PROPAGATION ALEATOIRE EN MER

DEBART HUBERT

THOMSON-SINTRA ASM - 1, Avenue Aristide Briand, 94117 ARCUEIL

On étudie la perturbation provoquée dans la propagation acoustique en mer par des irrégularités de célérité aléatoires stationnaires ; l'élément nouveau par rapport aux travaux effectués en optique sur ce sujet est le rapport du rayon de corrélation des fluctuations à la longueur d'onde acoustique, qu'on suppose ici au plus égal à l'unité.

Le calcul approché repose sur l'approximation de BORN et l'utilisation du principe de phase stationnaire.

On donne des ordres de grandeurs numériques pour l'évaluation des perturbations ainsi que leur comportement dans l'espace.

In a sea whose celerity of sound undergoes random stationary fluctuations, the acoustical wave is scattered and it results in a random perturbation. With respect to the same type of approach in the field of optical propagation in atmosphere, a major discrepancy appears : the ratio : radius of correlation/wavelength is much smaller, and less than 1.

In the derivation the BORN approximation and the stationary-phase principle are used.

Numerical examples are given for the evaluation of perturbation amount (Second order moment), with a description of the spatial Benaviour of it.

I. INTRODUCTION

On se propose d'étudier la perturbation amenée dans la propagation acoustique par des irrégularités aléatoires de célérité. La solution ne peut être complètement dégagée ; elle exigerait le calcul d'une infinité de moments.

En présence d'une source monochromatique dont le champ est $\psi(X,Y,Z)$ en milieu isocélaire, la perturbation est une quantité aléatoire $\phi(X,Y,Z)$ dont on recherche le moment du second ordre.

$$\overline{\phi(X_1,Y_1,Z_1\;\phi^*(X_2,Y_2,Z_2)}$$

Beaucoup de travaux ont été consacrés à ce problème dans le domaine de la propagation optique atmosphérique (TCHERNOV,TATARSKI,PROKHOROV et al). Mais les deux cas sont très différents.

En présence d'une source monochromatique dont le champ, le chemin parcouru, exprimé en longueurs d'onde est toujours très faible par rapport au chemin optique (par exemple, 1000 m parcourus par une onde acoustique de 15 m de largeur d'onde correspondent à 0,6 mm pour une onde laser de 10,6 µ de longueur d'onde).

Par contre, on observe une circonstance très défavorable. En optique, le rayon de corrélation des irrégularités atmosphériques est au moins de 10^5 longueur d'onde ; les auteurs profitent de cette circonstance pour utiliser l'approximation parabolique. Peu de choses sont connues sur les irrégularités en MER mais on envisage le cas très défavorable où leur rayon de corrélation est au plus d'une longueur d'onde.

Le calcul approché présenté ici, a pour but, à part une description de l'allure du phénomène, de dégager les cas où la propagation se trouve pratiquement détruite.

II. HYPOTHESES DE BASE

a) Irrégularités

On les suppose aléatoires, centrées et stationnaires. On ne considère pas directement les fluctuations de célérité mais les fluctuations de K^2.

En l'absence de données sérieuses sur la fonction de corrélation, on la suppose de forme gaussienne et anisotrope.

$$C(1,2)=\overline{K^2(X_1,Y_1,Z_1)K^2(X_2,Y_2,Z_2} = \sigma^2$$

$$\exp\left|-a(X_1-X_2)^2 - a(Y_1-Y_2)^2 - b(Z_1-Z_2)^2\right|$$

On aura à utiliser la représentation de Fourier tridimensionnelle de cette grandeur.

$$C(1,2)= \frac{1}{2^3\pi^{3/2}}\;\frac{1}{a\sqrt{b}}\iiint_\infty \exp\left|-\frac{U^2}{4a}-\frac{V^2}{4a}-\frac{W^2}{4b}\right| \times \ldots$$

$$\mathrm{EXP}\left|i\left|U(X_1-X_2)+V(Y_1-Y_2)+W(Z_1-Z_2)\right|\right|dU\;dV\;dW$$

b) Approximation de BORN

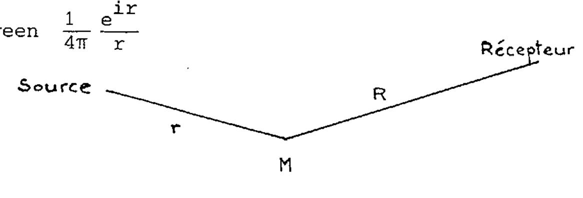
On considère une source émettrice ponctuelle, monochromatique, omnidirectionnelle.

L'équation de propagation peut s'écrire, pour un niveau faible d'irrégularités :

$$\Delta(\psi+\phi)+K^2(\psi+\phi)=\varepsilon(\psi+\phi)$$

où ε est la variation aléatoire centrée de K^2
où ψ est la solution en milieu isocélaire.

L'approximation de Born consiste à remplacer au second membre $\psi+\phi$ par ψ et à représenter la solution ϕ par une intégrale portant sur la fonction de Green $\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ir}}{r}$

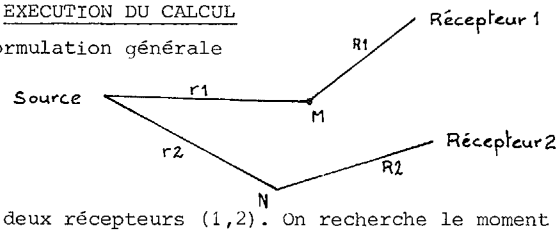


$$\phi = \frac{1}{4\pi}\int\frac{e^{ikr}}{r}\,\varepsilon(M)\,\frac{e^{ikr}}{R}\,dV$$

Elle exprime la diffusion unique de chaque "rayon" ; elle est valable si la perturbation est assez faible.

III. EXECUTION DU CALCUL

a) Formulation générale



Soit deux récepteurs (1,2). On recherche le moment du second ordre de la perturbation ; d'après la formule précédente, il s'exprime par :

$$\overline{\phi(1)\phi^*(2)} = \iint\frac{e^{ikR_1}}{r_1}\,\frac{e^{ikR1}}{4\pi R1}\,\frac{e^{ikr_2}}{r_2}\,\frac{e^{-ik\;2}}{4\pi R_2}\;\ldots$$

$C(M,N)\,dV1\,dV2$

avec les notations de la figure.

On introduira alors la représentation de Fourier de la corrélation. Posons :

$$M=\frac{\sigma^2}{16\pi^2\;2^3\;\pi^{3/2}\;a\sqrt{b}}$$

On peut écrire alors :

$$\overline{\phi(1)\phi^*(2)} = M\int\frac{e^{iK(r_1+R_1)}}{r_1R_1}\;\frac{e^{-iK(r_2+R_2)}}{r_2R_2}$$

$$\iiint e^{-\frac{U^2}{4a}-\;\;iU(X_1-X_2)}\,dUdVdW\quad dV_1dV_2$$

Et on change l'ordre des intégrations pour parvenir à la forme suivante :

$$\overline{\phi(1)\phi^*(2)} = M\int e^{\frac{-U^2}{4a}-\frac{V^2}{4a}-\frac{W^2}{4b}}\,dUdVdW\;\times\;\ldots.$$

$$\ldots\times\int\frac{e^{iK(r_1+R_1)+iUX_1+iVY_1+iWZ_1}}{r_1R_1}\,dV_1\;\times$$

$$\times\int\frac{e^{-iK(r_2+R_2)-iUX_2-iVY_2-iWZ_2}}{r_2R_2}\,dV_2$$

On commence par évaluer les deuxième et troisième intégrales, qui comportent un terme oscillant, par une méthode de phase stationnaire, on intègre ensuite en du dv dw par une méthode similaire.

b) Phase stationnaire dans le domaine spatial

Soit un récepteur dont les coordonnées sont (XYZ) c'est l'un ou l'autre des récepteurs (1,2). La source est supposée à l'origine. On pose :

$$X^2+Y^2+Z^2=\rho^2$$

La phase est stationnaire en un point (xyz) si les dérivées partielles s'annulent, soit :

$$\frac{X}{r}+\frac{x-X}{R}=\frac{U}{K}\;;\quad\frac{y}{r}+\frac{y-Y}{R}=\frac{V}{K}\;;\quad\frac{z}{r}+\frac{z-Z}{R}\quad\frac{W}{K}$$

On pose alors $U^2+V^2+W^2=K^2(1+\eta)$

$$UX+VY+WZ=K\rho\varepsilon$$

Les conditions précédentes s'expriment par

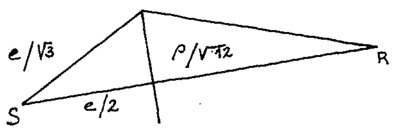
$$r^2+2rR=R^2\eta+Z\rho R\varepsilon+\rho^2$$

$$\eta r^2R-2Rr\rho\varepsilon+R\rho^2=2R^2r+R^3$$

Elles se simplifient si $\varepsilon=\eta=0$.

Cela veut dire que :
- le module de la fréquence spatiale de la corrélation coïncide avec celui des solutions de l'équation de propagation ; il y a "résonance".
- le vecteur de fréquences spatiales est normal au vecteur source-récepteur.

On a alors : $r = R = \frac{\rho}{\sqrt{3}}$



- on se place alors en ce point, et on calcule chaque intégrale volumique par la méthode de phase stationnaire, après évaluation des dérivées secondes de la phase. Ce produit des deux intégrales s'exprime alors simplement par :

$$\frac{16\pi^4}{3K^2} e^{2iK/\sqrt{3}\,(\rho_1-\rho_2)}$$

c) Phase stationnaire dans le domaine (UVW)

- On peut constater que la phase est également stationnaire par rapport aux variables ε et η.
On en tire profit pour calculer l'intégrale en UVW.
On fera le changement de variables :

$$U,\ V,\ W \rightarrow (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \eta)$$

si $uX_1 + vY_1 + wZ_1 = \varepsilon_1 K\rho_1$

$$uX_2 + vY_2 + wZ_2 = \varepsilon_2 K\rho_2$$

$$\frac{u^2+v^2+w^2}{K^2} - 1 = \eta$$

Ce point de calcul "phase stationnaire" est tel que $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \eta = 0$

donc $u_oX_1 + v_oY_1 + w_oZ_1 = 0$

$$u_oX_2 + v_oY_2 + w_oZ_2 = 0$$

$$u_o^2 + v_o^2 + w_o^2 = K^2$$

est un système d'équations permettant de calculer le vecteur $(u_o\ v_o\ w_o)$; il y a deux solutions opposées, ce qui est normal.
Par ailleurs, il faut évaluer le jacobien de la transformation $\frac{D(u_1 v_1 w)}{D(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \eta)}$

Comme : $\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial u} = \frac{X_1}{K\rho_1} \dots \frac{\partial r}{\partial w} = \frac{2w}{K^2}$

$$\frac{D(U_A v_1 w)}{D(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \eta} = \frac{K^4\rho_1\rho_2}{2u_o(Y_1Z_2-Y_2Z_1)+2v_o(X_2Z_1-X_1Z_2+2w_o(X_1Y_2-X_2Y_1)}$$

Le calcul de l'intégrale "phase stationnaire" au voisinage de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \eta = 0$ s'effectue par la méthode usuelle.

Le facteur obtenu est :

$$4\pi^{3/2}\ \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{\rho_1\rho_2}\,K} \left(\frac{216}{7\sqrt{3}(\rho_1-\rho_2)K}\right)^{1/2}$$

-Cette procédure est valable si :
. les variables $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta$ sont indépendantes, ce qui exige que les vecteurs $(X_1Y_1Z_1)(X_2Y_2Z_2)$ ne sont pas colinéaires.
. les grandeurs ρ_1, ρ_2 ne sont pas trop proches, ce qui annulerait la validité du calcul des dérivées secondes en $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta$.

d) Expression du résultat :

On peut alors rassembler ces facteurs pour écrire

$$\frac{}{\phi(1)\phi^*(2)} = M \times 16\pi^4 \times$$

$$4\pi^{3/2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{K\sqrt{\rho_1\rho_2}}\right) \left(\frac{216}{7\sqrt{3}\ \ K(\rho_1\rho_2)}\right)$$

$$\times\ e^{\frac{U_o^2}{4a} - \frac{V_o^2}{4a} - \frac{W_o^2}{4b}}$$

$$\times \frac{K^4\rho_1\rho_2}{2U_o(Y_1Z_2-Y_2Z_1) + \dots}$$

$$\times\ e^{2iK/\sqrt{3}\ (\rho_1-\rho_2)}$$

Dans cette expression, les fréquences spatiales $U_oV_oW_o$ ont été calculées comme il a été dit.

IV - <u>CONCLUSIONS PRATIQUES</u>

a) Généralités

. On peut constater que l'intercorrélation, en cohérence mutuelle $\phi(1)\ \phi^*(2)$ décroît comme

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_1\rho_2}}$$

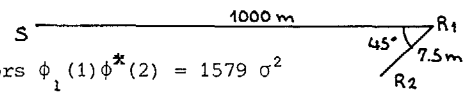
. Elle est affectée d'un facteur de phase correspondant à une longueur d'onde apparente $\lambda\frac{\sqrt{3}}{2}$

. Pour une distance mutuelle des récepteurs donnés elle reste constante avec la distance. Comme la puissance du champ principal varie en $1/\rho^2$, le niveau relatif de la perturbation augmente en ρ^2.

b) Exemple numérique

Soit une longueur d'onde de 15 m, une distance de propagation de 1000 m.
Les rayons de corrélation des irrégularités sont de 25 m (horizontal) et 5 m (vertical).

Les deux récepteurs sont placés à 1000 m de la source et sont distants de 7,5 m ($\lambda/2$), d'après le schéma



On trouve alors $\phi_1(1)\phi^*(2) = 1579\ \sigma^2$

Si on veut une perturbation dont le module soit le 1/10 de celui du champ principal (-10 dB), il faut que:

$$1579\ \sigma^2 = 10^{-7}$$

où $\sigma^2 = 6.3.10^{-11}$

Il est plus clair d'exprimer ce résultat en écart-type de célérité : Si ε^2 est la variance de la célérité

$$\varepsilon^2 = \frac{\lambda^2}{8\pi}.c\ \sigma^2 \quad \text{donc } \varepsilon^2 = 1.2.10^{-5}$$

Ce qui donne un écart-type de $3{,}5.10^{-3}$m/s. Si le rayon de corrélation vertical passe à 10m, on trouve alors un écart-type de 0,19 m/S dans les mêmes conditions. Au delà, le phénomène n'est plus gênant. On voit donc que si la "granulosité" du milieu est plus faible que la longueur d'onde, on arrive rapidement à une destruction de la propagation - surtout si la longueur d'onde est grande, ainsi que la distance parcourue.