

LA LOCALISATION DE SOURCES PARTIELLEMENT CORRELEES A COURTE DISTANCE

SHORT-RANGE LOCALIZATION OF PARTIALLY CORRELATED SOURCES

J. MUNIER (*), G.Y. DELISLE et D. GRENIER (**)

(*) CEPHAG - Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble
B.P. 46 - 38402 SAINT MARTIN D'HERES (FRANCE)

(**) Département de Génie Electrique - Université LAVAL - QUEBEC - G1K7P4 - CANADA

On propose un nouvel algorithme permettant, à partir de la matrice interspectrale estimée à la sortie d'un réseau rectiligne de capteurs équidistants, d'identifier des fronts d'ondes circulaires émanant de sources ponctuelles à courte distance et, par suite, de localiser ces sources.

Cet algorithme est basé sur la relation de dépendance linéaire entre les lignes de la matrice des vecteurs-sources, à partir de laquelle on peut déterminer une variété de distributions de phases caractérisant des fronts d'ondes possibles. On retient comme solutions celles qui s'approchent au mieux, au sens des moindres carrés, de distributions hyperboliques correspondant à des fronts d'ondes circulaires.

A new algorithm is presented for identifying, from the cross-spectral matrix estimated at the output of a linear array of equispaced sensors, circular wavefronts produced by short-range point-sources, in order to localize them.

This algorithm is based upon the fact that the rows of the sources-vectors matrix are linearly dependent. Therefore, a manifold of phase distributions characterizing possible wavefronts may be determined. Some of them may be selected as being best least-squares approximations of hyperbolic phase distributions corresponding to circular wavefronts.

1. L'IDENTIFICATION DE FRONTS D'ONDES NON-PLANS

La localisation de sources situées à courte distance d'un réseau de N capteurs se ramène à l'identification de fronts d'ondes circulaires, lesquels se traduisent par des distributions hyperboliques de phase sur un réseau rectiligne. Si les capteurs sont alignés, équidistants et espacés d'une demi-longueur d'onde, pour une source située à l'azimut θ (compté à partir de la normale au réseau), la phase sur le capteur à l'abscisse $k\lambda/2$, l'origine étant prise au pied de la normale, est donnée par

$$(1) \quad \varphi_k = 2\pi \left(\alpha_0 + \delta - \sqrt{\delta^2 + k\delta + k^2/4} \right),$$

avec $\delta = \sin \theta$, $\delta = D/\lambda$ (D : distance de la source) et α_0 une constante.

Le problème de l'identification de fronts d'ondes non-plans a été résolu par VEZZOSI [1], sous l'hypothèse d'égalité entre les modules des éléments du vecteur-source, qui prend alors la forme suivante

$$(2) \quad \underline{u} = [e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, \dots, e^{j\varphi_N}]^T.$$

Ce vecteur étant défini à un facteur complexe près, on peut poser $\varphi_1 = 0$; dès lors, N-1 paramètres inconnus sont à déterminer pour chaque front d'onde. Pour identifier n fronts d'ondes définis de cette façon, on montre qu'il faut au moins $N = 2n-1$ capteurs. VEZZOSI prend un nombre de capteurs nettement supérieur à cette valeur, ce qui conduit à résoudre un système surdéterminé. Nous présentons ici l'application à des fronts d'ondes circulaires d'un algorithme dont la description détaillée est donnée dans la référence [2]. Cet algorithme permet d'identifier des fronts d'ondes conformes au modèle (2) en n'utilisant que le strict minimum de capteurs nécessaires, soit $2n-1$ pour n sources, sans qu'il soit besoin de calculer les éléments propres de la matrice interspectrale.

2. PRINCIPE DE "L'ALGORITHME [Q][u]"

Soient $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_n$ les vecteurs-sources (éventuellement normés) caractérisant les sources 1 à n, avec l'hypothèse $n \ll N$. La matrice \underline{U} des vecteurs-sources, de dimension $(N \times n)$, dont les colonnes sont formées par les n vecteurs-sources, soit

$$(3) \quad \underline{U} = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_n],$$

peut être partitionnée de la manière suivante

$$(4) \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{X} \\ \underline{Y} \end{bmatrix} \begin{matrix} (n) \\ (N-n) \end{matrix}.$$

Si les vecteurs-sources sont linéairement indépendants, alors la matrice \underline{U} est de rang n et les N-n lignes de la matrice \underline{Y} sont linéairement dépendantes des n premières, ce qu'on écrira

$$(5) \quad \underline{Y} = \underline{P} \underline{X}.$$

On montre [2] que la matrice \underline{P} se calcule aisément à partir de sous-matrices extraites de la matrice interspectrale, si l'on admet que le bruit superposé (éventuellement dû à des sources surnuméraires) est négligeable.

Définissant une matrice \underline{Q} de la façon suivante

$$(6) \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{P} & -\underline{I} \\ \underline{I} & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} (N-n) \\ (N-n) \end{matrix},$$

\underline{I} étant une matrice identité, alors on montre que les vecteurs-sources \underline{u} sont solutions de l'équation matricielle

$$(7) \quad \underline{Q} \underline{u} = \underline{0},$$

ce qui s'exprime en disant que le sous-espace-source engendré par les vecteurs-sources \underline{u}_p ($p \in [1, n]$), s'identifie (à bruit nul) avec le noyau de dimension n de la matrice \underline{Q} .



Le problème revient alors à déterminer les vecteurs conformes au modèle (2) et appartenant à ce noyau. "L'algorithme [Q][u]" consiste à choisir un vecteur de départ \underline{u}_0 et à calculer le vecteur

$$(8) \quad \underline{w}_0 = \underline{Q} \underline{u}_0,$$

puis l'accroissement $\Delta \underline{u}$ à appliquer à \underline{u}_0 qui annule \underline{w}_0 . En assimilant $\Delta \underline{u}$ à un accroissement différentiel très petit $d\underline{u}$, on peut l'exprimer simplement, à partir de l'expression générale (2) adoptée comme modèle, en fonction de l'accroissement $d\underline{\psi}$ du vecteur des phases, ce qui consiste à linéariser le problème. En fait, la dépendance entre les vecteurs \underline{u} et $\underline{\psi}$ n'étant pas linéaire, il est nécessaire de procéder à plusieurs itérations pour aboutir à une solution et, de plus, le vecteur \underline{u}_0 de départ doit être relativement proche de cette solution.

Pour guider le choix du vecteur \underline{u}_0 , une première approche peut consister à tracer le carré de la norme du vecteur $\underline{Q} \underline{u}(\varphi)$ en fonction de φ , $\underline{u}(\varphi)$ correspondant à une onde plane définie par

$$(9) \quad \underline{u}(\varphi) = [1, e^{j\varphi} \dots e^{j(N-1)\varphi}]^T$$

La figure 1 donne un exemple relatif à quatre sources à distance finie, où cette fonction est comparée à la réponse du goniomètre $\underline{u}^+(\varphi) \underline{R} \underline{u}(\varphi)$, \underline{R} étant le "projecteur dans l'espace-bruit" défini par

$$(10) \quad \underline{R} = \underline{I} - \underline{V}_n \underline{V}_n^+,$$

expression où \underline{V}_n est la matrice dont les colonnes sont formées par les vecteurs propres associés aux n valeurs propres non-nulles. Ces courbes indiquent les zones où existent des solutions correspondant à des fronts d'ondes approximativement plans (ce qui inclut le cas de fronts circulaires). Les deux méthodes d'approche apparaissent comme étant à peu près équivalentes. Dans cet exemple, les caractéristiques des sources sont les suivantes : azimuts $21^\circ, 6^\circ, -4^\circ, -42^\circ$; distances (en longueurs d'onde) 17, 31, 13, 52 ; puissances en unités arbitraires 54, 23, 92, 2. Les sources 2 et 4, qui sont les plus éloignées,

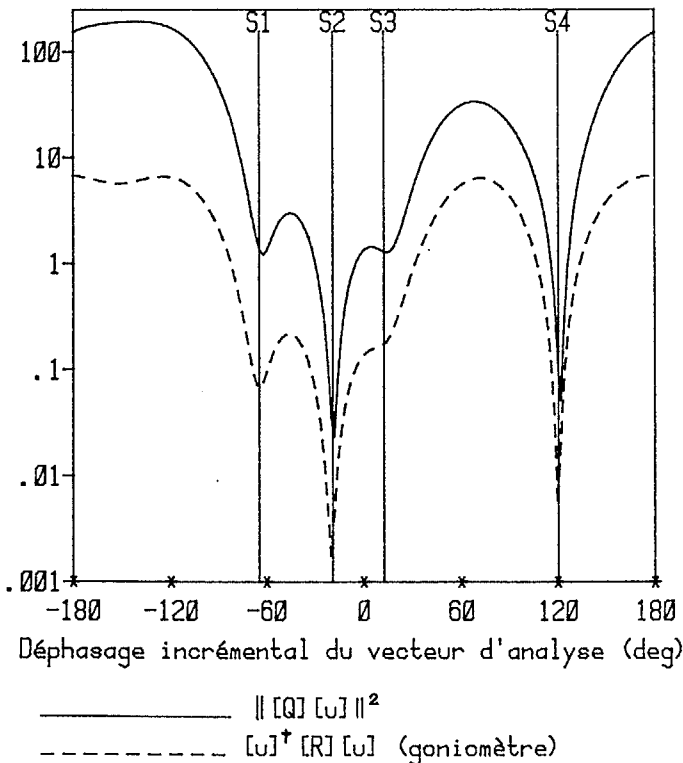


Fig.1- 7 capteurs, 4 fronts d'ondes circulaires sans bruit. Analyse avec vecteur onde plane.

donnent des fronts d'ondes presque plans et, par suite, des minimums plus prononcés.

La figure 2 représente les fronts d'ondes estimés par l'algorithme [Q][u] au cours d'itérations successives dans un cas où se produit une convergence vers un front d'onde exact (en l'occurrence, celui de la source 3) ; dans de bonnes conditions (en particulier, à bruit nul), deux ou trois itérations suffisent.

Avec les mêmes données, la figure 3 indique les résultats de l'analyse réalisée en opérant trois, puis six itérations, à partir d'un vecteur "onde plane" dont on a fait varier le déphasage incrémental.

On constate que les quatre fronts d'ondes circulaires de cet exemple sont identifiés sur des plages relativement larges du déphasage incrémental initial après un nombre réduit d'itérations. Lorsque ce nombre augmente, on voit apparaître des solutions fantômes ; celles-ci correspondent à des vecteurs-sources qui sont des combinaisons linéaires des vrais vecteurs-sources. La plupart de ces sources fantômes sont caractérisées par des fronts d'ondes fortement distordus par rapport à l'onde plane, ce qui constitue un critère pour les éliminer.

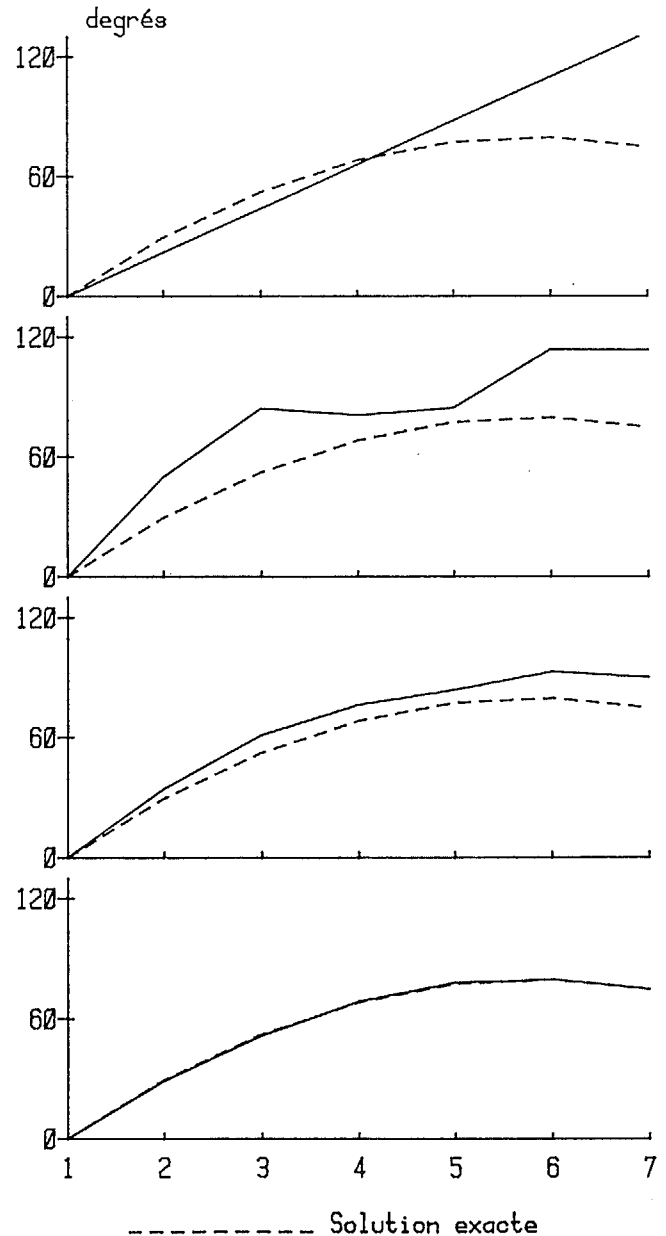


Fig.2- Convergence vers une solution à partir d'une onde plane (7 capteurs, fronts circulaires)

3. L'IDENTIFICATION DE FRONTS CIRCULAIRES EN PRESENCE DE BRUIT

La figure 4 indique les résultats de l'analyse opérée avec les mêmes données, mais avec addition d'une matrice de bruit (non-diagonale et non-singulière), le rapport signal à bruit étant de 50 (soit 17 dB) ; ce dernier est défini comme étant le rapport de la trace de la matrice interspectrale des sources seules à celle de la matrice de bruit. Dans cet exemple, les rapports signal à bruit pour chaque source,

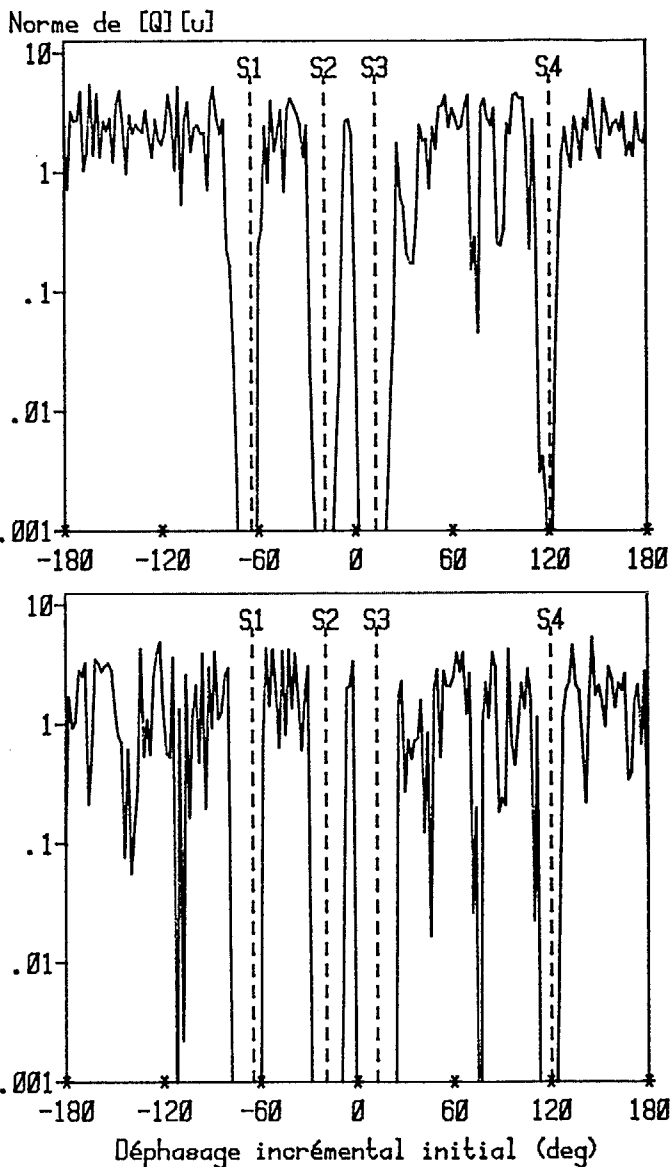


Fig.3- Analyse à partir d'un vecteur onde plane (données de la figure 1).

En haut : 3 itérations; en bas : 6 itérations.

définis comme étant le rapport de la puissance de la source à la puissance cumulée des autres sources et du bruit, sont respectivement de -3,5 dB, -8,5 db, +0,5 dB et -19,4 dB. Ce dernier rapport est très mauvais, ce qui explique que la source 4 ne soit pas détectée, même après de multiples itérations.

La figure 5 représente trois des fronts d'ondes estimés avec les mêmes données, la puissance de la source 4 ayant été augmentée pour que cette source soit détectée (rapport S/B de -15,4 dB). On constate les distorsions de phase dues à la présence du bruit, d'autant plus fortes que la puissance de la source est faible. On a représenté également un front d'onde correspondant à une source fantôme, très proche de la source 1 ; généralement, de telles sources ne se re-

produisent pas deux fois à la même place lors d'épreuves successives pour lesquelles les distorsions des fronts d'ondes principaux diffèrent. On peut voir, en outre les fronts circulaires les plus proches, au sens des moindres carrés, des fronts estimés.

4. GAINS COMPLEXES DES CAPTEURS INEGAUX

Il faut distinguer les effets des inégalités de phases de ceux des inégalités de modules. Les premières produisent des distorsions des fronts d'ondes estimés qui, si elles sont excessives, rendent impossible l'estimation de la courbure des fronts circulaires (seul l'azimut peut encore être estimé). L'inégalité des modules a un effet plus pernicieux, car les vecteurs-sources apparents ne sont plus conformes au modèle (2) et, par suite, l'algorithme [Q][u] ne donne de solutions conformes à ce modèle que dans la mesure où il en existe qui soient des combinaisons linéaires des vecteurs-sources à modules inégaux. La figure 6(a) donne un exemple où l'écart-type relatif des modules est seulement de 2,1 % et où la solution trouvée pour la source 3 est néanmoins inacceptable. Il existe un remède radical à ce problème, consistant à utiliser la matrice des cohérences complexes à la place de la matrice interspectrale, ce qui a pour ef-

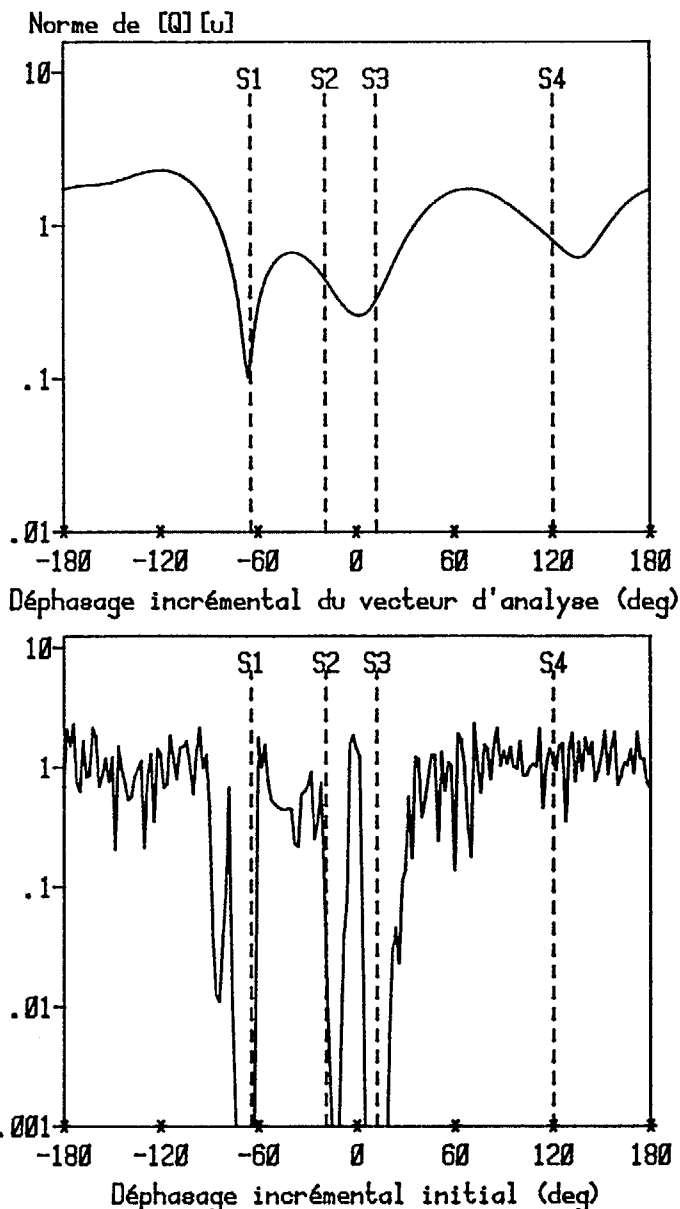


Fig.4- 7 capteurs, 4 fronts d'ondes circulaires avec bruit. En haut : analyse avec vecteur onde plane. En bas : après trois itérations.



fet d'éliminer l'influence des modules des gains complexes des capteurs. Toutefois, ce procédé n'est applicable qu'à des sources non-corrélées ou, à la rigueur, faiblement corrélées. La figure 6(b) montre qu'un coefficient de corrélation entre sources de 30% est déjà excessif lorsqu'on utilise la matrice des cohérences complexes.

5 - CONCLUSION

L'algorithme [Q][u] permet d'identifier les fronts d'ondes incidents et, par suite, de reconnaître des fronts circulaires (du moins, si leur courbure n'est pas masquée par les distorsions dues à la turbulence et à la diffraction locales). Toutefois, le niveau de bruit doit être très bas ; le bruit étant généralement dû, pour une bonne part, à des sources en surnombre, il convient de prendre un nombre de capteurs suffisant pour que soient prises en compte les

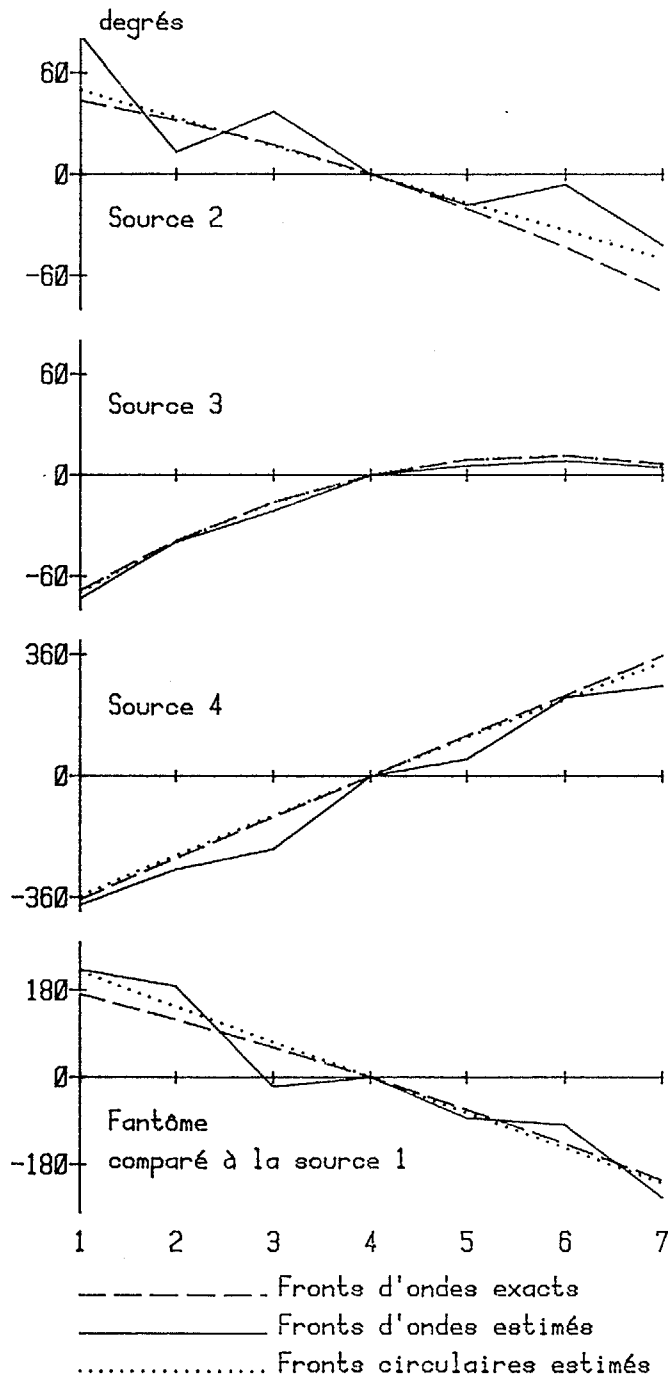


Fig.5- Identification de fronts d'ondes circulaires en présence de bruit (données de la figure 4)

sources les plus faibles. De plus, la matrice interspectrale doit être estimée avec un minimum d'erreurs, car celles-ci contribuent au bruit.

D'autre part, l'utilisation de la matrice des cohérences complexes rend le traitement insensible aux inégalités de gains des capteurs en module. Si les sources sont corrélées, cette méthode n'est pas applicable : il est alors nécessaire de prévoir un procédé d'évaluation de ces gains (par exemple, au moyen d'une source auxiliaire).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. VEZZOSI, "Estimation of phase angles from the cross-spectral matrix", IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, pp. 405-422, June 1986.
- [2] J. MUNIER, "L'identification de fronts d'ondes corrélés et distordus", à paraître dans la revue Traitement du Signal.

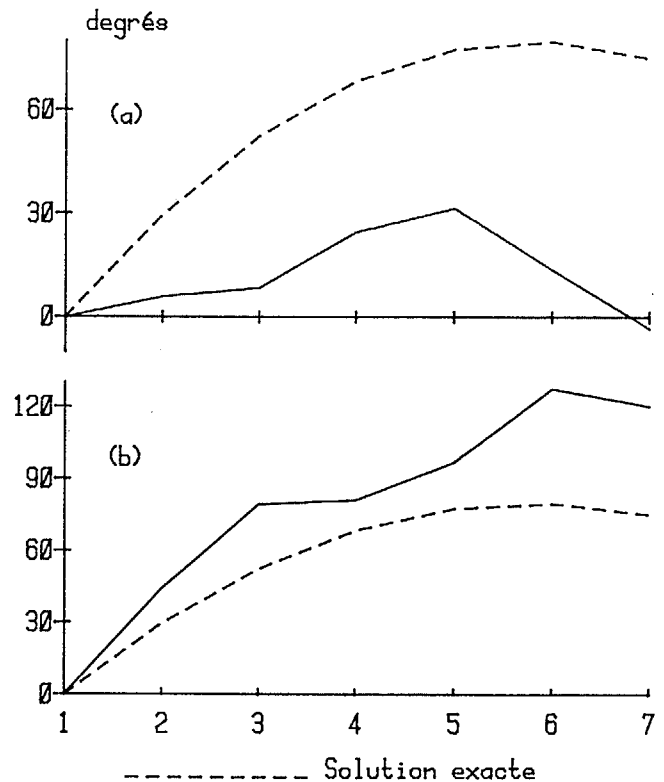


Fig.6- Fronts d'ondes estimés de la source 3. Gains des capteurs inégaux. E : écart quadratique moyen des modules. C : coefficient de corrélation entre sources.
 (a) $C = 0$, $E = 2,1\%$, exploitation de la matrice interspectrale.
 (b) $C = 30\%$, E quelconque, exploitation de la matrice des cohérences complexes.