

**Optimisation de la localisation des frontières par ajustement d'un opérateur Gaussien de détection.**  
 Optimization of frontiers location by ajustement of Gaussian detection operator.

M. MEMIER\* - J.M. CHASSERY\*

\*Equipe de Reconnaissance des Formes et de Microscopie Quantitative Laboratoire TIM3 - UA CNRS 397-BP 68 38042 Saint MARTIN D'HERES CEDEX.

Le processus de compréhension d'une image nécessite une phase d'extraction de frontières que l'on doit aborder à différents degrés de résolution.

Les différents modèles développés intègrent une étape de lissage dont le but est d'adapter la résolution, puis une étape de recherche de gradient sur les niveaux de gris pour mettre en valeur les frontières caractéristiques. Cependant, le lissage peut provoquer des interférences et induit un déplacement des frontières qui peut, dans certains cas, rendre l'interprétation mal aisée. Nous proposons ici d'adapter un opérateur Gaussien dans le but de minimiser ces interférences et d'optimiser la localisation spatiale des frontières détectées.

The process of image comprehension requires that the frontiers be extracted for different degrees of resolution. Various authors have developed models which include a smoothing step whose purpose is to adapt the resolution, followed by a search step of the grey level gradients to enhance the characteristic frontiers. However, smoothing can provoke boundary interferences and lead to, a shifting of the frontiers which in certain cases, can make interpretation difficult. We propose here to adapt a Gaussian operator to minimize these interferences and optimize the spatial location of the detected frontiers.

**I. Introduction**

La détection des frontières est une étape fondamentale en analyse d'image. C'est en effet la phase préliminaire à la reconnaissance des formes, nécessaire pour la compréhension d'une scène.

Dans une image, une frontière est définie par un changement d'intensité. Si l'association oeil-cerveau est capable d'intégrer immédiatement les frontières caractéristiques d'une scène, cela est dû en grande partie à la compréhension de la scène. L'observateur humain est capable, en reconnaissant un objet et en le situant dans son environnement de n'en retenir que les traits caractéristiques et d'établir artificiellement des connexions dans l'image pour que sa perception visuelle reste en accord avec sa connaissance du monde extérieur.

Reconnaître un objet, c'est donc avant tout essayer de le situer dans un environnement, et on voit apparaître la nécessité d'appréhender l'image à différents degrés de résolution.

Le principe généralement admis consiste à défocaliser l'image en lui appliquant un opérateur de moyenne plus ou moins grand, puis de faire une extraction de frontières au moyen d'un masque pouvant prendre par exemple la forme du Laplacien. MARR (3-4) a développé un opérateur qui permet d'intégrer ces deux opérations en une seule :

L'effet de défocalisation (lissage) est donné par l'intermédiaire d'une fonction exponentielle  $g(x,y) = \exp -(x^2 + y^2)/2\sigma^2$  où  $\sigma$  représente l'écart-type associé à la gaussienne G. Le calcul différentiel (détection des frontières) se fait par le calcul du Laplacien.

L'opérateur se définit alors de la façon suivante :

Soit  $I(x,y)$  la fonction image ;  
 L'opération s'écrit  $\Delta[G(x,y) * I(x,y)]$   
 $= \Delta G(x,y) * I(x,y)$  où \* désigne le produit de convolution ; en développant en fonction de la distance radiale  $r = \sqrt{x^2+y^2}$ , on trouve finalement :

$$\Delta^2 G(r) = r^2 - 2\sigma^2 / \sigma^4 \exp (r^2/2\sigma^2)$$

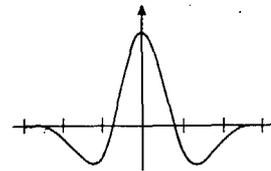


Fig. 1 : représentation de l'opération de Marr en 1 dimension

L'utilisation de la gaussienne comme fonction de lissage en fait un opérateur localisé simultanément dans le domaine spatial et dans le domaine fréquentiel, ce qui permet en particulier d'éviter les phénomènes d'échos sur les frontières.

En faisant varier la valeur de  $\sigma$ , on adapte le degré de résolution, et on peut ainsi avoir une approche progressive de l'image.

Ce type d'opérateur est toujours de grande dimension par rapport aux structures effectivement détectées ( $L=8\sigma$ ), ce qui le rend relativement peu sensible au bruit pour un procédé différentiel.

Le principal inconvénient réside dans le déplacement des frontières qu'induit un lissage assez raide (fig. 2)

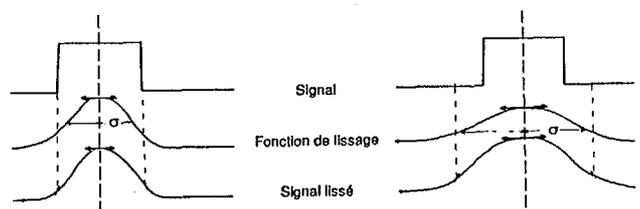


Fig. 2



Cette perte de précision peut aboutir, dans le cas d'une image complexe ou fortement bruitée, à des connexions aberrantes dans l'image, voir à une perte pure et simple de l'information : les différentes frontières détectées peuvent s'interférer et créer finalement un réseau de frontières sans aucune signification physique.

**II. Optimisation de l'opérateur**

Notre but, dans cette étude, a été de conserver l'aspect modulaire du degré de résolution tout en accordant la priorité à la précision spatiale des frontières détectées.

a) cas d'un signal à 1 dimension

Lorsque l'écart-type associé à la fonction de lissage diminue, les points de gradient maximum se déplacent, jusqu'à arriver à une position stable, et d'autres apparaissent. S'il est pratiquement impossible, pour un signal quelconque, de modéliser les vitesses et les seuils de déplacement des points de passage par  $\sigma$  de la fonction gradient dérivée, on peut décomposer un signal en éléments simples sur lesquels l'effet du lissage serait connu a priori. Nous avons limité cette décomposition à la classe des fonctions carrées, chaque élément de la classe étant obtenu en faisant varier le rapport  $R = h_2/h_1$  ainsi que la largeur  $L$  de la porte.

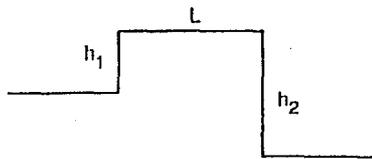


Fig. 3

effet du lissage

soit une fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 0 & \text{pour } x \leq 0 \\ f(x) = k & \text{pour } x > 0 \end{cases}$$

soit  $h(x)$  une fonction exponentielle de lissage définie par :

$$h(x) = \exp(-x^2/2\sigma^2)$$

le lissage de  $f(x)$  par  $h(x)$  peut s'exprimer par l'opération de convolution :

$$g(x) = 1/\sigma \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-(x-u)^2/2\sigma^2) \cdot f(u) du$$

notons  $g(x) = \phi(x/\sigma)$  (1)

1.  $h_1 = h_2$  ( $R = 1$ )

La fonction porte se définit par :

$$\begin{cases} f(x) = K & \text{pour } a \leq x \leq b \\ f(x) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

d'après (1) on obtient dans ce cas :

$g(x) = \phi[(x-a)/\sigma] - \phi[(x-b)/\sigma]$   
 si  $L$  représente la largeur de la porte, il faut étudier le comportement de :

$\phi[(x-1)/\sigma] - \phi[x/\sigma]$  lorsqu'on fait varier  $\sigma$ .  
 En posant le changement de variable :  
 $X = x/\sigma$  ;  $L = L/\sigma$  ;  $A = a/\sigma$  avec  $a = x + (L/2)$  :

$$f(a) = \phi[(x-1)/\sigma] - \phi[x/\sigma] = \phi[A + (L/2)] - \phi[A - L/2]$$

les frontières seront détectées aux points qui vérifient  $f''(a) = 0$ . Compte tenu des propriétés de dérivation au sens des distributions, on obtient :

$$\begin{aligned} \left[ \phi(A + L/2) \right]' &= 1/\sigma \sqrt{2\pi} e^{-(A+L/2)^2/2\sigma^2} \\ &= \phi'(A) (e^{-AL + (L/2)^2})^{1/2} \end{aligned}$$

$$f'(a) = \phi'(A) (e^{-u} - e^u) e^{-L^2/8} \quad \text{avec } u = A \cdot L/2$$

$$\begin{aligned} f''(a) = 0 &\text{ssi } -A \sinh(u) + \cosh(u) \cdot L/2 = 0 \\ \Rightarrow \tanh(u) &= L/2A \\ \Rightarrow \tanh(aL/2\sigma^2) &= L/2a \quad \text{où } a \text{ représente la} \\ &\text{distance au centre de la porte. Si } \sigma < L/4, \text{ cette} \\ &\text{équation est vérifiée pour } a = L/2 \end{aligned}$$

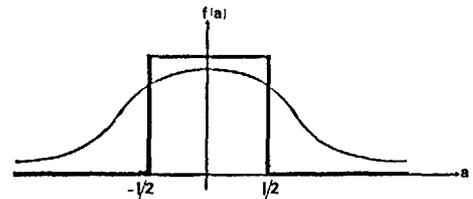


Fig. 4

pour conserver la localisation des frontières aux positions  $-L/2$  et  $+L/2$ ,  $\sigma$  doit être tel que la condition  $a < L/2 + 1$  soit vérifiée.

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

$l$	$a$	$\sigma$
100	51	$\leq 1/3.02 = 33.1$
50	26	$\leq 1/2.75 = 18.2$
25	13	$\leq 1/2.75 = 9$
7	4	$\leq 1/2.15 = 3.2$
5	3	$\leq 1/2 = 2.5$

La courbe de la figure 5 représente le seuil au delà duquel les points de gradients maximums s'écartent de leur position d'équilibre.

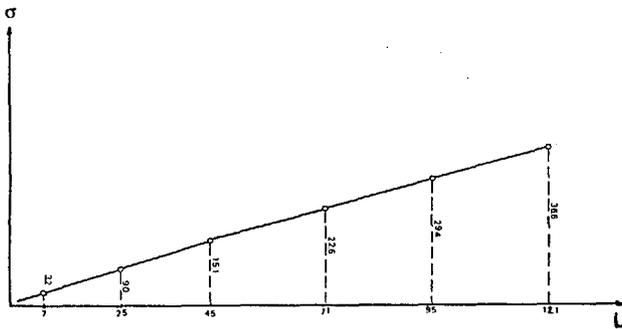


Fig. 5

Le lissage que nous voulons faire subir à l'image est motivé par la volonté de supprimer les structures (bruits inclus) de dimension inférieure à un seuil de résolution fixé, sans que les frontières correspondant à des structures plus larges se déplacent. Il s'agit bien en effet de supprimer la détection de ces structures, et non de les détecter, après un simple lissage, avec une intensité de gradient moindre.

Le principe est simple :  
 Connaissant la largeur L de la structure à éliminer et  $\sigma$  l'écart-type associé correspondant au seuil du déplacement, il suffit de calculer les passages par zéro de la fonction gradient dérivée pour  $\sigma_s$  puis pour  $\sigma_s + \epsilon$ . L'intersection des deux résultats ne retiendra que les frontières délimitant les structures supérieures à L. Le signal résultant est obtenu en prenant la valeur moyenne du signal original entre les frontières retenues. Ceci est illustré dans la figure 6.

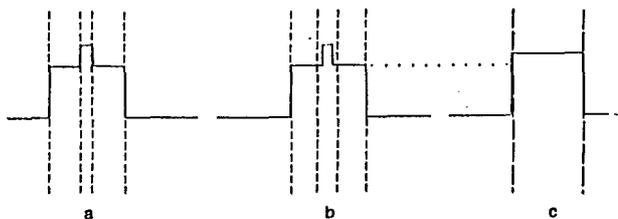


Fig. 6

- 6a - passages par zéro pour  $\sigma_s$
- 6b - passages par zéro pour  $\sigma_s + \epsilon$
- 6c - signal résultant

$\frac{2-h}{2} \neq h_1 (R+1)$   
 Il faut dans ce cas différencier le seuil de déplacement de la frontière correspondant au saut de faible amplitude, de celui correspondant au saut de grande amplitude:

- Si  $R \rightarrow \infty$  (fonction saut ) alors  $l \rightarrow \infty \Rightarrow a \rightarrow \infty \Rightarrow \sigma_s \rightarrow \infty$
- Si  $R = 1$  (fonction porte ) alors  $\sigma_s$  est fini (cas où  $h_1 = h_2$ )

donc  $\sigma_s$  croît avec R pour la transition de forte amplitude.

De plus, la pente de la variation est pondérée par l :

en effet : si  $l \rightarrow \infty$ ,  $\sigma_s \rightarrow \infty$   
 $\Rightarrow$  la pente est nulle.

Plus l diminue, plus la pente augmente, et la croissance devient nettement exponentielle pour des valeurs faibles de l.

Les courbes de la figure 7 représentent pour un certain nombre de largeurs l de la porte (L=7,11,21) ces deux seuils en fonction du rapport R des amplitudes.

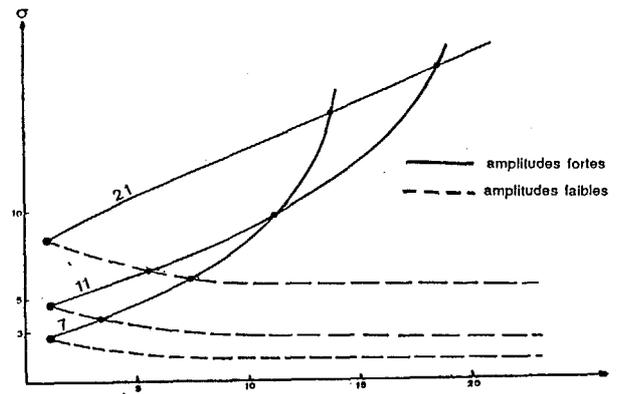


Fig. 7

Dans ce cas, qui est naturellement le plus fréquent, on prend en compte le contexte du contraste par rapport au voisinage. Les intersections de ces courbes montrent que le processus ne peut pas contrôler indépendamment le facteur 'dimension' et le facteur 'contraste', pas plus que ne le fait d'ailleurs notre système visuel. Il apparaît, à travers différentes images traitées, que ce processus "colle" assez bien à celui de la vision humaine.

Ceci est évidemment présenté dans le cas idéal d'un signal composé d'éléments simples tels que nous les avons définis, et de plus suffisamment espacés de sorte que le lissage ne crée pas d'interférences entre plusieurs éléments indépendants. En réalité, un signal d'image est beaucoup plus complexe, et son traitement nécessite un certain nombre de précautions.

En particulier, le lissage doit être progressif, c'est à dire que l'on doit d'abord éliminer les petites structures, puis augmenter progressivement la tension de la fonction de lissage pour arriver à la résolution voulue. Ainsi on traitera en priorité les hautes fréquences, et on minimisera les risques d'interférences entre plusieurs structures indépendantes.

Remarque

La décomposition virtuelle systématique d'un signal quelconque en une simple suite de fonctions carrées peut paraître hasardeuse vu la complexité



effective d'un signal réel. Même en opérant un lissage progressif, il est en effet peu probable que deux structures contigües soient spatialement indépendantes vis à vis de la fonction de lissage, d'autant plus que l'opérateur a toujours une dimension importante.

On peut cependant affirmer que globalement les frontières détectées oscilleront autour de leur vraie position, sans aucune sorte de systématisme que pourrait engendrer un lissage d'emblée assez raide.

b) Retour dans l'espace image à deux dimensions

Toute cette approche considère un signal mono-dimensionnel, et l'opérateur agit dans une seule direction, ce qui le rend très efficace, sur le plan de la détection, dans cette direction.

On considère alors l'image comme un ensemble continu de fonctions radiométriques à une dimension que l'on traite successivement. Le traitement sera très performant pour détecter les frontières perpendiculaires au sens de l'opérateur, mais plus les frontières s'éloigneront de cette direction idéale, moins la détection sera performante. Aussi, pour tenir compte dans une large mesure des orientations aléatoires des frontières dans l'image, on lui fera subir le traitement dans quatre directions principales : (0°, 45°, 90°, 135°).

Cette méthode de recherche de frontières reste sensible aux imperfections de continuité dans l'image, contrairement au filtre non directionnel de Marr.

Cependant, on peut d'une part éliminer facilement un certain nombre de ces imperfections, et d'autre part en tirer profit pour améliorer l'image finale :

1. Il est possible d'éliminer la plus grande partie des points parasites en procédant à un seuillage par rapport aux pentes des passages par zéro de la fonction gradient dérivée : plus l'amplitude du contraste est important, plus la pente est forte. Les imperfections de continuité sont statistiquement plus fréquentes dans les zones peu contrastées.

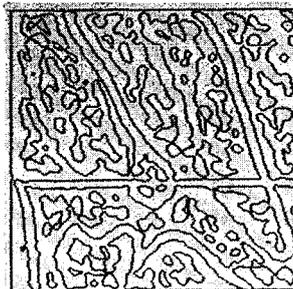
2. On considère qu'une frontière est un phénomène physique localement continu. Par application sur l'image lissée dans la direction  $\alpha$ , d'un filtre utilisant les statistiques de différents ordres (filtre médian par exemple), de largeur 1, et de direction  $(\alpha + \pi/2)$ , on rétablit un bon nombre de connexions logiques, sans pour autant déplacer les frontières.

3. On remarque enfin que, aussi fréquents que soient ces parasites, il seront toujours très déconnectés, contrairement aux fausses frontières introduites par un filtre non directionnel. On peut tirer parti de ce phénomène, en supprimant, après labellisation de l'image, tous les labels inférieurs à un seuil considéré comme significatif, ce qui nettoie l'image sans introduire de graves déconnexions sur les vraies frontières.

En conclusion la méthode proposée a l'avantage d'extraire d'une image un canevas de frontières géométriquement fiable pour une analyse ultérieure. S'il persiste quelques parasites sans signification physique, ils seront du moins de

petite dimension et fortement déconnectés, et si les vraies frontières présentent quelques lacunes dans leur continuité, une analyse structurale sur l'image binaire pourra apporter une solution à bon nombre de ces problèmes.

Exemple :



- a) coupe osseuse = image originale  
 b) opérateur de MARR ( $\sigma = 3,2$ )  
 c) lissage progressif ( $\sigma_{\max} = 3,2$ )

**BIBLIOGRAPHIE**

- BERGHOLM F.  
The royal institute of technology - Stockholm.  
TRITA - NA - 8518 - INTEGRAL - 46.
- CANNY J.F.  
Finding Edges and Lines in Images.  
MIT Artificial Intelligence Laboratory  
Technical Report n° AI-TR-720
- MARR D.  
VISION. A computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information.  
W.H. Freeman and company  
San FRANCISCO
- MARR D. and HILDRETH E.  
Theory of edge detection  
Proc. R. Soc. Lond. B.207. 187-217 (1980).