

APPLICATION DES ALGORITHMES DE MOINDRES CARRES MODULAIRES AU  
TRAITEMENT D'ANTENNE

S. JAZAERLI , G. VEZZOSI

Laboratoire Traitement du Signal, Irisa, UNIVERSITE DE RENNES I, Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX

RESUME

Le plus sérieux obstacle à l'emploi des techniques de modélisation autorégressives (AR) dans le traitement des données issues d'un réseau de capteurs réside dans le nombre et la nature des calculs à effectuer : les méthodes par blocs conduisent à estimer un grand nombre d'intercorrélations et à résoudre des systèmes linéaires d'ordre élevé, tandis que les méthodes récursives vectorielles réputées rapides obligent à manipuler à chaque instant un grand nombre de matrices de taille égale au nombre de capteurs.

On montre comment une légère modification du critère de moindres carrés aboutissant aux algorithmes récursifs vectoriels permet de décomposer ces algorithmes en des assemblages de modules de calculs scalaires identiques possédant tous les avantages des treillis scalaires : modularité, résistance aux erreurs d'arrondi, facilité d'implantation, avec un gain en complexité égal au nombre de capteurs. On montre ensuite la supériorité de l'estimateur spectral AR sur l'estimateur par TF dans les procédés de goniométrie par vecteurs propres.

I. INTRODUCTION

Le succès des procédés de goniométrie par vecteurs propres dépend largement de la qualité des estimations spectrales utilisées. A cause du grand nombre de données à traiter, celles-ci sont habituellement obtenues par transformée de Fourier (TF), ce qui revient à estimer les matrices spectrales par le schéma classique : filtrage sélectif, quadrature, intégration temporelle ou fréquentielle. Il n'est pas évident que cette solution soit la meilleure du point de vue des résultats du goniomètre à vecteurs propres placé en aval. La mise en oeuvre d'une procédure d'estimation par TF conduit à de subtils compromis entre le biais et la variance [1]. Si la variance est facile à contrôler (ce n'est qu'un problème de constante d'intégration), il n'en va pas de même du biais. Or, il arrive que les effets de biais prennent une importance prépondérante. Tel est le cas, par exemple, si la géométrie de l'antenne et des sources met en jeu des retards élevés : l'estimateur ne peut pas reproduire l'oscillation des termes croisés de la matrice spectrale à l'intérieur de la bande de fréquences isolée par le filtre sélectif d'entrée, ce qui détruit la cohérence des fronts éclairant le réseau [2]. Tel est le cas, également, si les sources présentes sont à large bande et de puissances très distinctes : le mélange des fréquences produit par les lobes secondaires du filtre d'entrée empêche de voir les sources les plus faibles (cf. le § III). Dans une situation de ce type, on peut chercher à perfectionner l'estimateur par TF [1]. On peut aussi changer d'estimateur. La présente étude examine les possibilités de l'estimateur spectral autorégressif (AR).

Le principal obstacle à l'emploi des techniques de modélisation AR dans le cas de réseaux de capteurs réside dans le nombre et la nature des calculs à effectuer. Soit M le nombre de capteurs et n l'ordre de la régression vectorielle. Un traitement global conduit classiquement à résoudre les équations normales

$$[I, a_1, \dots, a_n] R = [\Sigma, 0, \dots, 0], \quad (1)$$

où les  $\{a_k\}$  sont les matrices carrées d'ordre M des coefficients du prédicteur, et R est la matrice des corrélations, carrée d'ordre  $M(n+1)$ , qui possède

ABSTRACT

The most serious drawback when using AR techniques in spatial array processing lies in the type and amount of computations which have to be performed : in block processing methods, a huge number of correlations has to be estimated, and a high order linear system must be solved ; while the so-called fast recursive multichannel algorithms lead to handle for every new incoming data many matrices of order equal to the number of sensors.

It is shown how a slight modification of the least-squares criterion at the basis of the classical multichannel algorithms results in their decomposition into a network of identical scalar cells which share all the properties of lattice structures : modularity, robustness to quantization effects, easy implementation, with a reduction in complexity equal to the number of sensors. Then, the superiority of the spectral AR estimator to the classical one is illustrated in the direction finding problem using the MUSIC scheme.

asymptotiquement une structure de Toeplitz par blocs avec des blocs de taille  $M \times M$  quand le nombre de données tend vers l'infini. Il faut donc estimer, en supposant la structure de Toeplitz,  $M(M+1)/2 + M^2 n$  corrélations, puis résoudre (1), avec une matrice R qui peut être proche de la singularité à fort rapport (S/B), ce qui paraît rédhibitoire dès que M et n ont des valeurs courantes ( $M=20, n=10$ ). On peut alors penser utiliser des algorithmes récursifs [3], et minimiser ainsi à chaque instant un critère de la forme

$$\sum_{s=t_0}^t \|y_s + a_1 y_{s-1} + \dots + a_n y_{s-n}\|^2, \quad (2)$$

où les  $\{a_k\}$  ont la même signification que précédemment. Mais la situation n'est guère plus brillante. Ces algorithmes conduisent à effectuer à chaque instant de nombreuses manipulations matricielles (du type : produit de matrices carrées d'ordre M sans structure particulière ( $M^3$  multiplications à chaque produit), inversion, racine carrée ...), sans pour autant garantir la stabilité numérique à fort (S/B) (on propage en temps des matrices presque singulières).

Nous montrons dans la suite comment le passage du critère (2) au critère légèrement différent

$$\sum_{s=t_0}^t \|a_0 y_s + a_1 y_{s-1} + \dots + a_n y_{s-n}\|^2, \quad (3)$$

où  $a_0$  est une matrice triangulaire inférieure ayant des 1 sur la diagonale, permet de décomposer les algorithmes de [3] en des assemblages de cellules de calculs scalaires identiques, avec tous les avantages afférents à ce type de structure pour l'implantation sur des circuits spécialisés [4]. Nous montrons ensuite par des exemples la supériorité de l'estimateur spectral AR sur l'estimateur par TF dans le goniomètre à large bande.

La présentation est limitée au cas de l'algorithme en treillis normalisé prewindowed (PW), qui minimise la fonction (3) avec  $t_0=0$  et  $y_s=0$  pour  $s < 0$ . Le même type de présentation peut être repris dans les cas de covariance (où  $t_0=n$  dans (3)), à fenêtre glissante ( $t_0=t-w$ , w entier fixe), normalisés ou non, ou même dans les cas de structures transversales [8].



II. L'ALGORITHME PW EN TREILLIS NORMALISE DECOMPOSE

1. Les ingrédients. Nous adoptons l'approche géométrique de [5]. Soit E un espace vectoriel sur  $\mathbb{C}$ , muni du produit scalaire  $\langle a, b \rangle$ , et de la norme  $\|a\| = \langle a, a \rangle^{1/2}$ . Soit  $\bar{a} = a/\|a\|$  le normalisé du vecteur a, où naturellement le normalisé du vecteur nul est nul. La corrélation normée  $\rho(a, b)$  de deux vecteurs a et b de E est par définition le produit scalaire de leurs normalisés  $\bar{a}$  et  $\bar{b}$ . Soit u un sous espace vectoriel de E. Le résidu de la projection orthogonale de a sur u est noté  $a_u$ . Tout résidu possède la propriété classique d'itération sur l'ordre, qui, avec les notations précédentes, s'exprime par la relation très simple :

$$a_{u,v} = (a_u)_v = (a_v)_u \quad (4)$$

Si  $a_u$  et  $b_u$  sont deux résidus par rapport au même sous espace u, leur corrélation normée est notée  $\rho_u(a, b)$ .

Supposons donnés deux vecteurs a et b de E. Considérons leurs normalisés  $\bar{a}$  et  $\bar{b}$ , et les résidus normés  $\bar{a}_b$  et  $\bar{b}_a$ . Le passage du couple  $(\bar{a}, \bar{b})$  au couple  $(\bar{a}_b, \bar{b}_a)$  met en jeu une rotation hyperbolique. On a :

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_b \\ \bar{b}_a \end{bmatrix} = \Theta(\rho(a, b)) \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \end{bmatrix}, \quad (5-a)$$

$$\Theta(\rho) = [1 - |\rho|^2]^{-1/2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho^* & 1 \end{bmatrix}, \quad (5-b)$$

étant entendu que dans le cas où les vecteurs a ou b sont nuls, le coefficient  $[1 - |\rho|^2]^{-1/2}$  qui intervient au second membre de (5-b) doit être remplacé par la matrice diagonale :

$$\begin{bmatrix} [\rho(a, a) - |\rho|^2]^{-1/2} & 0 \\ 0 & [\rho(b, b) - |\rho|^2]^{-1/2} \end{bmatrix}, \quad (5-c)$$

et que, en règle générale,  $i/0$  doit être interprété comme zéro.

Soient de même  $(a, b, v)$  trois vecteurs de E. Supposons données les trois corrélations normées  $\{\rho_u(a, b), \rho(a, v), \rho(b, v)\}$ . Le passage de ce triplet au triplet  $\{\rho_u(a, b), \rho_b(a, v), \rho_a(b, v)\}$  est possible grâce à la transformation de Yule. On a :

$$\begin{bmatrix} \rho(a, b) \\ \rho_b(a, v) \\ \rho_a(b, v) \end{bmatrix} = Yu \begin{bmatrix} \rho_u(a, b) \\ \rho(a, v) \\ \rho(b, v) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

où

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = Yu \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

désigne la transformation définie par :

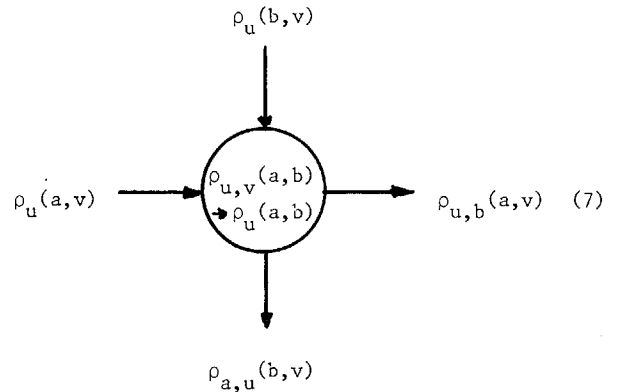
$$\begin{aligned} X &= f^{-1}(x, y, z) \\ Y &= f(y, X, z^*) \\ Z &= f(z, X^*, y^*) \end{aligned},$$

avec

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= [(1 - |y|^2)(1 - |z|^2)]^{-1/2} [x - yz^*], \\ f^{-1}(x, y, z) &= [(1 - |y|^2)(1 - |z|^2)]^{1/2} x + yz^* \end{aligned}$$

Les relations (5) et (6) s'appliquent évidemment quels que soient les vecteurs  $(a, b, v)$  choisis dans E. Dans la suite, nous les utiliserons dans le cas où  $(a, b, v)$  sont eux mêmes des résidus normés par rapport au même sous espace u, soit  $(a_u, b_u, v_u)$ . La rotation hyperbolique effectuée alors le passage du couple  $(\bar{a}_u, \bar{b}_u)$  au couple  $\bar{a}_{u,b}$ ,  $\bar{b}_{a,u}$ . La transformation de Yule assure de même le transfert du triplet  $\{\rho_{u,v}(a, b), \rho_u(a, v), \rho_u(b, v)\}$  au triplet  $\{\rho_u(a, b), \rho_{u,b}(a, v)$ .

$\rho_{a,u}(b, v)\}$ . Les corrélations normées  $\rho_{u,v}(a, b)$  et  $\rho_u(a, b)$  jouent dans la suite le rôle de variables locales, ce qui permet de représenter la transformation de Yule par le schéma suivant :



Ce schéma constitue le module élémentaire à partir duquel tout l'algorithme PW va être construit. La notation  $\rho_{u,v}(a, b) \rightarrow \rho_u(a, b)$  signifie que l'état du module passe de la valeur  $\rho_{u,v}(a, b)$  à la valeur  $\rho_u(a, b)$  sous l'effet des deux entrées.

2. Le problème. Pour  $t \geq 0$ , soit  $y_t = [y_{1,t}, \dots, y_{M,t}]^T$  un signal vectoriel complexe à M composantes, que, pour fixer les idées, nous stockons dans un tableau à M lignes, numérotées de 1 à M, à partir de la colonne  $t = 0$ . Nous supposons les données du tableau numérotées du haut vers le bas et de la gauche vers la droite, de sorte que la donnée immédiatement antérieure à  $y_{1,t}$  est  $y_{M,t-1}$ . Nous associons à la donnée  $y_{m,t}$  le vecteur ligne  $\underline{y}_{m,t}$  défini par :

$$\underline{y}_{m,t} = [y_{m,t}, y_{m,t-1}, \dots, y_{m,0}, 0, \dots], \quad 1 \leq m \leq M, \quad (8)$$

où le nombre de zéros placés derrière  $y_{m,0}$  est infini, et nous adoptons la convention suivante  $m:0$

$$\underline{y}_{0,t} = \underline{y}_{M,t-1}, \quad \underline{y}_{M+1,t} = \underline{y}_{1,t+1}, \quad (9)$$

qui régit les sauts de colonne dans le tableau des données. Nous notons  $\underline{y}_t$  (avec un seul indice), le sous espace engendré par :

$$\{\underline{y}_{M,t}, \underline{y}_{M-1,t}, \dots, \underline{y}_{1,t}\}, \quad (10)$$

et u le sous espace engendré par :

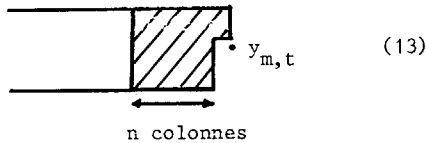
$$\{\underline{y}_{m-1,t}, \dots, \underline{y}_{1,t} : \underline{y}_{t-1} : \dots : \underline{y}_{t-n}\} \quad (11)$$

On se propose de calculer, pour  $0 \leq n \leq n_{\max}$ ,  $t \geq n$ , et  $1 \leq m \leq M$ , le résidu de la projection du vecteur  $\underline{y}_{m,t}$  sur le sous espace u, où le produit scalaire utilisé pour définir la projection est le produit usuel pondéré par la matrice diagonale  $\text{diag}\{1, \lambda, \lambda^2, \dots\}$ . Ce problème équivaut strictement à minimiser récursivement en t, pour tout  $0 \leq n \leq n_{\max}$ , la somme de carrés :

$$\sum_{s=0}^t \lambda^{t-s} \|a_0 y_s + a_1 y_{s-1} + \dots + a_n y_{s-n}\|^2, \quad (12)$$

où  $y_s = 0$  si  $s < 0$ , les  $\{a_k\}$  sont des matrices carrées d'ordre M,  $a_0$  est une matrice triangulaire inférieure ayant des 1 sur la diagonale, et la notation  $\|\cdot\|^2$  désigne la norme euclidienne dans  $\mathbb{C}^M$ . Si  $\lambda = 1$ , la minimisation de la fonction (12) revient, aux conditions initiales près, à maximiser la vraisemblance d'un modèle AR vectoriel dont la covariance du bruit d'excitation est une matrice définie  $> 0$  quelconque.

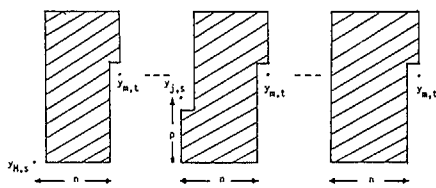
On notera enfin que le problème considéré revient à effectuer dans le tableau des données la régression associée au masque suivant :



3. Le calcul des corrélations normées. Soit  $\pi$  le vecteur  $[1, 0, \dots]$ . On a évidemment  $(y_{m,t})\pi = [0, y_{m,t-1}, \dots, y_{m,0}, 0, \dots]$ , ce qui, compte tenu du produit scalaire utilisé dans l'espace des données, établit la correspondance

$$(y_{m,t})\pi \sim \sqrt{\lambda} y_{m,t-1} \quad (14)$$

Le principe de la décomposition est basé sur la réalisation de la projection en étapes successives comme le montre le schéma suivant, dans lequel  $0 \leq n \leq n_{max}$ , et  $p = M - j + 1$  varie de  $M - m + 2$  à  $M$  si  $n = 0$ , et de  $1$  à  $M$  si  $n > 0$  :



Soit  $u$  le sous espace engendré par les vecteurs correspondants aux données du masque à l'étape  $p = M - j + 1$  :

$$u = \{y_{m-1,t}, \dots, y_{j+1,t}\} \quad \text{si } n = 0 \quad (15-a)$$

$$u = \{y_{m-1,t}, \dots, y_{1,t} ; y_{t-1}, \dots, y_{t-n+1} ; y_{M,s}, \dots, y_{j+1,s}\} \quad \text{si } n > 0 \quad (15-b)$$

et posons pour  $p$  variant de  $M - m + 2$  à  $M$  si  $n = 0$ , et de  $1$  à  $M$  si  $n > 0$  :

$$k_{m,p}^{(n,t)} = \rho_u(y_{m,t}, y_{j,s}), \quad e_{m,p-1}^{(n,t)} = \rho_u(y_{m,t}, \pi),$$

$$r_{m-1,p}^{(n,t)} = \rho_u(y_{j,s}, \pi),$$

avec naturellement, compte tenu de la convention (9) :

$$e_{m,0}^{(n,t)} = e_{m,M}^{(n-1,t)}, \quad r_{0,p}^{(n,t)} = r_{M,p}^{(n-1,t-1)}$$

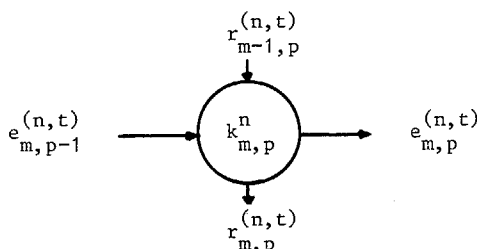
On vérifie alors aussitôt que :

$$\rho_{u,\pi}(y_{m,t}, y_{j,s}) = \begin{cases} k_{m,p}^{(n,t-1)} & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \end{cases}$$

$$e_{m,M-m+1}^{(0,t)} = r_{m,M-m+1}^{(0,t)} = y_{m,t} / \sqrt{R_{m,t}}, \quad \text{où}$$

$R_{m,t} = \lambda R_{m,t-1} + |y_{m,s}|^2$  désigne la variance du  $m$  ième canal.

L'application de la transformation de Yule amène alors le module élémentaire :



où l'état  $k_{m,p}^n$  du module passe de sa valeur au temps  $t-1$  à sa valeur au temps  $t$  sous l'effet des deux entrées. Il reste alors à assembler les modules en un réseau de processeurs à deux dimensions indexés par  $(m,p)$  pour effectuer le calcul des corrélations normées dans l'algorithme PW décomposé (Fig. 1). L'assemblage

des modules pour  $n=0$  conduit à un réseau triangulaire de  $M(M-1)/2$  processeurs, qui fournit la régression spatiale de  $y_{m,t}$  sur les données situées au dessus d'elle dans le tableau des données (Fig. 1a). L'assemblage des modules pour  $n$  fixé  $> 0$  conduit de même à un réseau carré de  $M^2$  processeurs, qui fournit la régression temporelle de  $y_{m,t}$  sur les données de la colonne  $t-n$  (Fig. 1b). Dans les deux figures, les sorties à droite sont les entrées de la section suivante, les sorties en bas sont les entrées de la section suivante au temps  $t+1$ .

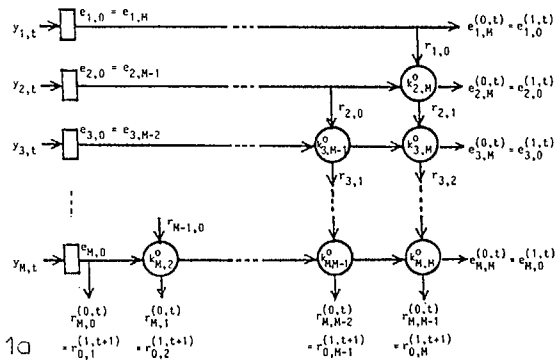


Fig. 1a

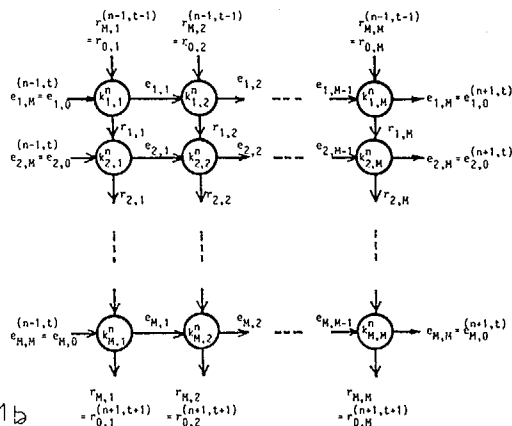


Fig. 1b

Fig. 1 : Le calcul des corrélations normées pour  $n = 0$  (Fig. 1a) et pour  $n > 0$  (Fig. 1b).

4. Le calcul des coefficients. Fixons l'indice  $t$ . Nous disposons à cet instant du jeu de corrélations

normées  $\{k_{m,p}^{(n)} = k_{m,p}^{(n,t)}\}$  et  $\{r_{M,p}^{(n)} = r_{M,p}^{(n,t)}\}$ , où l'indice  $t$  peut être omis puisque  $t$  est fixé, et où les entiers  $m, n$  et  $p$  varient comme précédemment. A chacune de ces corrélations, il correspond une rotation hyperbolique sur les résidus correspondants, et sur les coordonnées de ces résidus dans la base des données. Le symbole  $u$  désignant la collection de vecteurs (15), introduisons les vecteurs de coefficients suivants (on rappelle que  $p = M - j + 1$ ) :

Vecteur des coordonnées du résidu normé de	par rapport à	noté
$y_{m,t}$	$\{u, y_{j,s}\}$	$A_{m,p}^{(n,t)} = A_{m,p}^{(n)}$
$y_{j,s}$	$\{y_{m,t}, u\}$	$B_{m,p}^{(n,t)} = B_{m,p}^{(n)}$
$\pi$	$\{y_{m,t}, u\}$	$C_{m,p-1}^{(n,t)} = C_{m,p-1}^{(n)}$

$A_{m,p}^{(n)}$  et  $B_{m,p}^{(n)}$  sont respectivement des vecteurs de coefficients directs et rétrogrades. Leur première composante agit sur  $y_{m,t}$ , leur dernière sur  $y_{j,s}$ .  $C_{m,p-1}^{(n)}$  désigne de même un gain de Kalman. Tous les trois représentent des résidus normés. Compte tenu de la convention (9), on a évidemment :

$$A_{m,0}^{(n)} = A_{m,M}^{(n-1)}, \quad B_{0,p}^{(n,t)} = B_{0,p}^{(n)} = B_{M,p}^{(n-1,t-1)}, \quad C_{M,0}^{(n)} = C_{M,M}^{(n-1)}$$

(16)



Une première rotation hyperbolique amène alors, pour  $m, n$  et  $p$  variant dans leurs intervalles habituels :

$$\begin{bmatrix} A_{m,p}^{(n)} \\ B_{m,p}^{(n)} \end{bmatrix} = \Theta(k_{m,p}^{(n)}) \begin{bmatrix} [A_{m,p-1}, 0] \\ [0, B_{m-1,p}^{(n)}] \end{bmatrix} \quad (17)$$

Puis, une deuxième rotation hyperbolique de paramètre  $r_{M,p}^{(n)}$  amène pour  $0 \leq n \leq n_{\max}$  et  $1 \leq p \leq M$  :

$$\begin{bmatrix} \lambda^{-\frac{1}{2}} B_{o,p}^{(n+1)} \\ C_{M,p}^{(n)} \end{bmatrix} = \Theta(r_{M,p}^{(n)}) \begin{bmatrix} B_{M,p}^{(n)} \\ [C_{M,p-1}, 0] \end{bmatrix} \quad (18)$$

Ces deux relations, jointes aux initialisations

$A_{m,M-m+1}^{(o)} = B_{m,M-m+1}^{(o)} = R_{m,t}^{-\frac{1}{2}}$  et  $C_{M,o}^{(o)} = 0$ , résolvent le problème du calcul des coefficients. Le schéma du calcul est analogue à celui des corrélations normées. Les transformations (17) conduisent à un réseau de processeurs, répartis en  $n_{\max}+1$  sections, dont chacune effectue une rotation hyperbolique. La section 0 est un réseau triangulaire (Fig. 1a), les sections suivantes sont des réseaux carrés (Fig. 1b). Les coefficients directs  $\{A_{m,p}^{(n)}\}$  sont propagés horizontalement, les coefficients rétrogrades  $\{B_{m,p}^{(n)}\}$  le sont verticalement. Le transfert entre le bas de la section  $n$  (qui fournit les sorties  $\{B_{m,p}^{(n)}\}$ ), et le haut de la section  $n+1$  (qui reçoit les entrées  $\{B_{m,p}^{(n+1)}\}$ ), est assuré par une ligne de  $M$  processeurs supplémentaires réalisant les transformations (18). Si les données  $\{y_t\}$  sont stationnaires et si  $\lambda=1$ , les vecteurs  $B_{M,p}^{(n)}$  et  $B_{M,p}^{(n+1)}$  sont proches, puisque d'après (16), ils représentent le même vecteur rétrograde respectivement aux temps  $t$  et  $t-1$ . La ligne de processeurs supplémentaires joue alors un rôle négligeable : on peut la supprimer et la remplacer par une connexion directe.

La donnée des  $M$  vecteurs de coefficients directs  $\{A_{m,M}^{(n)}, 1 \leq m \leq M\}$  à l'ordre  $n$  permet ensuite de charger les matrices de coefficients normalisés  $\{A_0, A_1, \dots, A_n\}$ , où  $A_0$  est triangulaire inférieure à diagonale  $> 0$ , et ainsi de définir

$$H(z) = A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_n z^{-n}$$

L'inverse de la matrice spectrale s'obtient alors aussitôt par :

$$\gamma^{-1}(f) = H^*(1/z) H(z) \Big|_{z=e^{2i\pi f}}$$

**5. Les propriétés de l'algorithme.** L'algorithme décrit précédemment possède tous les avantages des algorithmes en treillis scalaires : modularité, résistance aux erreurs d'arrondis, possibilité d'implantation en virgule fixe, production de la solution à tous les ordres. Il réalise le maximum de vraisemblance. Comme le calcul des coefficients n'est pas effectué en permanence, sa complexité est fixée par le calcul des corrélations normées. A chaque instant  $t$ , elle est proportionnelle au nombre de processeurs mis en jeu dans la Fig. 1, qui vaut  $M(M-1)/2 + M^2 n_{\max}$ . Par rapport à l'algorithme vectoriel correspondant [3], elle est en gros  $M$  fois plus petite, ce qui représente un gain substantiel.

### III. APPLICATION AU GONIOMETRE A VECTEURS PROPRES

Les propriétés asymptotiques de l'estimateur spectral AR sont étudiées dans [8]. On montre que l'estimateur suit asymptotiquement une loi de Wishart à  $T/(2n)$  degrés de liberté, où  $T$  est le nombre de données et  $n$  l'ordre de la régression vectorielle, et, qu'à variance fixée, son biais est plus faible que celui de l'estimateur par TF (pour les matrices spectrales qui s'écrivent comme : matrice du bruit + somme de dyades).

Les exemples qui suivent visent à mettre en évidence l'intérêt de l'estimateur AR du point de vue du biais. Dans les deux exemples, les grandeurs mises en jeu sont supposées normalisées : les spectres continus des sources et du bruit sont nuls hors de  $[0, \cdot 5]$ , la célérité du milieu et la période d'échantillonnage valent l'unité. Les sources ont de plus un spectre constant dans  $[0, \cdot 5]$ , et le bruit est blanc spatia-

lement et temporellement. Les résultats présentés donnent la réponse en dB du goniomètre à large bande, en fonction du gisement variant de  $0$  à  $180^\circ$ , quand les matrices spectrales sont estimées par (a) une loi de Wishart sans biais à  $T/(2n)$  degrés de libertés ; (b) un estimateur AR d'ordre  $n$  ; (c) une méthode par TF. Pour un nombre de vecteurs de données  $T = 4096$ , on présente successivement :

• Fig. 2 : le cas d'une base linéaire de  $M=4$  capteurs au pas de  $5$ , avec 3 sources de gisement  $80^\circ, 90^\circ, 100^\circ$  par rapport à l'axe de l'antenne (retard maximum =  $2.6$ ), de rapport  $S/B = 20, -10, 10$  dB.

• Fig. 3 : un réseau de  $M=10$  capteurs tirés au hasard dans un carré de côté  $50$ , avec 5 sources de gisement  $10^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ , (retard maximum :  $52.5$ ), et  $S/B = -5$  dB pour chaque source.

Dans les deux exemples, le biais de l'estimateur par TF est important. Il est dû au mélange des fréquences produit par les lobes secondaires du filtre d'entrée dans la Fig. 2, et à l'oscillation des termes croisés des matrices spectrales produite par l'importance des retards mis en jeu dans la Fig. 3. La comparaison des réponses (a) et (b) montrent que le biais de l'estimateur AR est beaucoup plus faible.

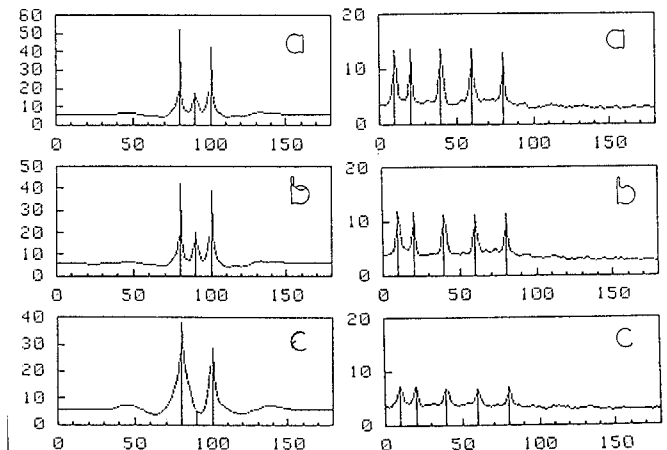


Fig. 2 : Base linéaire, 4 capteurs, 3 sources, ordre de l'AR :  $n=5$ ; BT de la FFT : 40 ;

Fig. 3 : Réseau aléatoire 10 capteurs, 5 sources de l'AR :  $n=5$ ; BT de la FFT : 16.

**CONCLUSION.** En fournissant un algorithme approprié, l'étude qui précède a mis en évidence la possibilité concrète d'appliquer les techniques de modélisation AR aux signaux reçus par des réseaux de capteurs, tout en maintenant la charge du calcul dans des limites acceptables. Les résultats obtenus sur le goniomètre à vecteurs propres montrent l'intérêt du procédé. Il va de soi que le procédé s'applique également aux autres méthodes de goniométrie à haute résolution, comme par exemple à l'estimateur de CAPON.

### REFERENCES

- [1] D.J. THOMSON, Proc. IEEE, vol. 70, n° 9, Sept. 1982, pp. 1055-1096.
- [2] G. BIENVENU, L. KOPP, Proc. of the Int. Conf. on Spect. Analysis and its Use in Underwater acoustics, London 29-30 April 1982, pp. 21-1 - 21-8.
- [3] B. PORAT, B. FRIEDLANDER, M. MORF, IEEE Trans. on AC, vol. AC-27, n° 4, Aug. 1982, pp. 813-829.
- [4] S. KUNG, "VLSI and modern signal processing", Prentice Hall 1985.
- [5] H. LEV-ARI, T. KAILATH, J. CIOFFI, IEEE Trans. on IT, vol. IT-30, n° 2, March 1984, pp. 222-236.
- [6] H. LEV-ARI, ICASSP 83, Boston, pp. 455-458.
- [7] H. SAKAI, IEEE Trans. on ASSP, vol. ASSP-30, n° 2, April 1982, pp. 279-287.
- [8] S. JAZAERLI, Thèse, Rennes, Juin 1987.