

IMPLANTATION D'ALGORITHMES ADAPTATIFS SUR RESEAUX SYSTOLIQUES

C. OLTAY, J. LIENARD

CEPHAG-ENSIEG

Domaine Universitaire bp 46 38402 St-Martin d'Hères (France)

Résumé

La qualité de la mise en oeuvre d'un algorithme se mesure à l'aide des critères : temps de calcul, débit, espace mémoire, quantité de matériel, rapport débit sur volume et régularité de la topologie et des interconnexions.

Pour améliorer ces critères il est nécessaire de doser le degré de parallélisme. On peut grossièrement distinguer le parallélisme vrai et le "pipe-line". Celui-ci n'est pas directement applicable aux algorithmes récursifs : il faut les modifier.

Le diagramme spatio-temporel constitue un outil graphique pour l'implantation des algorithmes de traitement du signal [1]. Il est utile pour la formulation et la solution approximative des deux principaux problèmes de l'implantation qui sont de nature combinatoire : minimisation de la quantité de matériel et de la complexité des interconnexions.

I - INTRODUCTION

Nous examinons la mise en oeuvre des algorithmes adaptatifs aux moindres carrés exacts. Le nombre d'opérations nécessitées par ces algorithmes est plus grand que les algorithmes adaptatifs approximatifs. Ce nombre dépend de la formulation de l'algorithme (ex. la formulation avec des filtres transversaux a moins d'opérations que la formulation avec les filtres treillis) et du choix des opérateurs (ex. l'emploi de l'opérateur 'cordic' diminue le nombre d'opérations par rapport au multiplieur -additionneur [2]). Les opérations de test qui modifient le séquençement de l'algorithme sont rares. Pour l'étude des structures de réalisation, nous utilisons la notion de diagramme spatio-temporel (D.S.T). Ce diagramme est présenté dans [1] comme un outil uniquement graphique. Nous le décrivons ici de façon à pouvoir automatiser le processus de décision.

Nous introduisons d'abord une modification du DST pour détecter le parallélisme maximum permis par un algorithme. La section 3 introduit l'architecture systolique et considère la nature des problèmes : l'optimisation du nombre d'opérateurs par tranche, la limitation des interconnexions.

II - DETECTION DU PARALLELISME MAXIMUM

1) Introduction

Le diagramme spatio-temporel [1] est une suite finie ou infinie de tranches temporelles. Chaque tranche de rang t est composée d'un ensemble $T^t = \{p_1^t, \dots, p_{m_t}^t\}$ d'opérateurs et à chaque opérateur p_j^t est associé un ensemble d'opérateurs $S_{j,t}$ qui représente les opérateurs qui reçoivent la sortie de l'opérateur p_j^t .

$$S_{j,t} = \{p_{i_1}^{t_1}, \dots, p_{i_k}^{t_k}\} \quad t_k \geq t, \forall k; 1 \leq i_k \leq m_{t_k}$$

En raison de la causalité, la sortie d'un opérateur n'est pas connectée aux opérateurs des tranches antérieures.

On suppose que tous les opérateurs du DST ont le même temps de calcul. Le temps de calcul de la tranche est le temps nécessaire pour la stabilisation de toutes les sorties de la tranche ; il est déterminé par le temps de calcul des opéra-

Summary

The performance measures of the implantation of an algorithm are : throughput, completion time, memory size, quantity of hardware, regularity of the topology and the interconnexions.

To improve the performance one must decide the extend of parallelism to use. Globally we can distinguish the 'true parallelism' and the pipe-line. The last cannot be applied directly to recursive algorithms.

Temporal-spatial-diagram is a graphical tool for the implantation of signal processing algorithms [1] : It is usefull for the formulation and the approximative solution of the two principal problems of the implantation : minimisation of the hardware and the interconnexion structure.

teurs de base et par le nombre maximum d'opérateurs connectés en cascade dans la tranche. Le temps de calcul minimum d'une tranche est obtenu quand les opérateurs de la tranche sont indépendants (sans connexions entre eux). La succession des tranches des DST correspondants aux algorithmes de traitement de signal est périodique :

$$T^t = T^{t+k}; S_{j,t} = S_{j,t+k}; k \geq 1$$

Un bloc formé de k tranches successives suffit pour la représentation d'un tel DST. Chaque bloc reçoit au moins une entrée extérieure. La cadence d'entrée est la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée.

2) Modification du DST

Nous supposons que sur le DST initial chaque tranche a au moins une entrée extérieure et qu'il n'existe aucun opérateur possédant uniquement des connexions temporelles.

Quand le DST contient des tranches avec des opérateurs connectés entre eux on doit le modifier de façon à avoir des tranches avec des opérateurs indépendants : une telle modification est toujours possible mais elle peut entraîner la diminution du nombre d'opérateurs des tranches. Une procédure de modification possible est :

i) Arrangement topologique des opérateurs connectés dans une tranche : à partir de $T^t = \{p_1^t, \dots, p_{m_t}^t\}$ on obtient des sous-groupes ordonnés (les niveaux) l_1^t, \dots, l_N^t avec

$$l_j^t = \{p_{i_1}^t, p_{i_2}^t, \dots, p_{i_n}^t\}; 1 \leq i_n \leq m_{t_n}, 1 \leq j \leq N \text{ tel que:}$$

-leur union est égale à l'ensemble des opérateurs de la tranche :

$$T^t = \bigcup_{i=1}^N l_i^t$$

-les connexions au dedans de la tranche sont dirigées des niveaux inférieurs vers les niveaux supérieurs :

$$\forall j, k, i \text{ tel que } p_k^t \in l_j^t \text{ et } p_i^t \in l_m \text{ on a } p_i^t \in S_{k,t}$$

On dira que l'opérateur p_i^t est rebouclé à p_j^t ($t > t$) si le niveau de p_j^t est inférieur au niveau de p_i^t :

$$p_i^t \in l_m^t, p_i^t \in l_k^t \text{ et } m > k. \{((m-k)-(t-t)+1)/(t-t)\}$$



est la valeur du rebouclage. $\lfloor x \rfloor$ signifie la troncation au plus petit entier supérieur à x .

On dira qu'un opérateur p_i^t est déplaçable dans l'ensemble des niveaux $\{1, \dots, N\}$ s'il peut occuper un niveau quelconque de l'ensemble sans produire de nouvelles connexions au dedans d'une tranche, sans perturber l'arrangement topologique des tranches et sans créer des connexions non-causales. Ce déplacement peut dépendre des niveaux courant des autres opérateurs déplaçables.

ii) Répartition temporelle des opérateurs :

Les sous-ensembles $1^t_1, \dots, 1^t_N$ de chaque tranche sont réassignés à des tranches différentes (figure 1-c):

$$1^t_1 \in T^t, 1^t_2 \in T^{t+1}, \dots, 1^t_N \in T^{t+N-1}$$

Avant ce changement on doit examiner l'existence des rebouclages, car si la valeur de rebouclage entre deux opérateurs quelconques p_i^t, p_j^t est positive, la répartition précisée va produire des connexions non causales ou de nouvelles connexions au dedans des tranches. Dans ce cas, il faut minimiser les valeurs des rebouclages et introduire des tranches vides. Si le DST obtenu est composé d'une tranche répétitive, la valeur d'un rebouclage ne peut être diminuée que quand au moins l'un des opérateurs du rebouclage est déplaçable. Si la valeur maximum de rebouclage d'un tel DST est r , on doit introduire (r) tranches vides entre les tranches successives (figure 1-b)).

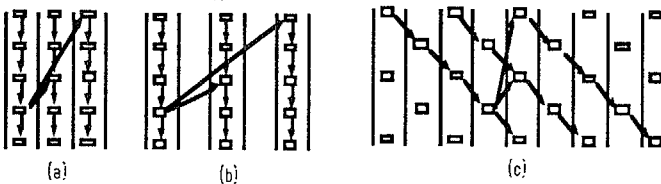


Figure 1

La cadence d'entrée du DST avant et après la modification est $(N \cdot t_{op})$, $(r+1) \cdot t_{op}$ (N est le nombre de niveau par tranche, t_{op} le temps de calcul de l'opérateur de base). La cadence d'entrée maximum correspondant à l'algorithme et aux opérateurs de base employés est déterminée par la valeur maximum de rebouclage. Si $(r+1) = N$ (i.e. rebouclage entre les niveaux N et 1 des tranches consécutives) la modification n'est pas accompagnée d'une augmentation de cadence.

3 - Décomposition d'opérateur

Pour augmenter la cadence du traitement on décompose les opérateurs de façon à diminuer le temps de calcul et on modifie le DST pour obtenir des tranches avec des opérateurs indépendants. En général la décomposition d'un opérateur apporte des opérateurs connectés en cascade, ce qui augmente les valeurs des rebouclages déjà existant et crée de nouveaux rebouclages.

Pour un DST sans rebouclage et sans connexion temporelle entre les niveaux identiques des tranches, la décomposition d'opérateur augmente toujours la cadence d'entrée et diminue la quantité de matériel de chaque tranche. Dans le cas contraire la cadence d'entrée reste identique, la quantité de matériel de chaque tranche diminue (due à la diminution de la taille de l'opérateur de base).

En général les connexions entre les niveaux identiques des tranches consécutives sont causées par des calculs récursifs (la sortie d'un opérateur est rebouclée sur lui-même avec un retard unitaire) : $y_i = f(y_{i-1}, x_{i-1})$. Pour les récursions linéaires, la substitution $y_i = f(\dots f(y_{i-k}, x_{i-k}) \dots)$ permet la décomposition de l'opérateur récursif sans créer des rebouclages[3].

III - ARCHITECTURE SYSTOLIQUE

1) Réalisation du DST

On considère un DST quelconque qui n'a que des connexions temporelles. La succession de tranches du DST représente l'ordre dans lequel les calculs des tranches sont à effectuer. A un instant donné, seulement les calculs d'une tranche peuvent être en cours. Comme les opérateurs de chaque tranche sont indépendants, la réalisation du DST nécessite l'emploi de m_t opérateurs physiques entre les instants t et $(t+1)$. Le nombre minimum d'opérateurs physiques nécessaires pour la réalisation du DST est $M = \text{Max}\{m_t\} \quad t_0 \leq t \leq \infty$.

On suppose que les M opérateurs physiques constituent un réseau planaire et que ces opérateurs sont programmables : un opérateur physique peut effectuer le calcul d'un opérateur quelconque du DST et il peut envoyer ses sorties à tous les opérateurs des tranches succédantes. Entre les instants t et $(t+1)$, le réseau représente les opérateurs de la tranche t : la fonction de chaque opérateur de la tranche est assignée à un opérateur physique du réseau. Les opérateurs physiques sont nommés par leur position : $X_{i,t} = (\alpha, \beta)$ signifie que l'opérateur $p_{i,t}$ de la tranche t est réalisé par l'opérateur physique de coordonnées (α, β) .

La connexion temporelle entre les opérateurs $p_{i,t}$ et $p_{j,t'}$ du DST correspond à une connexion avec $(t'-t)$ registres de pipeline entre les positions $X_{i,t}$ et $X_{j,t'}$ du réseau.

La complexité de l'interconnexion (distance physique parcourue par la connexion) dépend du choix des positions. Une interconnexion avec k registres de pipeline est réalisable par la succession en cascade de k connexions à 1 registre : sur le réseau, les connexions physiques à 1 registre de pipeline sont suffisantes pour réaliser toutes les connexions du DST. On accepte que chaque opérateur physique du réseau puisse effectuer (en plus de sa fonction) le transfert simple d'un nombre limité de ses entrées.

2-Minimisation du nombre d'opérateur du réseau

Quand la cadence maximale est nécessaire, le DST correspondant au parallélisme maximum (sect. II) peut être employé pour la réalisation, mais cela peut entraîner une inefficacité de l'emploi des processeurs (pour un DST formé d'un bloc répétitif à k tranches, l'efficacité moyenne du réseau réalisant le DST est :

$$\epsilon = (1/M.k) \sum_1^{t+k} m_t$$

Si le DST traité ne contient pas d'opérateurs déplaçables, le seul moyen d'égaliser le nombre d'opérateurs par tranche est de retourner à l'étape (i) de la procédure de section II-2.

On traite le cas d'un DST composé d'une tranche répétitive arrangée topologiquement. Il a N niveaux, M_1, \dots, M_N sont les nombres d'opérateurs des niveaux, r est la valeur maximum de rebouclage, $N > r$.

Après la répartition temporelle des niveaux, on obtient un DST formé d'un bloc répétitif à $(r+1)$ tranches. Les nombres d'opérateurs des tranches du bloc sont :

$$i=1, \dots, r+1 \quad m_i = M_i + \sum M_{i+k(r+1)}$$

$$k_i = \lfloor (N-i+1)/(r+1) \rfloor \quad k_i = K, \forall i \text{ si } (r+1) \text{ divise } N.$$

Les nombres d'opérateurs des niveaux (M_i ; $i=1, N$) doivent être arrangés de façon à minimiser le nombre maximum d'opérateurs par tranche :

$$\text{Min} (\text{Max}(m_i)).$$

Quand la tranche n'a pas d'opérateurs déplaçables, on ne peut pas modifier les contenus des niveaux sans augmenter le nombre de niveaux: Chaque niveau de rang i sera décomposé en l_i sous niveaux. Cette décomposition peut produire des opérateurs déplaçables et changer les valeurs des rebouclages.

Un algorithme possible pour la formulation combinatoire du problème de minimisation du nombre d'opérateurs par tranche

est (ϵ_0 est l'efficacité moyen de l'emploi d'opérateur; f_0 est la cadence désiré):

- 1) Choix de décomposition des niveaux.
- 2) Répartition des opérateurs déplaçables pour trouver la solution du problème $\text{Min}(\text{Max}(m_i))$.
- 3) Si $\epsilon \leq \epsilon_0$ ou $f \leq f_0$ retourner à l'étape 1.

La complexité de la 2^e partie de l'algorithme dépend du nombre d'opérateurs déplaçables produits.

Pour l'exemple de la section 4 nous avons employé la procédure suivante ($s_i, i=1, N$ est le plus grand nombre de sous-niveaux qu'on peut avoir pour le niveau i sans produire une valeur de rebouclage plus grande que la valeur maximale) :

- 1) Les niveaux sont décomposés suivant les $s_i, i=1, \dots, N$.
- 2) Les opérateurs déplaçables sont distribués aux niveaux de façon à égaliser le nombre d'opérateurs par niveau et sans produire des valeurs de rebouclages supérieures à la valeur maximale.

3 - Structure d'interconnexion systolique

C'est une structure d'interconnexion homogène. Sur le réseau planaire de taille MXN , les opérateurs occupent des positions discrète : $x=(a,b); a=1, \dots, N; b=1, \dots, M$. Les voisins d'un opérateur sont définis par leur position relative à cet opérateur. La définition des voisins est identique pour tous les opérateurs. Chaque opérateur est connecté à ses voisins, les connexions contiennent un registre de pipeline : ce qui signifie qu'à la fin de chaque cycle un opérateur peut envoyer ses sorties directement à ses voisins. La communication avec les opérateurs lointains nécessite plusieurs cycles (le nombre de cycles est déterminé par les positions relatives des 2 opérateurs) :

Exemple : les voisins de l'opérateur p_i occupant la position $x_i=(a,b)$ sont :

$$V^1(x_i) = \{ x = (a+\lambda_1, b+\lambda_2) \mid \text{abs}(\lambda_1) \leq 1, \text{abs}(\lambda_2) \leq 1, \text{abs}(\lambda_1 + \lambda_2) \leq 2 \}$$

Les positions x qui peuvent recevoir une sortie de p_i en k cycles sont :

$$V^k(x_i) = \{ x = (a+\lambda_1, b+\lambda_2) \mid \text{abs}(\lambda_1) \leq k, \text{abs}(\lambda_2) \leq k, \text{abs}(\lambda_1 + \lambda_2) \leq 2.k \} \quad |V^k(x)| = (2.k+1)^2 \cdot \text{abs}(x) \text{ signifie la valeur absolue de } x, |F| \text{ est la cardinalité de l'ensemble } F.$$

La définition des voisins détermine implicitement les positions qui ont des voisins communs et le nombre de voisins communs à plusieurs positions.

Pour l'exemple précédant on a :

$$|V^1(x=(a,b)) \cap V^1(y=(c,d))| = \begin{cases} 0 & \text{si } |a-c| > 1 \text{ ou } |b-d| > 1 \\ (\text{Min}(a+i, c+j) - \text{Max}(a+i, c+j)) \cdot (\text{Min}(b+i, d+j) - \text{Max}(b+i, d+j)) & \text{sinon.} \end{cases}$$

La limitation du nombre z de transferts simples de l'opérateur de base apporte des restrictions supplémentaires sur les voisins communs à plusieurs positions :

$$\{ x \mid x \in V^{k1}(x_1) \cap V^{k2}(x_2) \cap \dots \cap V^{kn}(x_n) = \{ x \mid \text{ch}(x_1, x), \dots, \text{ch}(x_n, x) \text{ tel que } |\text{ch}(x_1, x) \cap \text{ch}(x_2, x)| \leq z, \dots, |\text{ch}(x_1, x) \cap \text{ch}(x_2, x) \cap \text{ch}(x_3, x)| \leq z, \dots, |\text{ch}(x_1, x), \dots, \text{ch}(x_n, x)| \leq z \}$$

L'intersection des voisinages n'est pas commutative $V^{k1}(x_1) \cap \dots \cap V^{kn}(x_n) \neq V^{k1}(x_{i1}) \cap \dots \cap V^{ki}(x_{in})$ pour $i_1 \neq 1, \dots, i_n \neq n$

$\text{Ch}(x_i, x)$ est l'ensemble des positions traversées par l'un des chemins possibles qui va de x_i à x d'une façon systolique.

4 - Réalisation systolique du D.S.T.

On considère un DST formé d'un bloc répétitif à q tranches $m_{t_0 + i}; i = 0, (q-1)$ sont les nombres d'opérateurs des tranches :

$$m_t = m(t_0 + (t-t_0) \text{ mod } q)$$

$p_{j,t}, j = 1, \dots, m_t, t = t_0, \dots, (t_0+q-1)$ représente les opérateurs du bloc.

$S_{j,t}, S^t_{j,t}$ sont l'ensemble des opérateurs du DST et l'ensemble des opérateurs de la tranche t' qui reçoivent les sorties de l'opérateur $p_{j,t}$.

L est la longueur maximale des connexions temporelles. Pour chaque tranche t du bloc répétitif on doit placer les opérateurs $p_{j,t}, j = 1..m_t$ dans un réseau de taille $M \times N$ ($M \times N \geq m_t, \forall t$) de manière à limiter les connexions représentées par les ensembles $S_{i,t}; t = t_0, \dots, t_0+q-1, i=1, m_t$ par une structure d'interconnexion systolique d'ordre donné.

La configuration du réseau entre les instants t et $(t+1)$ est déterminée par les positions assignées aux opérateurs de la tranche t . On suppose qu'on peut assigner plusieurs positions à un opérateur (créer de la redondance). Le nombre des configurations est

$$\eta_t = ((M.N)! / (M.N - m_t)!) + (m_t^{(M.N - m_t)} - 1)$$

C^t est l'ensemble des permutations : $|C^t| = \eta_t$.

L'état d'une position x du réseau entre les instant $t, t+1$ est représenté par la fonction et l'ensemble de sortie $S_{j,t}$ de l'opérateur $p_{j,t}$ qui occupe cette position.

L'état du réseau entre les instants $t, (t+1)$ est représenté par les états de ses positions.

L'ensemble des configurations systoliques du réseau pour la tranche t (C_s^t) a comme éléments des $(L+1)$ uplets $(c_L, \dots, c_2, c_1; c_0), c_i \in C^{t_0-i}$ tel que les connexions entre les configurations $(c_i; c_1), i = 1, L$ sont systoliques. Les éléments de l'ensemble C_s^t peuvent être déterminés par l'examen de

$$\left(\prod_{t=t}^{t-L} \eta_t \right) \text{ uplets possibles.}$$

Les réalisations systoliques du DST seront énumérées en considérant la succession des $(L+1)$ - uplets : un cycle

$$(c_L t_0^{-L}, \dots, c_1 t_0^{-1}; c_0 t_0), (c_L t_0^{-L+1}, \dots, c_1 t_0^0; c_0 t_0^1), \dots,$$

$$(c_L t_0^{+a.q-L}, \dots, c_1 t_0^{+a.q-1}; c_0 t_0^{+a.q}) \text{ tel que}$$

$$(c_L^{t-L}, \dots, c_1^{t-1}; c_0^t) \in C_s^{t_0+(t-t_0) \text{ mod } q}$$

$$c_i^t = c_{i+1}^{t+1} = c^t; t = t_0, \dots, t_0+a.q; i = 0, \dots, L;$$

$$(c_L^{t-L}, \dots, c_1^{t-1}; c_0^t) = (c_L^{t_0+a.q-L}, \dots,$$

$$c_1^{t_0+a.q-1}; c_0^{t_0+a.q})$$

signifie l'existence d'une succession de configurations systoliques $c^t_0, c^{t_0+1}, \dots, c^{t_0+a.q}$. Le DST correspondant sera composé d'un bloc répétitif à $(a.q)$ tranches.

La succession d'états du réseau d'opérateurs qui réalise ce DST est déterminé par la succession des configurations (par la fonction et l'ensemble de sortie des opérateurs correspondant aux positions des configurations).

La succession d'états du réseau peut être contrôlée par un automate cellulaire à $(M \times N)$ cellules. Si l'opérateur de base du réseau a α sorties et β voisins, $F = \{ \varphi, f_1, \dots, f_\beta \}$ est l'ensemble des fonctions qu'il peut réaliser, le nombre d'états par cellules sera $(|F|.\alpha.\beta)$.

La conception d'un automate cellulaire qui réalise une succession d'états donnée est un problème de classe NP [5,6,7]. Pour les cas additifs (la fonction de cellule est additive) on peut employer les méthodes algébriques (les polynômes sur un champ fini, modulo un polynôme d'ordre fixé) [5].



Nous ne donnons pas ici un algorithme complet pour la systolisation. Nous allons décrire une procédure simple basée sur la transformation des D.S.T. et qui ne garantit pas la cadence maximale possible (figure 2):

(On suppose avoir un D.S.T. qui après l'arrangement topologique de ses tranches devient un D.S.T. composé d'une tranche répétitive. Pour la réalisation on emploie un réseau planaire avec la structure d'interconnexion de l'exemple de la section III-3).

1) Décomposer les niveaux de la tranche de départ de façon à avoir au plus 4 opérateurs (le nombre de positions mutuellement voisines; il est déterminé par la structure d'interconnexion choisie) dans un niveau. N_f , r_f sont le nombre de niveau et la valeur maximale de rebouclage après la décomposition.

2) On fait la répartition temporelle et spatiale des niveaux. Pour chaque tranche de départ :

- tous les niveaux sont assignés à la même région du réseau (une région à 4 positions mutuellement voisines).
- les niveaux successifs sont assignés aux tranches successives.

Les tranches de départ consécutives sont placées successivement sur l'axe y du réseau (figure 2-b). Sur l'axe de temps elles sont distantes de $(r_f + 2)$ unités.

On obtient un réseau systolique de taille $(2 \lfloor N_f / (r_f + 2) \rfloor) \times 2$

IV APPLICATION

Nous étudions le filtre transversal adaptatif en régime permanent.

Le tableau 1 montre la cadence maximale et l'efficacité de l'emploi d'opérateur (sans limiter la complexité des interconnexions) pour l'algorithme non normalisé (1), normalisé avec les opérations de base multiplication, division, racine carrée (2) et l'algorithme normalisé avec les opérations de 'cordic' (rotation hyperbolique et calcul d'angle hyperbolique). Nous supposons que l'opérateur 'cordic' nécessaire est équivalent à 2 multiplieurs connectés en parallèle, la division est équivalente à la multiplication, la racine carrée à 2 multiplications en cascade. Les résultats indiqués correspondent à un filtre d'ordre 128 et avec des mots à 16 bits.

nombres d'opérateurs employés	cadence	efficacité
1 ≤ 184	$1/8.t.m$	≥ 0.70
2 ≤ 256	$1/13.t.m$	0.5
3 130	$1/13.t.m$	0.70

Tableau 1

V CONCLUSION

Les deux principaux problèmes d'implantation pour les algorithmes de traitement du signal (minimisation de la quantité de matériel et des interconnexions) sont de nature combinatoire (leur résolution est tellement longue que la réalisation est impossible).

Nous avons étudié la classe d'algorithmes qui ont un séquençement déterministe (le séquençement ne dépend pas d'opération de test [4]). Nous avons considéré l'aspect purement combinatoire des deux problèmes et donné deux heuristiques basés sur la transformation des DST. Le premier améliore l'efficacité de l'emploi d'opérateurs sans garantir une limite inférieure. Le deuxième rassure la systolisation des connexions sans garantir la cadence nécessaire.

Un algorithme approximatif de complexité acceptable pour ces problèmes nécessite l'emploi de toutes les relations internes des algorithmes (du point de vue séquençement) pour diminuer l'espace de recherche exhaustif.

Le but final de ce travail est la construction des algorithmes approximatifs basés sur les transformations des DST afin d'automatiser la conception des processeurs cellulaires pour les algorithmes de traitement du signal.

REFERENCES:

1. Contribution à l'étude des moyens de mise en oeuvre des traitements numériques du signal. J. Liénard, thèse, Grenoble 1983.
2. Fast, recursive-least-squares transversal filters for adaptive filtering, J. Cioffi, T. Kailath, IEEE ASSP-32,2, Apr.1984.
3. An algorithm for solving linear recurrence systems on parallel and pipelined machines, D.Gajski, IEEE tr. comp. C-30,3, Mar.1981.
4. Déterministic processor scheduling, M. Gonzalez, Comp.surv. 9-3, sept 1977.
5. Statistical mechanics of cellular automata, S. Wolfram, Reviews of modern physics, vol.55,3 jul.1983.
6. Algebraic properties of cellular automata, O. Martin, A. Odlyzko, S. Wolfram, Commun. math.phys., 93,1984.
7. Computation theory of cellular automata, S. Wolfram, Comm. math. phys. 1984.

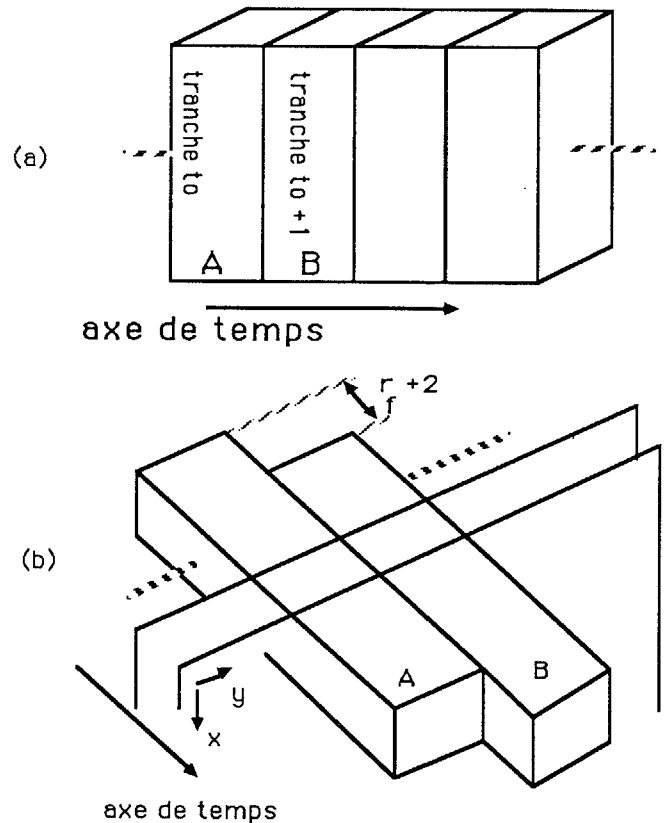


Figure 2