'information contenue dans la fréquence cyclique zéro des matrices  $R_x(t)$  et  $Q_x(t)$ , c'est-à-dire dans les moyennes temporelles  $R_x = \langle R_x(t) \rangle$  et  $Q_x = \langle Q_x(t) \rangle$  des matrices respectivement  $R_x(t)$  et  $Q_x(t)$ . Ces matrices,  $R_x$  et  $Q_x$ , sont définies respectivement par (2.2) et (2.3) où  $R_m(t)$  et  $Q_m(t)$  sont remplacées par leur moyenne temporelle notée respectivement  $R_m$  et  $Q_m$ . Il est alors évident que l'opération de moyennage temporel préserve la structure algébrique des matrices  $R_x(t)$  et  $Q_x(t)$  et en particulier l'indépendance statistique aux ordres 2 et 4 des sources ( $R_m$  est encore diagonale et les seuls éléments non nuls de  $Q_m$  sont les coefficients  $Q_m[i, i, i, i]$ ,  $1 \leq i \leq P$ ).

#### 3.2 Estimation des statistiques des observations

Il est bien connu que pour des observations centrées, stationnaires et ergodiques, les estimateurs classiques des cumulants d'ordre 2 et 4 de ces observations génèrent, asymptotiquement, des estimées non biaisées de ceux-ci, dont la variance tend vers zéro lorsque le nombre d'échantillons croît. Cependant, pour des observations (quasi)-cyclostationnaires et cyclo-ergodiques, on peut se demander si ces estimateurs classiques de cumulant d'ordre 2 et 4 continuent de générer asymptotiquement des estimées non biaisées des moyennes temporelles des statistiques des observations (lesquelles correspondent aux statistiques elles-mêmes pour des observations stationnaires). La réponse à cette question a été donnée récemment dans [14]. Elle est positive pour les cumulants d'ordre 2 mais généralement négative pour les cumulants d'ordre 4. Plus précisément, en notant  $R_x^\alpha(i, j)$ ,  $C_x^\beta(i, j)$  et  $M_x^\gamma(i, j, k, l)$  les coefficients

associés aux fréquences cycliques respectivement  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  dans la décomposition en série de Fourier respectivement de  $R_x(i, j)(t) = E[x_i(t)x_j(t)^*]$ ,  $C_x(i, j)(t) = E[x_i(t)x_j(t)]$  et  $M_x(i, j, k, l)(t) = E[x_i(t)x_j(t)^* x_k(t)^* x_l(t)]$ , il est montré dans [14] que

$$Q_x(i, j, k, l) = M_x^0(i, j, k, l) - \sum_{\alpha} R_x^\alpha(i, j) R_x^{-\alpha}(l, k) - \sum_{\alpha} R_x^\alpha(i, k) R_x^{-\alpha}(l, j) - \sum_{\beta} C_x^\beta(i, l) C_x^\beta(j, k)^* \quad (3.1)$$

alors que les estimateurs classiques de cumulant d'ordre 4 génèrent asymptotiquement un cumulant apparent  $Q_{xa}(i, j, k, l)$  donné par

$$Q_{xa}(i, j, k, l) = M_x^0(i, j, k, l) - R_x^0(i, j) R_x^0(l, k) - R_x^0(i, k) R_x^0(l, j) - C_x^0(i, l) C_x^0(j, k)^* \quad (3.2)$$

En comparant (3.1) et (3.2), on déduit que pour des observations (quasi)-cyclostationnaires, les estimateurs classiques de cumulant d'ordre 4 ne génèrent pas, dans le cas général, la vraie moyenne temporelle,  $Q_x$ , de la matrice de quadricovariance  $Q_x(t)$ , mais une moyenne apparente  $Q_{xa}$ . Ainsi, les estimateurs classiques de cumulant d'ordre 4 modifient la moyenne temporelle aussi bien des autocumulants que des cumulants croisés des observations, ce qui doit être pris en compte dans l'analyse des performances des séparateurs aveugles [3-5] en présence de sources (quasi)-cyclostationnaires et ce qui peut engendrer quelques résultats surprenants comme cela va apparaître dans les paragraphes qui suivent.

#### 3.3 Séparateurs aveugles classiques aux OS

Rappelons brièvement que les séparateurs aveugles indirects aux OS présentés dans [3-5] visent à séparer les sources reçues, supposées statistiquement indépendantes, à partir d'une étape préalable d'identification en aveugle des vecteurs directeurs, laquelle requiert une étape dite de blanchiment des données dont le but est d'orthonormaliser ces vecteurs directeurs de manière à chercher à les identifier sous forme d'une matrice unitaire  $U$ . Si on note  $\mathbf{z}(t)$  le vecteur des observations  $\mathbf{x}(t)$  blanchies, la matrice unitaire  $U$  cherchée optimise, pour les séparateurs [3-5], un contraste dépendant de la méthode choisie et théoriquement fonction des éléments de la moyenne temporelle,  $Q_z$ , de la quadricovariance de  $\mathbf{z}(t)$ . Cependant, en pratique, compte tenu des résultats précédents, le contraste optimisé par les séparateurs [3-5] est fonction des éléments de la matrice  $Q_{za}$ , moyenne temporelle apparente de la quadricovariance de  $\mathbf{z}(t)$ . On peut vérifier que l'opération de moyennage temporel apparent conserve la multilinéarité et on obtient

$$Q_{z(a)} = (A \otimes A^*) Q_{m'(a)} (A \otimes A^*)^\dagger \quad (3.3)$$

où  $A$  est la matrice unitaire  $(P \times P)$  des vecteurs directeurs blanchis et où  $Q_{m'}$  et  $Q_{m'a}$  correspondent aux moyennes temporelles respectivement vraie et apparente de la quadricovariance du vecteur  $\mathbf{m}'(t)$  des signaux  $m_i(t) \exp[j(\Delta\omega_i t + \phi_i)]$ ,  $1 \leq i \leq P$ , normalisés. Ainsi, les performances des séparateurs [3-5] en contexte (quasi)-cyclostationnaire sont directement conditionnées par la structure de  $Q_{m'a}$  et plus

précisément par la valeur, idéalement nulle, des termes autres que les termes  $Q_{m'a}(i, i, i, i)$  relativement à ces derniers.

#### 4. STRUCTURE DE $Q_{m'a}$ DANS LE CAS DE 2 SOURCES (QUASI)-CYCLOSTATIONNAIRES

Dans ce paragraphe, la structure de la matrice  $Q_{m'a}$  est analysée dans le cas de deux sources centrées, (quasi)-cyclostationnaires et statistiquement indépendantes.

##### 4.1 Cas général

Dans le cas de 2 sources, les matrices  $Q_m'$  et  $Q_{m'a}$  sont de dimension (4 x 4) et comportent 16 éléments. Toutefois, les symétries particulières de ces matrices sont telles que ceux-ci se déduisent de seulement 6 d'entre eux, correspondant aux 2 éléments respectivement (1, 1, 1, 1) et (2, 2, 2, 2) (moyenne temporelle vraie ou apparente des autocumulants normalisés) ainsi qu'aux 4 éléments respectivement (1, 1, 1, 2), (1, 2, 2, 2), (1, 1, 2, 2) et (1, 2, 2, 1) (moyenne temporelle vraie ou apparente des cumulants croisés). Pour cette raison, on ne considère dans la suite que ces 6 éléments.

Pour des sources centrées et statistiquement indépendantes, tous les éléments autres que les éléments (1, 1, 1, 1) et (2, 2, 2, 2) de la matrice  $Q_m'$  sont nuls alors que seuls les éléments déduits des éléments (1, 1, 1, 2) et (1, 2, 2, 2) de la matrice  $Q_{m'a}$  sont assurément nuls. Les 4 autres éléments de référence de la matrice  $Q_{m'a}$  s'écrivent alors

$$Q_{m'a}(i, i, i, i) = \langle E[|m_i'(t)|^4] \rangle - 2\langle E[|m_i'(t)|^2]^2 \rangle - \langle E[m_i'(t)^2] e^{j2\Delta\omega_i t} \rangle^2 \quad (4.1)$$

$$Q_{m'a}(1, 1, 2, 2) = \langle E[|m_1'(t)|^2] E[|m_2'(t)|^2] \rangle - \langle E[m_1'(t)^2] \rangle \langle E[m_2'(t)^2] \rangle \quad (4.2)$$

$$Q_{m'a}(1, 2, 2, 1) = \{ \langle E[m_1'(t)^2] E[m_2'(t)^2]^* e^{j2(\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2)t} \rangle - \langle E[m_1'(t)^2] e^{j2\Delta\omega_1 t} \rangle \langle E[m_2'(t)^2]^* e^{-j2\Delta\omega_2 t} \rangle \} e^{j2(\phi_1 - \phi_2)} \quad (4.3)$$

où  $m_i'(t)$ ,  $1 \leq i \leq 2$ , correspond à l'enveloppe complexe normalisée de la source  $i$ . Ainsi lorsque les expressions (4.2) ou (4.3) ne s'annulent pas, les 2 sources (quasi)-cyclostationnaires, centrées et statistiquement indépendantes deviennent *apparemment* corrélées à l'ordre 4 [15] et sont vues comme tel par les séparateurs classiques [3-5].

##### 4.2 Cas de sources modulées linéairement

###### 4.2.1 Cas général

Dans le but d'analyser dans le détail les conditions de corrélations apparentes à l'ordre 4 de 2 sources statistiquement indépendantes, considérons le cas de 2 sources modulées linéairement et d'enveloppes complexes normalisées données par

$$m_i'(t) = \sum_n a_{in} v_i(t - t_i - nT_i) \quad (4.4)$$

où, pour chaque source  $i$  ( $1 \leq i \leq 2$ ), les symboles associés  $a_{in}$  sont des variables aléatoires i.i.d et statistiquement indépendants des symboles  $a_{jk}$  ( $j \neq i$ ) et où  $t_i$ ,  $T_i$  et  $v_i(t)$  correspondent respectivement à l'instant initial, à la durée symbole et à la fonction de mise en forme (à valeurs réelles) de la source  $i$  telle que  $\langle E[|m_i'(t)|^2] \rangle = 1$ .

Sous les hypothèses précédentes, les moyennes temporelles vraies et apparentes de l'autocumulant de  $m_i'(t)$

sont données respectivement par (4.5) et (4.6) alors que les expressions (4.2) et (4.3) se transforment en (4.7) et (4.8)

$$Q_{m'}(i, i, i, i) = \text{cum}[a_i, a_i^*, a_i^*, a_i] \sum_n \langle v_i(t - t_i - nT_i)^4 \rangle \quad (4.5)$$

$$Q_{m'a}(i, i, i, i) = E[|a_i|^4] \sum_n \langle v_i(t - t_i - nT_i)^4 \rangle + (2E[|a_i|^2]^2 + |E[a_i^2]|^2) \sum_{n \neq p} \langle v_i(t - t_i - nT_i)^2 v_i(t - t_i - pT_i)^2 \rangle - 2E[|a_i|^2]^2 \left( \sum_n \langle v_i(t - t_i - nT_i)^2 \rangle \right)^2 - |E[a_i^2]|^2 \left| \sum_n \langle v_i(t - t_i - nT_i)^2 e^{j2\Delta\omega_i t} \rangle \right|^2 \quad (4.6)$$

$$Q_{m'a}(1, 1, 2, 2) = E[|a_1|^2] E[|a_2|^2] \times \left\{ \sum_{n,p} \langle v_1(t - t_1 - nT_1)^2 v_2(t - t_2 - pT_2)^2 \rangle - \langle v_1(t - t_1 - nT_1)^2 \rangle \langle v_2(t - t_2 - nT_2)^2 \rangle \right\} \quad (4.7)$$

$$Q_{m'a}(1, 2, 2, 1) = E[a_1^2] E[a_2^2]^* \times \left\{ \sum_{n,p} \langle v_1(t - t_1 - nT_1)^2 v_2(t - t_2 - pT_2)^2 e^{j2(\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2)t} \rangle - \langle v_1(t - t_1 - nT_1)^2 e^{j2\Delta\omega_1 t} \rangle \langle v_2(t - t_2 - nT_2)^2 e^{-j2\Delta\omega_2 t} \rangle \right\} e^{j2(\phi_1 - \phi_2)} \quad (4.8)$$

La comparaison des expressions (4.5) et (4.6) montre que dans le cas général de sources modulées linéairement,  $Q_{m'a}(i, i, i, i) \neq Q_{m'}(i, i, i, i)$ . En outre, la non annulation des expressions (4.7) ou (4.8) explicite les conditions que doivent vérifier les fonctions de mise en forme et les constellations des 2 modulations pour qu'apparaisse une corrélation apparente à l'ordre 4 entre les sources. En particulier, la non annulation de l'expression (4.8) nécessite la non circularité des deux modulations.

###### 4.2.2 Cas des modulations non filtrées

Si l'on considère le cas des modulations non filtrées, pour lesquelles la fonction  $v_i(t)$  vaut  $1/E[|a_i|^2]^{1/2}$  si  $0 \leq t \leq T_i$  et 0 sinon, les expressions (4.5) à (4.8) deviennent

$$Q_{m'}(i, i, i, i) = \text{cum}[a_i, a_i^*, a_i^*, a_i] / E[|a_i|^2]^2 \triangleq c_i \quad (4.9)$$

$$Q_{m'a}(i, i, i, i) = c_i + [1 - \delta(\Delta\omega_i)] |E[a_i^2]|^2 / E[|a_i|^2]^2 \quad (4.10)$$

$$Q_{m'a}(1, 1, 2, 2) = 0 \quad (4.11)$$

$$Q_{m'a}(1, 2, 2, 1) = [1 - \delta(\Delta\omega_2)] [1 - \delta(\Delta\omega_1)] \delta(\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2) \times E[a_1^2] E[a_2^2]^* e^{j2(\phi_1 - \phi_2)} / E[|a_1|^2] E[|a_2|^2] \quad (4.12)$$

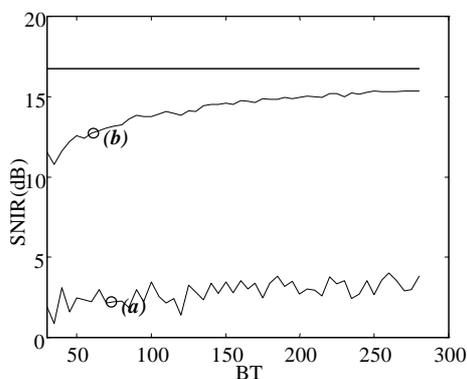
où  $\delta$  est le symbole de Kronecker tel que  $\delta(x) = 1$  si  $x = 0$  et  $\delta(x) = 0$  sinon. L'expression (4.10) montre que  $Q_{m'a}(i, i, i, i) \neq Q_{m'}(i, i, i, i)$  pour des sources  $i$  non circulaires avec résidu de porteuse non nul. En outre, l'expression (4.12) indique que deux sources statistiquement indépendantes, modulées linéairement, non filtrées, non circulaires et ayant un résidu de porteuse identique et non nul présentent une corrélation apparente à l'ordre 4.

En particulier, dans les conditions précédentes, deux sources BPSK, caractérisées par des éléments  $Q_{m'}(i, i, i, i)$ ,  $1 \leq i \leq P$ , égaux à  $-2$ , génèrent des éléments  $Q_{m'a}(i, i, i, i)$  et  $Q_{m'a}(1, 2, 2, 1)$  égaux respectivement à  $-1$  et  $e^{j2(\phi_1 - \phi_2)}$ . En conséquence, ces sources engendrent un coefficient de corrélation apparent à l'ordre 4 associé à l'indice 1221, noté

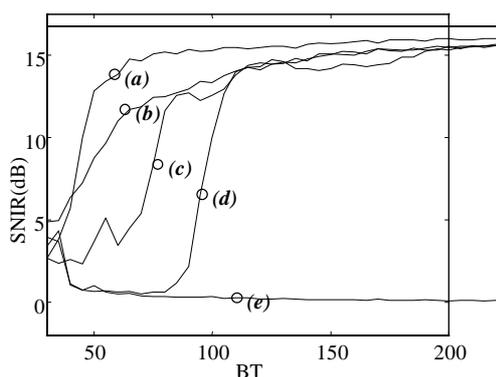
$\rho_{4a}[1221]$ , dont le module est maximal et égal à 1, où  $\rho_{4a}[1221]$  est défini par le quotient entre  $Q_{m'a}(1, 2, 2, 1)$  et le produit des racines carrées des termes  $Q_{m'a}(1, 1, 1, 1)$  et  $Q_{m'a}(2, 2, 2, 2)$ . En conséquence, ces deux sources BPSK, devenues apparemment très corrélées à l'ordre 4 [15], ne peuvent être convenablement séparées par les séparateurs classiques [3-5] en dépit de leur indépendance statistique, comme cela est illustré au paragraphe suivant.

### 5. PERFORMANCES DES SEPARATEURS EN CONTEXTE CYCLOSTATIONNAIRE

Dans le paragraphe précédent, les conditions d'obtention d'une corrélation apparente à l'ordre 4 entre 2 sources statistiquement indépendantes ont été établies. Toutefois, les performances des séparateurs aveugles classiques aux OS sont directement liées à la valeur du module des coefficients de corrélation apparent à l'ordre 4 associés aux indices 1122 et 1221 [15]. En effet, lorsque le module de ces coefficients reste faible, la séparation des sources n'est que très peu perturbée alors qu'elle devient très délicate lorsque le module de ces coefficients avoisine 1.



**Fig.1** - SINRM en sortie de JADE en fonction de  $K$ ,  $N = 5$ ,  $P = 2$ ,  $SNR = 10$  dB,  $\theta_1 = 50^\circ$ ,  $\theta_2 = 100^\circ$ , BPSK NF,  $\Delta f_1 = \Delta f_2 = 0.1$ , (a) stat. apparentes, (b) stat. vraies



**Fig.2** - SINRM en sortie de JADE en fonction de  $K$ ,  $N = 5$ ,  $P = 2$ ,  $SNR = 10$  dB,  $\theta_1 = 50^\circ$ ,  $\theta_2 = 100^\circ$ , BPSK Nyq  $\Delta f_1 = 0.1$ , (a) vraies  $\Delta f_2 = 0.1$ , (b) ap.  $\Delta f_2 = 0$ , (c) ap.  $\Delta f_2 = 0.115$ , (d) ap.  $\Delta f_2 = 0, 105$ , (e) ap.  $\Delta f_2 = 0, 1$

Les résultats précédents sont illustrés sur les figures 1 et 2 qui montrent, pour 2 sources BPSK indépendantes respectivement non filtrées et filtrées Nyquist, l'évolution des SINRM (rapport signal sur bruit plus interférence maximale) [6-7] des sources (moyennés sur 200 réalisations) en sortie du séparateur JADE [3] en fonction du nombre d'échantillons de bruit indépendants  $K$  (ou BT), lorsque les sources sont

suréchantillonnées d'un facteur 10 et de même SNR. Ces courbes confirment les résultats précédents. Notons en particulier le ralentissement de la convergence du SINRM en sortie de JADE lorsque  $\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2 (= 2\pi(\Delta f_1 - \Delta f_2))$  diminue.

### 6. CONCLUSION

L'utilisation des estimateurs classiques de cumulants d'ordre 4 en contexte cyclostationnaire peut aboutir, dans des cas certes rares, à la non séparation, par les séparateurs aveugles classiques aux OS [3-5], de sources pourtant statistiquement indépendantes, à cause de la non prise en compte de l'information contenue dans les fréquences cycliques non nulles des observations. Ce résultat montre ainsi toute l'importance du choix des estimateurs de cumulants d'ordre 4 dans le contexte de la séparation aveugle aux OS de sources cyclostationnaires.

### REFERENCES

- [1] C. JUTTEN, J. HERAULT, "Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture", *Signal Processing*, Vol 24, pp 1-10, 1991.
- [2] J.L. LACOUME, P. RUIZ, "Separation of independent sources from correlated inputs", *IEEE Trans. on Sign. Proc.*, pp. 3074-3078, Vol 40, N°12, Dec. 1992.
- [3] J.F. CARDOSO, A. SOULOUMIAC, "Blind Beamforming for Non Gaussian Signals", *IEE Proc-F*, Vol 140, N°6, pp 362-370, Dec 1993.
- [4] P. COMON, "Independent Component Analysis", *Signal Processing*, Vol 36, N°3, Special Issue On Higher Order Statistics, pp 287-314, Apr. 1994.
- [5] P. COMON, E. MOREAU, "Improved Contrast dedicated to Blind Separation in Communications", *Proc. ICASSP*, Munich (Germany), pp 3453-3456, Apr. 1997.
- [6] P. CHEVALIER, "Une technique prometteuse: la séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs", *Actes de la Journée SEE sur les antennes à traitement du signal*, pp 137-145, Paris (ENST), Mai 1995.
- [7] P. CHEVALIER, "On the Performance of Higher Order Blind Source Separation Methods", *Proc. IEEE ATHOS Workshop on Higher Order Stat.*, Begur (Spain), pp 30-34, June 1995.
- [8] P. CHEVALIER, "Performances des séparateurs aveugles de sources aux ordres supérieurs", *Proc. 15ème GRETSI*, Juan-les-Pins (France), pp. 297-300, Sept. 1995.
- [9] P. COMON, P. CHEVALIER, V. CAPDEVIELLE, "Performance of Contrast-Based Blind Source Separation", *IEEE SP Workshop on SP Advances in Wireless Communications*, SPAWC, Paris, pp 345-349, April 1997.
- [10] V. CAPDEVIELLE, P. CHEVALIER, P. CALVARY, P. COMON, "Comparaison des performances de plusieurs méthodes de séparation aveugle de sources aux ordres supérieurs", *16ème GRETSI*, Grenoble (France), Sept. 1997
- [11] E. CHAUMETTE, P. COMON, D. MULLER, "An ICA-based technique for radiating sources estimation: application to airport surveillance", *IEE Proc. - Part F*, Vol 140, N°6, pp. 395-401, Dec. 1993.
- [12] P. CHEVALIER, A. MAURICE, "Constrained Beamforming for Cyclostationary Signals", *Proc. ICASSP*, Munich (Germany), pp 3789-3792, Apr. 1997.
- [13] A. FERREOL, P. CHEVALIER, "Higher Order Blind Source Separation using the Cyclostationarity Property of the Signals", *ICASSP*, Munich, pp 4061-4064, Apr. 1997.
- [14] P. MARCHAND, D. BOITEAU, "Higher Order Statistics for QAM Signals : A Comparison between cyclic and stationary representations", *EUSIPCO*, Trieste, pp 1531-1534, Sep 1996
- [15] P. CHEVALIER, V. CAPDEVIELLE, P. COMON, "Behaviour of HO blind source separation methods in the presence of cyclostationary correlated multipaths", *IEEE SP Workshop on HOS*, Alberta (Canada), July 1997.