EXEMPLES SIMPLES DE TRAITEMENTS A ETUDIER

Pierre FUERXER

DIRECTION DES RECHERCHES
ÉTUDES ET TECHNIQUES

26, boulevard Victor - 75996 PARIS ARMÉES

Cet article cherche à identifier les domaines dans lesquels orienter les recherches en traitement de signal. Il montre d'abord sur des exemples simples l'absence d'outils mathématiques adaptés à certains problèmes pratiques. Il expose ensuite une méthode de travail et l'illustre au travers de problèmes classiques : soustraction de bruit, goniométrie haute résolution à large bande, recherche de signaux modulés linéairement en fréquence. Enfin, il suggère l'étude d'idées neuves ; techniques utilisées en télécommunication, calcul direct de la vraisemblance d'une représentation, prise en compte de la connaissance a priori et des informations obtenues au cours des périodes d'analyse précédentes. Le traitement de signal ne devrait-il pas aller jusqu'à proposer plusieurs interprétations également vraisemblables ?

This paper sets out new orientations for signal processing. First of all, it shows on simple examples, the lack of mathematical tools matched to some kinds of practical problems. Later, it gives a working method illustrated by current problems: noise cancellation, high resolution direction finding, chirp detection. Finally, the study of new ideas: telecommunication techniques, direct estimation of the likelyhood of a resolution, utilisation of a priori informations on results of previous time period. Shouldn't signal processing propose several interpretations equally credible ?

Exemples simples de traitements à étudier

Le traitement de signal devient une science de plus en plus complexe. Les chercheurs tentent de mettre au point des méthodes de plus en plus performantes, parfois très difficiles à mettre en oeuvre sur les ordinateurs modernes, et de ce fait peu utilisées. On pourrait en déduire qu'il n'est plus possible d'apporter au traitement de signal une contribution originale. Il n'en est rien, car de nombreux domaines ne sont que très peu étudiés bien qu'ils soient d'un grand intérêt pratique. Je voudrais, après avoir tenté d'analyser les raison de cette situation, vous proposer quelques axes de recherche dans lesquels il est possible de trouver des thèmes à la fois simples et nouveaux.

I - LES CAUSES DE LA SITUATION ACTUELLE.

Même si on peut être légitimement fier des résultats obtenus depuis vingt cinq ans, il faut admettre qu'il reste beaucoup à faire. Le traitement de signal utilise aujourd'hui un nombre très limité d'outils théoriques qui ne permettent pas d'analyser complètement l'enble problèmes concrets. Pour illustrer ce manque d'outils théoriques, je prendrai un exemple simple. Supposons que nous voulions étudier une porteuse haute fréquence modulée en phase par un signal numérique pseudo-aléatoire. Nous allons commencer par faire une analyse de spectre. Il y a de grandes chances pour que nous l'assimilions alors à un bruit large bande aléatoire et gaussien alors qu'il s'agit d'un message numérique et que par simple élévation au carré du signal nous puissions faire apparaître la fréquence double de la porteuse modulée.

Une autre méthode de mesure adaptée à ce type de signaux permettrait de la représenter plus finement. Cet exemple vous paraît sans doute trop simple ? Etes-vous sûr que vous parviendriez à identifier les paramètres d'un faisceau hertzien modulé en fréquence par un multiplex téléphonique analogique sans le démodulateur adapté ? Pourriez-vous affirmer au vu de quelques résultats de mesure q'un signal ne contient pas d'information? Ne faut-il pas alors chercher de nouvelles méthodes d'analyse des signaux capables de mettre en lumière d'autres caractéristiques que le spectre ?

Ce manque d'outils limite très sérieusement le nombre de problèmes dont l'étude est possible et bien souvent nous acceptons de ne considérer que ceux-là. Supposons, par exemple, que nous ayons étudié complètement le comportement d'un code correcteur d'erreurs de transmission, en présence d'erreurs aléatoires.

Au cours des essais, nous constatons que le taux d'erreur de la liaison réelle est bien identique au taux spécifié dans l'étude du code correcteur, mais que les configurations d'erreurs sont différentes. Au lieu d'apparaître aléatoirement, celles-ci sont groupées par paquets, ce qui a pour effet de perturber le fonctionnement de l'appareil. Qu'il est alors tentant de corriger la nature et de rendre l'arrivée des erreurs aléatoires en entrelaçant les bits du code! Se ramener au seul problème étudié théoriquement est une solution simple. Est-ce une raison pour oublier que dans ce cas le traitement n'est plus optimal, et qu'il faudrait mettre au point des outils mathématiques adaptés à l'étude de cette liaison ?

Les outils les plus puissants apparaissent alors comme les plus dangereux. Il en est ainsi des théories d'analyse spectrale haute résolution. En acoustique sous-marine, leur application à la localisation de bruiteurs est bien connue. Sans entrer dans les détails et chercher à déterminer les mérites relatifs des différentes techniques, je veux faire remarquer qu'elles cherchent à représenter de la meilleure façon possible l'énergie reçue sur l'antenne à l'aide d'un nombre minimal de sources. Pourquoi seraient-elles alors optimales pour résoudre un autre problème ; la mesure du gisement des bruiteurs ? En fait, le contraire a été indirectement démontré par Bienvenu et Kopp. En effet, l'application de cette méthode sur des macrocapteurs ou après formation de voies, représente moins bien les signaux reçus mais donne de meilleurs résultats en localisation de bruiteurs. En fin de compte, on ne peut juger un traitement de signal qu'au vu des performances globales du système. Pour un sonar passif ce sera la probabilité de détection et la variance des mesures angulaires associées. En télécommunications, ce sera le taux d'erreur observé à la sortie du récepteur. L'adoption de cette définition globale du traitement de signal oblige à repenser entièrement l'optimisation des fonctions élémentaires, notamment pour deux raisons : les algorithmes ne doivent plus être jugés qu'en fonction de leur influence sur la chaîne de traitement de signal ; le plus souvent les critères globaux de performances n'existent pas ou dépendent de considérations opérationnelles pour lesquelles aucune modélisation mathématique n'existe.

II. - LES METHODES A METTRE EN OEUVRE.

Pour aborder efficacement l'étude des systèmes de traitement de signal, il est nécessaire de créer de nouveaux outils mathématiques. L'identification des besoins et la définition des recherches à entreprendre ne peut résulter que de deux démarches complémentaires : la critique des méthodes connues et leur transposition à des domaines nouveaux.

2.1. - La mise en doute des résultats acquis.

Une méthode simple pour trouver les limitations des méthodes actuelles est de faire la chasse aux hypothèses implicites. Ainsi, l'indépendance des sources n'entraîne absolument pas que leur intercorrélation observée sur une durée finie soit nulle. C'est pourtant un résultat souvent utilisé. La présence de cette hypothèse non justifiée impose de reformuler immédiatement le problème en d'autres termes et conduit à de nouveaux développement théoriques. A titre d'exemple, regardons de plus près ce qui se passe dans un soustracteur de bruit lorsque la référence bruit seul est polluée par un signal parasite. Plaçons nous, dans un premier temps, dans le cas classique ou la référence est non bruitée et supposons que l'on dispose de deux signaux :

$$E(t) = K.S(t) + B(t)$$
$$R(t) = S(t)$$

Le problème consiste à évaluer le rapport k. Pour cela nous faisons à chaque instant une mesure élémentaire :

$$K_i = \frac{E_i}{R_i} = K + \frac{B_i}{R_i}$$

l'écart type de chaque mesure est inversement proportionnel à R_i. Si le bruit est supposé blanc et gaussien, la combinaison optimale des résultats est alors :

$$\hat{K} = \frac{\Sigma\, E_i . R_i}{\Sigma\, R_i^2}$$

Que devient ce résultat classique lorsque la réplique n'est connue qu'imparfaitement ?

Posons :

$$R'(t) = S(t) + B'(t)$$

Il est possible de procéder de la même façon et d'estimer pour chaque couple de valeurs R_i et E_i la fonction de répartition de k et l'écart type . Si nous nous plaçons dans le cas le plus simple ou tous les signaux sont blancs aléatoires et gaussiens, cet écart type sera fonction de R'_i et E_i, mais aussi du rapport signal à bruit de la réplique et la mesure k_i devra être corrigée par un terme :

$$\alpha\,(R'_i, E_i)$$

La combinaison optimale des mesures sera alors :

$$\hat{K} = \frac{\Sigma\, \dfrac{\alpha(R'_i, E_i)}{\sigma^2(R'_i, E_i)}\, K_i}{\Sigma\, \dfrac{1}{\sigma^2(R'_i, E_i)}}$$

avec :

$$K_i = \frac{E_i}{R_i}$$

L'écart type σ sera d'autant plus grand que R' est petit. Que donnerait une application pratique ? Supposons à titre d'exemple un biais négligeable et prenons pour σ une fonction paire très simple :

$$\sigma = \frac{1}{(R')^2}$$

Alors l'expression de la valeur optimale de k devient :

$$\hat{K} = \frac{\Sigma\, R_i^3\, E_i}{\Sigma\, R_i^4}$$

Ce résultat est très voisin de la formule empirique proposée par J HERAULT à laquelle il serait sans doute facile par ce biais de donner une base théorique sérieuse.

A partir du moment où on ne donne plus aux aspects énergétiques le rôle prépondérant, on découvre de nouveaux problèmes à étudier, par exemple toutes les décompositions en signaux non orthogonaux. C'est un travail que nous sommes habitués à faire sous le nom d'analyse spectrale haute résolution. Des fréquences trop proches pour être séparées par filtrage pendant la durée de la fenêtre d'analyse sont bien des signaux non orthogonaux. La dépendance des vecteurs de base admise, nous pouvons nous intéresser à de nombreuses représentations nouvelles. Dans le cas des télécommunications numériques déjà citées, une base de décomposition possible est constituée par les séquences pseudo-orthogonales générées par des codes cycliques. Par ailleurs, la théorie des ondelettes peut apporter beaucoup dans les problèmes de déconvolution.

Toutes ces méthodes ne peuvent fournir de meilleurs résultats que si l'on dispose d'informations a priori sur les signaux à traiter. En effet, tout système présente les mêmes réponses pour un ensemble infini de signaux, indiscernables par la méthode d'analyse employée. Dans un premier temps, et quel que soit le traitement adopté, tous les signaux identiquement nuls pendant la fenêtre d'analyse contribuent à cette ambiguïté. Ensuite, il faut prendre en compte cas par cas les signaux indiscernables du bruit. Si l'algorithme adopté minimise la valeur quadratique moyenne de l'erreur entre le signal observé et le modèle, la présence de signaux non nuls ne modifiant pas cette valeur ne pourra être décelée.

Il en résulte que tout traitement de signal conduit à des résultats ambigüs. Pour diminuer cette ambiguïté, c'est-à-dire améliorer les performances du système, il faudra chercher d'une part à améliorer notre connaisssance des signaux et des bruits et d'autre part inventer de nouvelles méthodes d'analyse conduisant à d'autres types d'ambiguïtés.

Le premier objectif des recherches doit donc être d'améliorer notre connaissance des signaux. Pour les télécommunications, le point clé est l'influence des fluctuations de propagation sur les ondes radioélectriques. En détection il faudrait y ajouter la connaissance des cibles ; surfaces équivalentes en RADAR, bruits propres en SONAR passif. L'objectif serait d'identifier tout ce qui caractérise les signaux à traiter et en particulier ce qui les différencie des modèles théoriques actuels.

Cette tâche n'est certainement pas la plus facile. Elle s'apparente d'un certain point de vue au décryptement d'un message. Une suite d'informations numériques chiffrée ressemble à un signal aléatoire. Trouver le code qui a transformé le message en cette suite inintelligible n'est pas simple. C'est encore moins facile quand on ignore même si elle contient une information. L'étude des signaux n'est donc pas une tâche aisée mais elle me semble la condition même du progrès en traitement de signal.

Il serait ainsi possible d'identifier progressivement les domaines dans lesquels les développements théoriques sont les plus nécessaires, et en particulier les critères de discrimination de signaux les plus efficaces. Il semble d'ores et déjà nécessaire de se demander si nous ne pouvons pas perfectionner nos outils théoriques de façon à pouvoir distinguer un bruit blanc aléatoire et gaussien d'un signal déterministe de caractéristiques analogues, tant au point de vue spectral que temporel.

En fin de compte, le traitement de signal devrait pouvoir intégrer toute la connaissance a priori disponible. Ceci suppose qu'il soit tenu compte des modèles des signaux mais aussi des résultats du traitement réalisé sur les fenêtres temporelles précédentes. Les résultats en seront exprimés sous forme probabiliste, chaque information étant accompagnée de sa vraisemblance et de l'écart type des mesures associées. Le traitement pourrait ainsi proposer plusieurs hypothèses à la manière d'un algorithme de Viterbi.

2.2. - Généralisation des méthodes connues.

Appliquer une méthode générale de traitement de signal n'est pas toujours optimal. Se ramener à un problème déjà étudié est cependant, lorsque cela est possible, une méthode particulièrement efficace.

Supposons, par exemple, que nous voulions définir un algorithme de goniométrie "haute résolution" large bande. Dans un premier temps, nous nous plaçons dans le cas le plus simple où les capteurs sont répartis régulièrement sur une droite, à une distance suffisamment faible les uns des autres pour que, par application du théorème d'échantillonnage, nous puissions déterminer le champ produit par l'onde en tout point de cette droite.

Nous connaissons donc, dans un domaine bien défini une fonction :

$$S\ (t,\ x)$$

Comme nous pensons intuitivement généraliser la méthode du goniomètre, nous faisons une analyse spectrale du signal temporel en tout point de l'espace et nous obtenons le spectre de l'onde :

$$F(\omega, x)$$

Nous pouvons représenter cette fonction complexe dans le plan λ, x. Elle devient alors :

$$G(\lambda, x)$$

Pour une onde plane, venant d'une direction nous remarquons qu'elle prend la forme :

$$G(\lambda, x) = A(\lambda)\, e^{2\pi j \frac{x \sin\theta}{\lambda}}$$

Cette fonction est donc constante sur les droites $x/\lambda = ct$. Posons donc :

$$\frac{x}{\lambda} = X$$

La fonction $G(\lambda, x)$ devient :

$$H(\lambda, X) = A(\lambda)\, e^{2\pi j X \sin\theta}$$

Sur des signaux réels, cette fonction sera quelconque, mais on peut assurer que pour une distance X donnée, toujours en faisant l'hypothèse de sources indépendantes, il est possible de calculer, par intégration en fréquence l'équivalent de coefficients inter-spectraux ayant exactement les mêmes propriétés que ceux-ci :

$$\gamma_{ij} = \int H(\lambda, X_i)\, \overline{H}(\lambda, X_j)\, d\lambda$$

Pour appliquer en bande large la méthode du goniomètre, il suffit de calculer les coefficients généralisés γ_{ij} pour n points équidistants.

Si nous revenons à l'espace réel, nous constatons bien évidemment, que l'image des points de l'espace λ, X est pour chaque fréquence un ensemble de points équidistants dont la distance est proportionnelle à λ. On a ainsi fait disparaître l'influence de la longueur d'onde λ sur les déphasages entre capteurs.

Nous avons réussi à appliquer en large bande la méthode du goniomètre. C'est un résultat intéressant, mais qui ne doit pas nous cacher l'existence d'autres solutions. de changement de variable également possibles.

Pour une source correspondant à une onde plane, le retard entre capteurs prend la forme :

$$\tau = \frac{x_i - x_j}{c} \sin\theta$$

Calculons la fonction d'intercorrélation spatio-temporelle :

$$C(\tau, L) = \iint s(t, x)\, \overline{s}(t-\tau, x-L)\, dt\, dx$$

Dans le cas d'une onde plane, cette fonction de corrélation prend la forme suivante :

$$C(\tau, L) = A\left(\tau - \frac{L}{c} \sin\theta\right)$$

Pour se ramener à un cas déjà étudié on peut poser $\tau = (L/c)\,\tau'$. On obtient alors une nouvelle fonction :

$$R(\tau', L) = A\left[\frac{L}{c}\left(\tau' - \sin\theta\right)\right]$$

Pour toutes les valeurs de L cette fonction présente un maximum pour $\tau' = \sin\theta$. Nous pouvons donc chercher les maxima de la fonction :

$$R(\tau') = \int R(\tau', L)\, dL$$

Ceux-ci correspondant aux directions des sources.

L'application directe de toute méthode d'estimation de retards plus performante est possible en introduisant pour chaque couple de capteur un changement de variable :

$$t = \frac{L}{c}\, t'$$

On constitue ainsi un ensemble de couples de signaux possédant tous le même retard entre eux. En fonction de la largeur de bande de la source, ces signaux sont plus ou moins indépendants. La combinaison des mesures élémentaires doit se faire avec prudence, si on ne veut pas dégrader la variance de la mesure finale.

Il est évidemment possible d'utiliser le changement de variable pour étudier d'autres problèmes pratiques. Supposons que nous voulions détecter la présence de signaux modulés linéairement en fréquence de la forme :

$$s(t) = A\, e^{i\, \omega t + \rho t^2 + \varphi}$$

définie sur un segement $[-T, +T]$.

Nous pouvons pour cela calculer la fonction $P(t,\tau)$ définie pour $\tau > 0$:

$$P(t,\tau) = s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \bar{s}\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

On obtient ainsi une fonction définie sur un triangle du plan t, τ. Faisons maintenant le changement de variable :

$$\tau t = t'$$

Nous obtenons une nouvelle fonction Q qui pour la modulation linéaire de fréquence considérée vaut :

$$Q(\tau, t') = A^2\, e^{i 2\omega\tau}\, e^{i 2\rho t'}$$

Il suffit alors de faire l'analyse spectrale de cette fonction pour trouver simultanément les paramètres ω et ρ des signaux recherchés. Il est possible en adoptant une fenêtre de pondération de contrôler les lobes secondaires de cette transformation.

Si l'on change le centre de la fenêtre temporelle d'analyse, le changement de variable est différent. La fréquence centrale sera modifiée de $2\rho t$ comme on pouvait s'y attendre.

Le changement de variable est une méthode très efficace qu'il ne faut pas hésiter à employer, bien que le plus souvent il ne corresponde pas à des opérations linéaires. En fait, le traitement de signal avec la définition globale adoptée est pratiquement toujours non linéaire. Reprenons l'exemple de la goniométrie d'un mobile sous-marin. Nous avons à identifier une courbe dans un espace à deux dimensions, l'angle de gisement et le temps. Le traitement de signal transforme les données d'entrée appartenant à un espace initial ayant au moins deux dimensions, dont le temps, en courbes d'un espace final de représentation dans lequel sont exprimés les résultats. Il n'y a aucune relation linéaire entre les signaux observés et la route, gisement en fonction du temps, qui constitue le résultat final présenté à l'opérateur. Il ne faut donc pas avoir peur des traitement non linéaires.

III.- QUELQUES EXEMPLES SIMPLES DE TRAITEMENTS.

Contrairement aux apparences, il reste dans les chaines de traitement de signal de nombreuses fonctions simples, jugées abusivement comme secondaires ou traditionnellement réalisées en analogique, auxquelles on ne porte pas une attention suffisante. Il est possible de distinguer trois grands axes de recherche.

3.1. - L'étude des fonctions analogiques.

En télécommunications, des méthodes de traitement analogiques élaborées ont été appliquées. L'exemple type est la démodulation de fréquence réalisée par discriminateurs à filtres décalés, discriminateurs de rapport ou oscillateurs asservis, mais jamais par analyse spectrale.

Il serait très intéressant d'étudier les performances que pourraient avoir des traitements analogues par comparaison avec les méthodes d'analyse spectrale paramétriques actuelles.

Une autre fonction analogique est la multiplication de fréquence, qui appliquée dans les amplificateurs d'erreur de fréquence permet de mesurer en une fraction de seconde une fréquence étalon de 1 MHz avec une précision relative meilleure que 10^{-10}. Il existe donc de très bonnes méthodes de traitement étudiées du temps de l'analogique qui devraient être reprises et évaluées avec les outils informatiques modernes.

3.2. - La recherche d'autres mesures que le spectre.

Des travaux sont conduits sur d'autres représentations que celle de Fourier, par exemple les bispectres. Comme je l'ai dit précédemment les moments d'ordre quatre peuvent présenter un grand intérêt pour la séparation de sources. Ils pourraient également mettre en évidence le caractère non aléatoire de certains bruits. La théorie des ondelettes peut également apporter un regard neuf sur certains problèmes de détection. Il est nécessaire d'identifier les signaux simples sur lesquels ces transformations peuvent donner de meilleurs résultats que les méthodes spectrales. Il ne s'agit pas de remplacer la transformation de Fourier, mais bien au contraire de compléter notre ensemble d'outils mathématiques par d'autres plus efficaces dans certains cas particuliers. Un tâche simple mais nécessaire est la recherche de ces cas particuliers.

3.3. - L'étude proabiliste directe de cas simples.

Au chapitre précédent, une analyse assez longue du problème posé par la soustraction de bruit a montré que l'évaluation exacte du rapport k correspondant au couplage d'une entrée de signal avec une référence de bruit est possible dans certaines conditions, et que la valeur exacte n'est pas toujours donné par l'inter-corrélation des entrées. Il serait intéressant de déterminer le traitement optimal dans différents cas, pa exemple lorsque les bruits présents sur les entrées signal et référence bruit seul sont corrélés, lorsque les signaux ne sont pas gaussiens, lorsque le signal à soustraire est sinusoïdal, etc. L'application de ces méthodes à la séparation de sources devrait également être étudiée. Il faudrait également chercher à expliquer pourquoi J. HÉRAULT a constaté que deux cellules en cascades semblaient donner un résultat optimal dans les exemples pratiques qu'il à étudié.

On peut reétudier le problème posé par la détection d'une impulsion unique dans différents bruits. La forme de l'impulsion étant connue, on devra déterminer en fonction du niveau reçu, le traitement donnant la meilleure mesure de temps d'arrivée en présence de différents bruits ; bruit blanc gaussien, bruit coloré, bruit correspondant à la rétro-diffusion du signal radar par une surface de rugosité donnée, etc.

Il est enfin nécessaire d'étudier sur des exemples simples, les conséquences de la prise en compte de l'information acquise au cours du temps. Un exemple type est le croisement en fréquence de deux porteuses de même amplitude modulées linéairement en fréquence en présence de bruit. Supposons qu'au moment du croisement, l'opposition de phase des signaux conduise à la disparition de l'énergie. Si cette situation est l'extrapolation naturelle des mesures antérieures, il ne peut exister de meilleure confirmation de la présence de ces deux signaux. Dans ce cas le traitement de signal devrait tenir compte de cette information et chercher à confirmer ou à infirmer les hypothèses précédentes.

Le croisement de deux bruiteurs pose un problème un peu plus complexe qui ne peut être résolu de façon optimale que si le traitement de signal utilise au mieux l'information a priori.

IV. - CONCLUSION.

Le traitement de signal donne lieu actuellement à de très nombreuses recherches parfois très complexes. N'est-il pas surprenant alors de pouvoir identifier autant de problèmes simples à étudier ? Cette contradiction n'est qu'apparente, car les exemples proposés diffèrent fondamentalement des grands problèmes théoriques qui ont été traités ces dernières années. Ils placent le traitement de signal dans un système de télécommunication ou de détection et non comme un but en soi. Ainsi, ses performances ne sont pas jugées dans l'absolu, mais par rapport à la fonction à réaliser. Il devient ainsi souhaitable de tenir compte d'une information a priori ou acquise au cours du temps. Il n'est plus nécessaire de trouver la représentation optimale des signaux mais plutôt la plus vraisemblable, et le cas échéant de proposer plusieurs choix très différents mais également possibles.

Les fonctions traitement de signal, extraction et fusion de données tendent alors à se confondre. C'est de la confrontation des techniques et concepts adoptés dans ces différents domaines que peut naitre une réelle innovation.