

DETECTION OPTIMALE DE CONTOURS AVEC UNE MISE EN OEUVRE RECURSIVE

Rachid DERICHE

INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt B.P. 105.
78153. LE CHESNAY Cedex. FRANCE

RESUME

ABSTRACT

Un algorithme optimal pour l'extraction des contours avec une mise en oeuvre récursive est présenté. Généralisant le formalisme décrit par Canny [1] au cas des filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII), on dérive l'opérateur optimal au sens du critère de Canny et on propose pour sa mise en oeuvre une implémentation récursive. Une immunité au bruit de troncature et un nombre d'opérations extrêmement réduit par point rendent cette implémentation très efficace. Une extension au cas 2-D est présentée avec une structure résultante du filtre implémentée de manière séparable et récursive. Les indices de performances théoriques de l'opérateur sont donnés et comparés très favorablement au filtre RIF de Canny et à son approximée : la première dérivée d'une Gaussienne. Divers résultats expérimentaux illustrent l'efficacité de cet opérateur.

A highly efficient recursive algorithm for edge detection is presented. Using Canny's design [1], we show that a solution to his precise formulation of detection and localisation for infinite extent filter leads to an optimal operator in one dimension, which can be efficiently implemented by two recursive filters moving in opposite directions. In addition to the noise truncature immunity which results, the recursive nature of the filtering operations leads to a substantial saving in computational effort. The extension to the 2-D case is considered and the resulting filtering structures are implemented as 2-D recursive filters. Performance measures of this new edge detector are given and compared to Canny's filters. Various experimental results are shown.

I - INTRODUCTION

Une des tâches la plus importante dans tout système de vision par ordinateur est la détection des contours de l'image perçue par le système d'acquisition. Beaucoup d'efforts ont été faits par la communauté scientifique travaillant en vision par ordinateur pour extraire les contours d'une image et plusieurs techniques ont été proposées à ce jour [2]. Les contours correspondent en général à des changements brusques de propriétés physiques ou géométriques de la scène et forment ainsi des attributs très importants.

Dans la plupart des techniques développées, plusieurs opérateurs locaux (directionnels ou pas) de dérivation du premier ordre et du second ordre sont utilisés. Suivis respectivement d'une recherche de maxima locaux et de passage par zero, ces opérateurs ne donnent souvent pas, à eux seuls, de bons résultats sur une image réelle où les changements d'intensité sont rarement nets et abrupts. Une opération de seuillage et un suivi de contours sont en effet nécessaires pour éliminer le bruit et affiner les contours à une épaisseur d'un pixel.

Depuis quelques années, on assiste cependant à une nouvelle approche du problème de la détection de contours qui peut être décrite par le problème suivant : Etant donné un modèle du contour recherché et le type de l'opération de détection, trouver l'opérateur optimal suivant certains critères qui permet la détection de ce modèle dans un contexte donné.

Des formalismes ont été décrits par certains auteurs pour résoudre ce problème. On y distingue particulièrement le travail de Marr & Hilldreth [3], Modestino & Fries [4], Shanmuggan & all [5], Poggio & all [6], mais l'approche la plus intéressante et qui fait maintenant référence nous semble être celle de Canny [1] qui dérivait un opérateur optimal en fonction d'un critère basé sur la détection et la localisation.

Dans ce papier on décrit d'abord brièvement l'approche de Canny et on montre ensuite qu'une solution beaucoup plus simple et présentant de meilleurs indices de performances est obtenue en généralisant son approche au

cas des filtres RII. Dans le 2^{ème} paragraphe on montre comment notre opérateur, ainsi que son intégrale qui sera utilisée comme opérateur de lissage dans le cas 2-D, peuvent se mettre en oeuvre de manière récursive. Une généralisation au cas 2-D de manière séparable est présentée dans le 3^{ème} paragraphe et on termine par une présentation de divers résultats expérimentaux.

II - SYNTHESE:

Soit $I(x)$ un signal représentant un saut d'amplitude A , noyé dans un bruit gaussien $n(x)$ de moyenne nulle et de variance n^2_0 :

$$I(x) = A \cdot u_{-1}(x) + n(x)$$

Soit $\theta(x_0)$, la sortie au point x_0 de la convolution du signal $I(x)$ avec un opérateur de détection $f(x)$:

$$\theta(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) \cdot f(x_0 - x) dx$$

Le problème posé est de trouver $f(x)$ tel que $\theta(0)$ soit maximum sous les 3 contraintes suivantes :

Bonne détection : Ce critère revient à chercher $f(x)$ antisymétrique et tel que le rapport signal sur bruit Σ soit maximum :

$$\Sigma = \frac{\int_{-\infty}^0 f(x) dx}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx \right]^{1/2}}$$

Bonne localisation : Ce critère correspond à la minimisation de la variance σ^2 de la position des passages par zéro et revient à maximiser la localisation λ définie comme l'inverse de σ :



$$\lambda = \frac{|f'(0)|}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx \right]^{1/2}}$$

Non multiplicité des réponses : Ce critère correspond à la limitation du nombre de maxima locaux détectés en réponse à un seul contour. La distance moyenne entre les maxima locaux, notée x_{\max} , est alors contrainte à l'égalité suivante :

$$x_{\max} = 2\pi \cdot \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx} \right]^{1/2}$$

Trouver $f(x)$ qui maximise le produit $\Sigma \cdot \lambda$ sous la contrainte du 3^{ème} critère revient alors à trouver la solution de l'équation différentielle suivante :

$$2.f(x) - 2.\lambda_1.f''(x) + 2.\lambda_2.f''''(x) + \lambda_3 = 0$$

qui admet comme solution générale :

$$f(x) = a_1.e^{\alpha.x}.\sin \omega.x + a_2.e^{\alpha.x}.\cos \omega.x + a_3.e^{-\alpha.x}.\sin \omega.x + a_4.e^{-\alpha.x}.\cos \omega.x + C$$

Cherchant l'opérateur $f(x)$ sous forme de filtre RIF défini sur $[-W, +W]$ et présentant une pente S à l'origine, Canny a imposé les conditions aux limites suivantes :

$$f(0) = 0 \quad f(W) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(W) = 0$$

Ces 4 conditions aux limites permettent alors aux coefficients a_1 à a_4 d'être déterminés. $f(x)$ étant impaire, la solution est étendue aux x négatifs avec $f(x) = -f(-x)$.

Utilisant une optimisation numérique sous contrainte, Canny trouva que la plus grande valeur pouvant être obtenue pour k est de .58 et qu'elle correspond à un indice de performance $\Sigma \cdot \lambda = 1.12$.

L'opérateur trouvé ne présentant pas de simplicité au niveau de la mise en oeuvre, Canny l'approxima au vu de sa forme par l'opérateur 1^{ère} dérivée d'une Gaussienne qui présente un indice de performance, $\Sigma \lambda = 0.92$ et $k = 0.51$, dégradée de 20%.

Notre approche a consisté en la recherche de l'opérateur optimal sous forme de filtre RII. Il en est résulté la même équation différentielle à résoudre avec cependant de nouvelles conditions aux limites :

$$f(0) = 0 \quad f(+\infty) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(+\infty) = 0$$

Appliquées à la solution générale, ces conditions donnent avec α , ω et S réels positifs :

$$f(x) = (S/\omega).e^{-\alpha.x}.\sin \omega.x$$

Comme $f(x)$ est antisymétrique, cette relation se généralise pour tout x par :

$$f(x) = (S/\omega).e^{-\alpha.|x|}.\sin \omega.x$$

Evaluant les différentes intégrales intervenant dans le calcul des indices de performance de cet opérateur, on obtient les résultats suivants :

$$\lambda = (2.\alpha)^{1/2} \quad \Sigma = \left[\frac{2.\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$$

$$\Sigma \cdot \lambda = \frac{2.\alpha}{(\omega^2 + \alpha^2)^{1/2}} \quad k = \left[\frac{\alpha^2 + \omega^2}{5.\alpha^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$$

En posant $\alpha = m.\omega$, on déduit 3 cas intéressants :

a) $m \gg 1$
 $\lambda = (2.\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \approx (2/\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \cdot \lambda \approx 2 \quad k \approx .44$

b) $m = 1$
 $\lambda = (2.\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \approx (1/\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \cdot \lambda \approx \sqrt{2} \quad k \approx .58$

c) $m = \sqrt{3}$
 $\lambda = (2.\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \approx (3/2\alpha)^{1/2} \quad \Sigma \cdot \lambda \approx \sqrt{3} \quad k \approx .5$

Le cas c) montre que pour une même valeur de k , l'indice de performance de notre opérateur est près de 90% meilleure que la première dérivée d'une Gaussienne.

Le cas b) montre que pour une même valeur de k , notre opérateur présente un indice de performance amélioré de près de 25% par rapport à l'opérateur optimal de Canny ($\Sigma \cdot \lambda \approx 1.12$ $k = .58$).

Le cas a) présente le meilleur indice. Il correspond à la limite de notre opérateur $f(x)$ pour ω tendant à 0. Il est facile de vérifier que cette limite correspond à l'opérateur $g(x)$ donné ci-dessous :

$$g(x) = S.x e^{-\alpha.|x|}$$

En fait cet opérateur est simplement la solution de l'équation différentielle au cas où le discriminant de son équation caractéristique est nul. Ses indices de performance sont donnés par le cas a) traité ci-dessus.

L'opérateur $g(x)$ présente donc des indices de performance bien meilleure que celui donné par Canny. Il ne présente qu'un seul paramètre à régler correspondant à la résolution α à laquelle les contours sont à détecter et ses indices de localisation et de détection sont très simplement exprimés en fonction de cette résolution. Diminuer α permet de favoriser la détection au détriment de la localisation et vice versa. En plus il possède une particularité de mise en oeuvre très intéressante : il peut être implémenté exactement de manière récursif avec un nombre d'opération extrêmement réduit et indépendant de la résolution α à laquelle on opère. Dans le cas d'une approche multi-résolution [7], cette particularité est très importante.

III-IMPLEMENTATION RECURSIVE 1-D

On développe dans cette partie notre procédure pour implémenter de manière récursive notre opérateur de détection ainsi que son intégrale qui va servir comme opérateur de lissage dans la version 2-D

Une mise en oeuvre récursive du filtre optimal $f(x)$ peut être obtenue en appliquant les techniques de la transformée en z . Soit $\{f(n)\}$ les échantillons de $f(x)$ et $F(z)$ la transformée en z correspondante :

$$F(z) = \sum f(n).z^{-n} \quad \text{for } n = -\infty, \dots, +\infty$$

La séquence $\{f(n)\}$ étant non causale, une étape préliminaire nécessaire est sa transformation en une somme de 2 séquences causales. Pour cela, on réécrit $\{f(n)\}$ sous la forme suivante d'une somme de 2 séquences causales $f_-(n)$ et $f_+(n)$ telles que :

$$f(n) = f_-(n) + f_+(n) \quad \text{for } n = -\infty, \dots, +\infty$$

$$f_-(n) = \begin{cases} 0 & n \geq 0 \\ S.n.e^{+\alpha.n} & n < 0 \end{cases} \quad f_+(n) = \begin{cases} S.n.e^{-\alpha.n} & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

Utilisant la transformée en z on obtient :

$$F(Z) = F_-(Z) + F_+(Z^{-1}) \quad \text{avec}$$

$$F_+(Z^{-1}) = \frac{a.Z^{-1}}{1+b_1.Z^{-1}+b_2.Z^{-2}} \quad F_-(Z) = \frac{-a.Z}{1+b_1.Z+b_2.Z^2}$$

$$a = S.e^{-\alpha} \quad b_1 = -2.e^{-\alpha} \quad b_2 = e^{-2.\alpha}$$

$F_+(z^{-1})$ (resp. $F_-(z)$) converge pour $|e^{-\alpha}.z^{-1}| < 1$ (resp $|e^{\alpha}.z| > 1$). Comme toutes les singularités de $F_+(z^{-1})$ (resp $F_-(z)$) sont à l'intérieur (resp. extérieur) du cercle unité pour α réel positif, ces 2 transformées en z correspondent à 2 fonctions de transfert de filtres récursifs stables et de second ordre, le premier opérant de gauche à droite (F_+) et le second de la droite vers la gauche (F_-).

En particulier, la réponse à $\{x(m)\}$ comme entrée d'un système ayant $\{f(n)\}$ comme réponse impulsionnelle peut être obtenue de manière récursive suivant le schéma suivant:

$$y^+(m) = x(m-1) - b_1.y^+(m-1) - b_2.y^+(m-2) \quad \text{for } m = 1, \dots, M$$

$$y^-(m) = x(m+1) - b_1.y^-(m+1) - b_2.y^-(m+2) \quad \text{for } m = M, \dots, 1$$

$$y(m) = a.(y^+(m) - y^-(m)) \quad \text{for } m = 1, \dots, M$$

Avec a, b1 et b2 les coefficients fonction de α et M la taille de $\{y(m)\}$. La constante S peut être fixée par la contrainte de normalisation suivante :

$$\{\sum f(n) \quad n = 0, \dots, +\infty\} = \{-\sum f(n) \quad n = -\infty, \dots, 0\} = -1$$

On obtient alors :

$$S = - (1-e^{-\alpha})^2 / e^{-\alpha}$$

L'importance de ces équations récursives de mise en oeuvre tient au fait que le nombre d'opération requis est extrêmement faible et surtout indépendant de la valeur de la résolution à laquelle les contours sont à détecter. En effet la forme du filtre déterminé par le paramètre α peut varier mais le nombre d'opération par point reste identique (5). A titre de comparaison, une implémentation FIR de $\{f(n)\}$ sur $2.N+1$ coefficients aurait requis $2.N+1$ opérations par point. Un gain de $(2.N+1)/5$ en résulte en faveur de la mise en oeuvre récursive qui présente en plus l'avantage de ne pas introduire de bruit de troncature. A titre d'exemple une implémentation sur 16 bits de cet opérateur de détection sous forme RIF pour $\alpha=.5$ et $\alpha=.25$ aurait nécessité respectivement 57 et 105 opérations par point.

En appliquant la même technique, on peut aisément montré que les échantillons $\{h(n)\}$ de l'intégrale $h(x)$ de $f(x)$ possèdent aussi la bonne propriété de pouvoir être mis en oeuvre de manière récursive. Ce résultat sera utilisé pour l'extension au cas 2-D. En effet :

$$h(n) = k.(\alpha. |n| + 1) .e^{-\alpha. |n|}$$

Montrons que $h(n)$ peut aussi être implémenté de manière récursive. Soit $H(Z)$ sa transformée en Z :

$$H(Z) = H_+(Z^{-1}) + H_-(Z)$$

$$H_+(Z^{-1}) = \frac{a_0+a_1.Z^{-1}}{1+b_1.Z^{-1}+b_2.Z^{-2}} \quad H_-(Z) = \frac{a_2.Z+a_3.Z^2}{1+b_1.Z+b_2.Z^2}$$

$$\text{avec :} \quad b_1 = -2.e^{-\alpha} \quad b_2 = e^{-2.\alpha}$$

$a_0 = k \quad a_1 = k.(\alpha-1).e^{-\alpha} \quad a_2 = a_1 - k.b_1 \quad a_3 = -k.b_2$
Ayant le même dénominateur que $F_+(z^{-1})$ et $F_-(z)$ ces 2 transformées en z correspondent de la même manière à 2 fonctions de transfert de filtres récursifs stables et de second ordre, le premier opérant de gauche à droite (H_+) et le second de la droite vers la gauche (H_-).

La sortie $\{y(m)\}$, résultat de la convolution de la séquence d'entrée $\{x(m)\}$ avec la réponse impulsionnelle $\{h(n)\}$ s'obtient alors comme suit

$$y^+(m) = a_0.x(m) + a_1.x(m-1) - b_1.y^+(m-1) - b_2.y^+(m-2)$$

pour $m = 1, \dots, M$

$$y^-(m) = a_2.x(m+1) + a_3.x(m+2) - b_1.y^-(m+1) - b_2.y^-(m+2)$$

pour $m = M, \dots, 1$

$$y(m) = y^+(m) + y^-(m)$$

pour $m = 1, \dots, M$

La constante k peut être fixée par la contrainte de normalisation suivante : $\{\sum h(n) \quad n = -\infty, \dots, +\infty\} = 1$
On obtient alors :

$$k = (1-e^{-\alpha})^2 / (1+2.\alpha.e^{-\alpha} - e^{-2.\alpha})$$

Cette étape de lissage nécessite seulement 8 opérations par point indépendamment de la résolution α utilisée. Ceci doit être comparé aux $(2.N+1)$ opérations requises par un filtre RIF de $(2.N+1)$ coefficients. A titre d'exemples, pour $\alpha = .5$ et $.25$ une implémentation RIF sur 16 bits de ce filtre de lissage aurait demandé respectivement 57 et 113 opérations par point.

IV -CAS 2-D:

Une généralisation au cas 2-D de l'opérateur de détection est présentée. Pour cela on crée pour la direction en x (resp. en y) un masque 2-D $\{X(m,n)\}$ (resp. $\{Y(m,n)\}$) produit du détecteur aligné en x (resp. en y) avec un opérateur de projection parallèle à la direction en y (resp. en x). Une implémentation totalement récursive en résulte si on choisit comme opérateur de lissage $h(n)$ présenté dans la section précédente.

$$X(m,n) = [S.n.e^{-\alpha. |n|}] [k.(\alpha. |m| + 1).e^{-\alpha. |m|}]$$

$$Y(m,n) = [k.(\alpha. |m| + 1).e^{-\alpha. |m|}] [S.n.e^{-\alpha. |n|}]$$

Du fait de leur séparabilité, les masques $\{X(m,n)\}$ et $\{Y(m,n)\}$ peuvent être très efficacement implémentés de manière récursive. En effet pour convoluer une image $\{I(i,j)\}$ avec le masque $\{X(m,n)\}$, on convolue dans la direction horizontale avec l'opérateur de dérivation $\{f(n)\}$ et cela de manière récursive (voir paragraphe précédent) et on applique ensuite sur le résultat obtenu, le filtre de lissage $\{h(n)\}$ dans la direction verticale.

Cette mise en oeuvre permet de convoluer l'image d'entrée $\{I(i,j)\}$ avec le masque infini $\{X(m,n)\}$ en seulement 13 multiplications et 12 additions par point et cela, sans aucune troncature du masque. Pour le masque $\{Y(m,n)\}$ on interchange $h(n)$ et $f(n)$ et on applique le même procédé.

L'Algorithme pour extraire les contours d'une image $I(i,j)$ opère alors de la manière suivante:



- a) Mise en oeuvre récursive de $I(i,j)*X(m,n)$ pour obtenir l'image gradient directionnel en x : $Grx(i,j)$
 b) Mise en oeuvre récursive de $I(i,j)*Y(m,n)$ pour obtenir l'image gradient directionnel en y : $Gry(i,j)$
 c) Calcul de la norme $A(i,j)$ et de la direction du gradient $D(i,j)$ en fonction de $Grx(i,j)$ et $Gry(i,j)$:

$$A(i,j) = \sqrt{Grx(i,j)^2 + Gry(i,j)^2}; D(i,j) = \text{ATAN}(Gry(i,j)/Grx(i,j))$$

d) Suppression des non maxima locaux de $A(i,j)$ dans la direction exacte de $D(i,j)$. Pour le calcul de la norme des points qui se trouvent dans la direction $D(i,j)$, une interpolation linéaire entre les 2 voisins les plus proches est effectuée.

e) Seuillage par hystérisis de l'image des maxima locaux, $R(i,j)$, obtenue à l'étape d]. On seuille $R(i,j)$ avec un seuil sb et on élimine tous les segments n'ayant pas au moins un point dont la norme est supérieur à un plus grand seuil, sh .

V-RESULTATS EXPERIMENTAUX:

L'algorithme présenté a été testé sur divers types d'images synthétiques et réelles et les résultats obtenus sont très satisfaisants. A titre d'exemple, deux images représentant des scènes d'intérieur perçues par un robot mobile sont montrés par les Figures ci-dessous. Les contours obtenus sont illustrés pour une valeur de α de 1. Il est bon de noter la bonne détection et surtout la très bonne localisation des contours obtenus.



- #### REFERENCES
- [1] J.F. CANNY
 "Finding Edges and Lines in Images", MIT Artificial Intelligence Laboratory, TR-720, 1983.
- [2] L.S.DAVIS
 "A Survey of Edge Detection Techniques", Computer Graphics and Image Processing, Vol 4, pp 248-270, 1975.
- [3] D.MARR and E. C. HILDRETH
 "Theory Of Edge Detection", Proceedings Of Royal Society Of London, B, Vol 207, pp 187-217, 1980
- [4] J.W. MODESTINO and R.W. FRIES
 "Edge Detection in Noisy Images using Recursive Digital Filtering", Comp. Graph. Image Proc. 6, pp. 409-433, 1977.
- [5] K.S. SHANMUGAN, F.M. DICKEY and J.A. GREEN
 "An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., Vol. PAMI-1, pp. 37-49, 1979.
- [6] T.POGGIO, H.VOORHEES and A.YUILLE
 "A Regularized Solution To Edge Detection " M.I.T. A.I Lab, A.I Memo. 833, May 1985.
- [7] A. WITKIN
 "Scale-Space Filtering", Proc. 7th Int. Jt. Conf. Artif. Intell., Karlsruhe, pp. 1019-1021, 1983.

