

COMPARAISON DES PERFORMANCES DE FILTRES D'ORDRE  
EN REDUCTION DE BRUIT

M.MOUHOUE, Ph.BOLON

Laboratoire d'Automatique et MicroInformatique Industrielle  
LAMII - Université de Savoie  
BP 806 - F.74016 ANNECY CEDEX (France)

RESUME

On étudie les performances de différents filtres d'ordre en réduction de bruit. On s'intéresse en particulier aux filtres suivants : filtre médian, filtre médian récursif, filtre d'ordre optimal, et on compare leurs performances avec celles d'un filtre linéaire moyenneur. L'étude réalisée met en évidence l'intérêt du filtre médian récursif qui pour une complexité analogue à celle du médian simple, donne une erreur quadratique moyenne moindre dans une large gamme de tailles de fenêtre et de statistiques du bruit.

mots-clés : traitement d'image, filtre d'ordre, filtre médian, réduction de bruit

INTRODUCTION

On s'intéresse ici au préfiltrage d'images obtenues dans un contexte de production manufacturière. Ce type d'image a pour principale caractéristique la présence d'un objet présentant un contraste relativement élevé avec le fond, le tout dans un environnement bruité. Le bruit d'image peut provenir soit du capteur, soit de la scène (défauts d'éclairage, réflexions parasites, défauts sur le fond ...). L'opération de préfiltrage doit à la fois atténuer le bruit (effet passe-bas) et respecter les transitions d'intensité traduisant la présence de l'objet (effet passe-haut), permettant l'application dans de bonnes conditions d'opérateurs de détection de contours ou de caractérisation de formes.

Une solution possible permettant de respecter ces deux contraintes consiste à utiliser un filtre d'ordre.

L'objectif de l'étude présentée ici est de définir une structure optimale de traitement pouvant être facilement réalisée par un opérateur câblé. En particulier il faut choisir le type de filtre, la taille et la forme de la fenêtre d'analyse. Nous nous intéressons aux filtres suivants : filtre médian, filtre médian récursif, filtre d'ordre optimal, et nous comparons leurs performances, selon un critère d'erreur quadratique, avec celles d'un filtre linéaire moyenneur.

Après avoir rappelé quelques propriétés de ces filtres, nous présentons une étude expérimentale sur des signaux 1D pour différentes statistiques du bruit. Puis nous présentons une étude, dans le cas 2D, sur des images synthétisées et sur des images réelles.

ABSTRACT

This paper addresses the problem of image processing by order statistic filters. We compare the performances of median filters, recursive median filters and optimal order statistic filters, according to a mean square error criterion. These performances are compared with the ones of a conventional averaging linear filter. This study points out the interest of the recursive median filter. With a rather low complexity, it yields the lowest MSE in a large range of filter length and for different noise statistics.

keywords : image processing, median filter, order statistic filter, noise reduction

PROPRIETES DES FILTRES

Pour un filtre d'ordre, la sortie Y est combinaison linéaire des entrées après réarrangement par ordre croissant.

$$Y = \sum_{i=1}^N c_i X_{(i)} \quad \text{avec } X_{(i)} < X_{(i+1)} \quad (1)$$

Ayant en vue des applications en traitement d'image on considérera par la suite des fenêtres de taille impaire (  $N = 2n+1$  ). Pour le filtre médian, la valeur du pixel n° k est, après traitement :

$$Y_k = \text{med}(x_{k-n}, \dots, x_k, \dots, x_{k+n}) = x_{(n+1),k} \quad (2)$$

$$c_{n+1} = 1 \text{ et } c_i = 0 \text{ pour } i \neq n+1$$

Pour le filtre "milieu", on a

$$y_k = 1/2 [\max(x_i) + \min(x_i)] \quad (3)$$

$$\text{donc } c_1 = c_N = 1/2$$

$$c_i = 0 \quad \text{pour } i = 2 \dots N-1$$

Le filtre moyenneur peut également être considéré comme un filtre d'ordre avec

$$c_i = 1/N \quad \text{pour } i = 1 \dots N$$

On peut également donner une structure récursive à ces filtres. Dans ce cas, les valeurs des pixels après filtrage sont réutilisées pour le traitement des pixels ultérieurs. Pour un filtre médian récursif on a :

$$y_k = \text{med}(y_{k-n}, \dots, y_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+n}) \quad (4)$$



**Complexité**

On considère ici le nombre de comparaisons (NC), de multiplications (NM), d'additions (NA) et la taille mémoire nécessaire pour chacune des structures.

Pour un filtre d'ordre de taille N, on a, en l'absence d'algorithme rapide :

$$NC = N(N-1)/2, NM = N, NA = N-1 \quad (5)$$

Pour un filtre médian, on obtient :

$$NC = 3/8 (N+1)(N-1), NM = 0 \quad (6)$$

Notons qu'il existe pour ce filtre des algorithmes rapides [1] dont le nombre de comparaisons est  $NC \approx (2N + 10)$

Pour le filtre "milieu", on a

$$NC = 2(N-1) \text{ et } NA = 1 \quad (7)$$

L'intérêt de ce filtre est que le temps nécessaire aux comparaisons peut être diminué par des traitements parallélisés.

Avec une fenêtre d'analyse kxk, une structure de filtre non récursive nécessitera de plus une mémoire tampon de k lignes d'image.

**Propriétés statistiques**

L'étude de ces propriétés est rendue délicate par la non linéarité des relations entrée/sortie.

Dans le cas d'un signal constant perturbé par un bruit blanc, il est possible de déterminer un jeu de coefficients optimaux au sens de l'erreur quadratique [2],[3].

Pour un bruit à distribution symétrique autour de l'origine, la variance en sortie est : [2-4]

$$V = c^T H c \quad (8)$$

c : vecteur des coefficients  $c_i$   
 H : matrice de covariance du bruit après réarrangement par ordre croissant.

Le jeu de coefficients optimaux est donné par :

$$c = \frac{H^{-1} e}{e^T H^{-1} e} \quad \text{avec } e^T = (1, \dots, 1) \quad (9)$$

La variance minimale est alors [3-4] :

$$V_{min} = 1 / (e^T H^{-1} e) \quad (10)$$

Dans le cas d'un bruit uniformément réparti dans [-a, +a], la densité de probabilité de la sortie du filtre médian de taille N est

$$g_{med}(y) = \frac{(N-1)!}{n!n!} \frac{1}{a} (1 - y^2/a^2)^n \quad (11)$$

La variance de sortie est :

$$V_{med} = a^2 / (N+2) \quad (12)$$

Pour un tel bruit, le filtre "milieu" est optimal [4]. la d.d.p. de sortie est :

$$g_{mil}(y) = \frac{N(N-1)}{N-2} \frac{1}{2a} (1 - y/a)^{N-1} \quad (13)$$

Cette densité tend vers zéro beaucoup plus vite que la précédente. La variance  $V_{mil}$

$$V_{mil} = 2a^2 / (N+1)(N+2) \quad (14)$$

est inférieure à  $V_{med}$  pour tout N.

Ces résultats, obtenus dans le cas non récursif, seront à comparer avec ceux des filtres récursifs.

**TRAITEMENT 1D**

On étudie les performances des filtres suivants : médian, médian récursif, filtre d'ordre optimal, moyennneur, pour différentes caractéristiques statistiques du bruit de perturbation. Ces performances sont comparées selon un critère d'erreur quadratique.

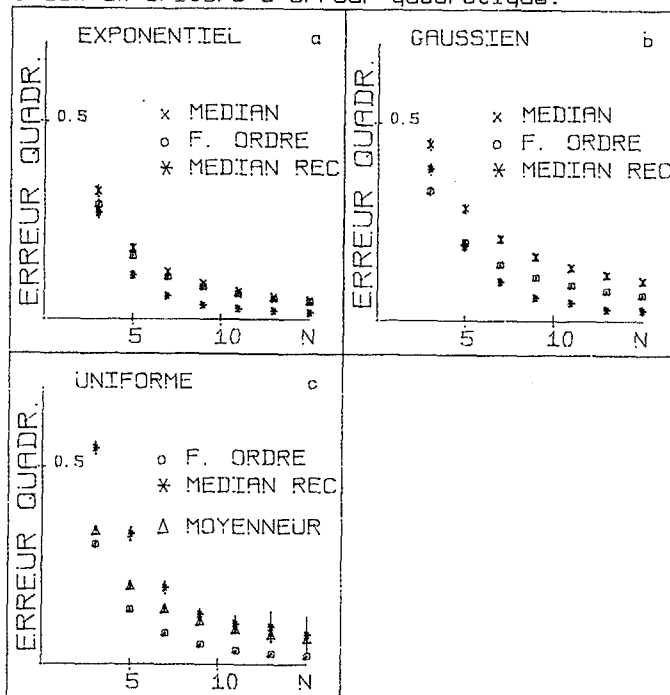


Fig.1 Erreur quadratique en sortie Signal constant 10, bruit blanc de variance 1 Les traits verticaux représentent l'intervalle de confiance à 90%

**Signal constant**

La figure 1 montre l'influence de la distribution du bruit. Dans le cas gaussien le filtre moyennneur est aussi filtre d'ordre optimal [3-4], tandis que le filtre "milieu" l'est pour le bruit uniforme. Dès que la taille de la fenêtre N est supérieure à 5, le filtre médian récursif est le meilleur.

Pour un bruit uniforme, qui étant borné est le plus défavorable, les performances du médian récursif rejoignent celles du moyennneur.

La figure 2 montre l'influence de la corrélation entre deux échantillons successifs du bruit. Pour  $N > 5$  le médian récursif est meilleur que le filtre moyennneur. Il est d'ailleurs légèrement moins sensible à r que le filtre linéaire (optimal pour  $r=0$ ).

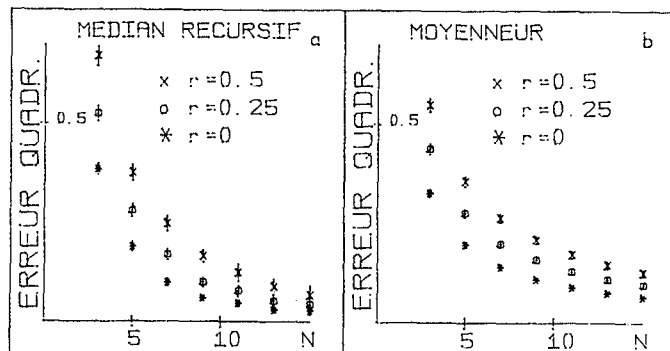


Fig.2 Erreur quadratique en sortie Signal constant 10 Bruit gaussien corrélié de variance 1

Signal test

Pour étudier le comportement des filtres dans des situations plus proches de celles rencontrées en production, on définit un signal test composé d'une impulsion rectangulaire d'amplitude  $h=5$ , suivie d'une forme triangulaire. Ce signal est perturbé par un bruit blanc de variance 1 (rapport S/B=14 dB). La figure 3 montre l'influence de la taille de la fenêtre.

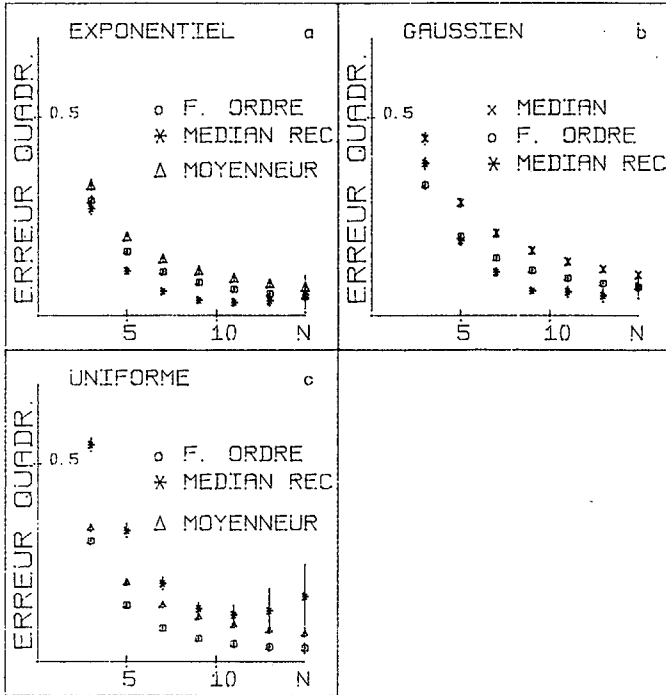


Fig.3 Erreur quadratique en sortie  
Signal test 1D, bruit blanc de variance 1

On remarque qu'il existe une taille optimum, ce qui est naturel. Au voisinage de cet optimum, le médian récursif est le meilleur filtre sauf dans le cas uniforme. L'évolution des performances en fonction du rapport S/B peut s'observer sur la figure 4. On définit le gain de traitement GT par

$$GT = \frac{\text{variance d'entrée}}{\text{variance de sortie}}$$

et on l'étudie en fonction de l'écart-type de l'entrée  $\sigma$  (fig.4 et fig.5).

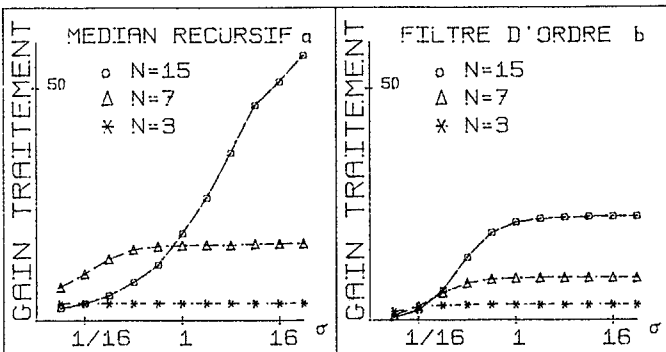


Fig.4 Gain de traitement  
Signal test 1D, bruit blanc exponentiel

On remarque que le filtre médian récursif est meilleur que le filtre d'ordre "optimal". En particulier le gain de traitement du médian reste supérieur à 1 même pour les valeurs faibles de  $\sigma$ .

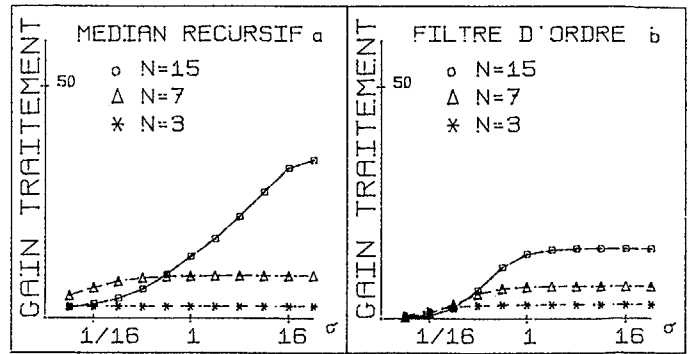


Fig.5 Gain de traitement  
Signal test 1D, bruit blanc gaussien

On peut retenir les bonnes performances du filtre médian récursif même pour un bruit non impulsionnel [5], et surtout sa robustesse vis à vis des modifications des conditions expérimentales.

**TRAITEMENTS 2D**

Dans cette partie on effectue des traitements sur des signaux 2D. On considère l'image d'un objet (multimètre fig 8) perturbée par un bruit blanc. Le rapport S/B est de 14 dB.

Influence de la forme de la fenêtre

On compare ici le filtrage 2D, le filtrage séparable (ligne puis colonne) et le filtrage "+" (fenêtre ne comportant que les pixels situés sur la même ligne ou colonne que le pixel central). On observe (fig.6) la grande sensibilité à la forme de la fenêtre.

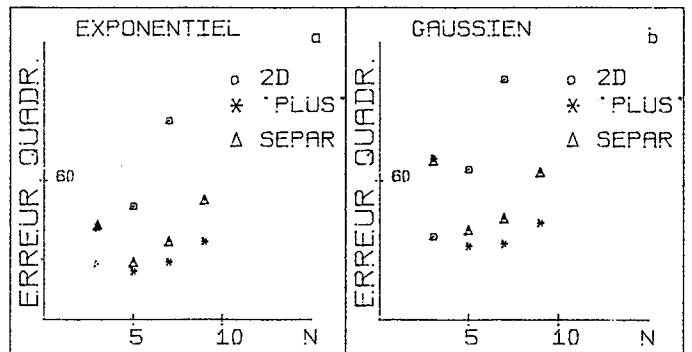


Fig.6 Erreur quadratique en sortie  
Signal 2D, bruit blanc de variance 400  
Filtre médian récursif

Influence de la structure du filtre

La figure 7a montre que le filtre d'ordre optimisé pour un signal constant reste meilleur que le simple filtre moyen. Toutefois la structure récursive est meilleure que les deux autres.

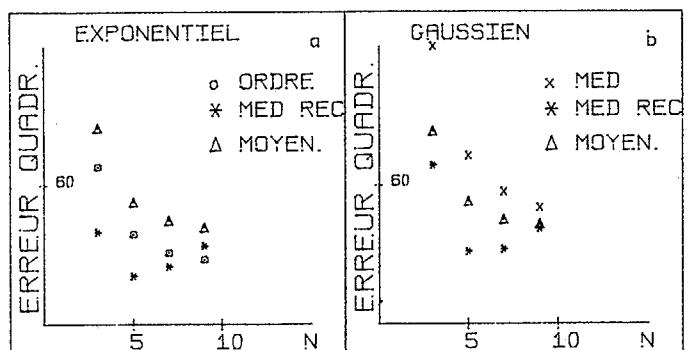


Fig.7 Erreur quadratique en sortie  
Signal 2D, bruit blanc de variance 400  
Filtrage "plus"

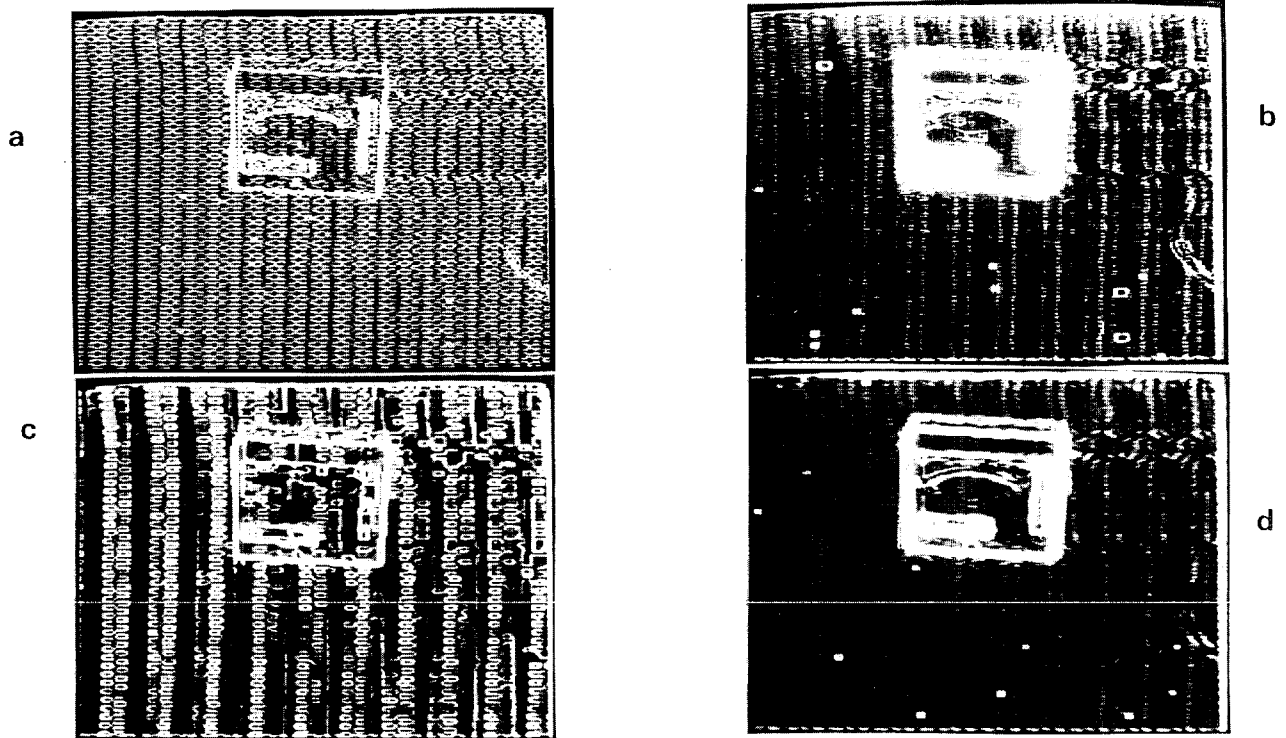


Fig.8 Localisation d'objets à partir de l'image gradient.

8a/ image gradient sans filtrage

8b/ après filtrage moyenneur 5x5

8c/ après filtrage médian récursif séparable de taille 5

8d/ après filtrage d'ordre séparable de taille 5

### IMAGES REELLES

Les images de la fig.8 permettent d'étudier les performances des filtres dans des situations qui ne sont pas celles envisagées précédemment. On considère ici le problème de la localisation d'un objet et l'extraction de quelques paramètres de forme (représentation polygonale par exemple). Classiquement la recherche d'indices visuels se fera à l'aide du calcul de l'image gradient pour lequel il existe des opérateurs temps réel.

L'image de départ est celle d'un multimètre situé sur un fond à peu près uniforme. Cette image noir et blanc est perturbée par un résidu de porteuse couleur de la caméra. La perturbation, de type sinusoïdal, ne peut donc pas être considérée comme un bruit blanc. On peut toutefois utiliser sa distribution d'amplitude.

Sur l'image 8a, le cerveau humain est capable de localiser précisément le multimètre et d'en donner les dimensions. Cependant, un système de vision artificielle, basé sur la détection de contours, aura du mal à distinguer l'objet des perturbations.

En 8b, le filtrage linéaire passe-bas atténue le bruit au prix d'une perte de précision sur la position des contours. En 8c, le filtrage médian récursif, non optimal, n'a pas totalement éliminé la perturbation. Toutefois les transitions liées au contour de l'objet sont les mieux respectées, se traduisant après filtrage par un gradient de forte intensité. En 8d, le filtre d'ordre a été calculé pour un signal constant [3] perturbé par un bruit distribué en  $1/\sqrt{1-x^2}$ . On observe une bonne élimination du bruit sur le fond de l'image (signal constant) mais les contours sont rendus flous.

Là encore, et bien qu'il ne soit pas optimum, on remarque l'intérêt du filtre médian récursif.

### CONCLUSION

Pour les systèmes de production, les dispositifs de vision par ordinateur donnent de très bons résultats lorsqu'ils disposent d'images de bonne qualité. Pour assurer un bon fonctionnement à ces systèmes lorsque ces images sont perturbées, il faut envisager un préfiltrage d'image éliminant la perturbation tout en respectant les contours de l'objet. L'étude présentée ici montre l'intérêt du filtre médian récursif. Sa complexité est moindre que celle d'un filtre d'ordre optimal et ses performances s'en approchent, voire les dépassent pour des perturbations de caractéristiques très différentes. L'étude du cas bidimensionnel montre l'importance du choix de la taille et de la forme de la fenêtre du filtre, ce choix dépendant du type d'objet analysé.

### REFERENCES

- [1] E.Ataman, V.K.Aatre, K.M.Wong : 'A fast Method for real time median filtering' IEEE Trans. ASSP vol 28, Août 1980
- [2] H.A.David : 'Order Statistics' Wiley Interscience, 2<sup>e</sup> édition, 1981
- [3] A.C.Bovik, T.S.Huang, D.C.Munson : 'A Generalization of Median Filtering Using Linear Combination of Order Statistics', IEEE Trans. ASSP vol 31-6, Dec. 1983
- [4] E.H.Loyd : 'Least Square Estimation of Location and Scale Parameters Using Order Statistics', Biometrika vol 39, 1952
- [5] G.R.Arce, R.J.Crinon : 'Median Filters : Analysis for 2-Dimensional recursively filtered signals', Proceedings of IEEE Conf. ICASSP'84