MODELES NON-LINEAIRES FONDAMENTAUX DE L'ECOUTE PASSIVE SONAR POUR L'ESTIMATION OPTIMALE EN AZIMETRIE

O. BENNIS, T. HUILLET, A. MONIN, G. SALUT

Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C.N.R.S.
7, avenue du Colonel Roche - 31077 Toulouse Cédex, France

L'objet du présent article est une recherche de fond sur la modélisation approfondie de l'écoute passive sonar en vue d'appliquer des techniques avancées de filtrage et détection non-linéaires. On utilise l'ensemble des outils et modèles mathématiques non-linéaires pour aborder de manière fine la réalité des phénomènes dans le sonar passif :
- La dynamique du navire à gouvernes poissonniennes
- L'observabilité de la distance par effet Doppler,
- Les équations d'observation sonar en parallèle sur les hydrophones et en formation de voies, avec la modélisation des bruits attachés,
- Les équations générales du filtre.

The present paper's objective is a basic modelling of the various phenomena occuring in the problem of passive sonar detection, taking into account the main non linearities in view of applying modern filtering theory to this situation.
To this end, we discuss :
- a model of ship dynamics with Poisson driving noises
- the distance observability of the target through Doppler - effect.
- a model of sonar observation variables, both in the parallel and sonar array beamformer cases, together with their inherent noises.
- the general filtering equations of the problem.

1. MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DU NAVIRE

Nous établissons un modèle de représentation d'état non-linéaire stochastique à 6 variables : D, distance du navire à l'observateur - A, azymut - K, cap du navire - V, module de sa vitesse - p, commande de propulsion - δ, angle de dérive du navire vu comme commande de giration. Les équations fondamentales de la dynamique et de l'hydrodynamique fournissent le modèle suivant:

$$\underline{X}_1 : \quad \begin{aligned} dD &= V \cos (K-A)\, dt \\ dA &= \frac{V}{D} \sin (K-A)\, dt \\ dV &= [p \cos\delta - (\alpha_x \cos^3\delta + \alpha_y \operatorname{sgn}(\delta)\sin^3\delta)V^2]\, dt \\ dK &= \frac{1}{V}[p \sin\delta + (\alpha_x \cos^2\delta - \alpha_y \operatorname{sgn}(\delta)\sin^2\delta\cos\delta)V^2]\, dt \end{aligned}$$

où α_x et α_y sont les coefficients hydrodynamiques du navire.

Les gouvernes p et δ sont modélisées à partir de 3 processus de Poisson; celles-ci peuvent être vues en effet comme "sautant" quasi-instantanément d'une valeur constante à une autre.

$$\underline{X}_2 : \quad \begin{aligned} dp &= \int_{p_m-p}^{p_M-p} v\, N_1^p\, (dt,dv,w) \\ d\delta &= \int_{-\delta_M-\delta}^{\delta_M-\delta} v\, N_1^\delta\, (dt,dv,w) - \delta\, N_2(dt,w) \end{aligned}$$

où p_m et p_M sont les limites de la propulsion, δ_M l'angle de dérive maximal possible, N_1^p, N_2^δ deux processus marqués de densités $\lambda_1^p \frac{dv\, dt}{p_M - p_m}$ et $\lambda_1^\delta \frac{dv\, dt}{2\,\delta_M}$, N_2 un processus de densité $\lambda_2\, dt$ quantifiant le rappel vers le mouvement rectiligne du navire.

2. OBSERVABILITE DE LA DISTANCE PAR EFFET DOPPLER

Il est aisé de vérifier qu'à travers la seule observation de l'azymut A, la distance à l'observateur d'un navire en mouvement rectiligne uniforme est un état inobservable. En effet, le rang des différentielles des dérivées de Lie de l'observation par rapport à la dynamique est égal à 3, donc inférieur à la dimension du système (4). Sous l'hypothèse que la source émet à une pulsation w_o, la dynamique de la pulsation observée est régie par l'équation $dw/dt = - w V^2 \sin^2(K-A)/ cD\, (1 - \frac{V}{c} \cos(K-A))$, c étant la célérité de l'onde.
Le nouveau système (de dimension 5) devient alors observable à travers A et w. La distance D s'exprime alors par $D = - c\, \dot{w}/(w\, \dot{A}^2 + \dot{w}\, \ddot{A} / 2\dot{A})$.

3. EQUATIONS D'OBSERVATION SONAR

Le signal émis a été modélisé sous la forme $S(t) = \sum_{j=1}^{H} C_h \sin (hwt+\varphi)$ où H quantifie le nombre d'harmoniques retenus. Le signal utile reçu par le $p^{ième}$ hydrophone d'un sonar passif réalisé par alignement de P hydrophones omnidirectionnels s'écrit :

$$\forall p=1,\dots,P,\quad y_p = \sum_{h=1}^{H} C_h \cdot \frac{\alpha}{D} \sin \left[hw\left(t-\frac{D}{c} - p \cdot \frac{d}{c} \cos A\right)+\varphi\right]$$

où α/D est le coefficient d'atténuation de l'ond e et d, la distance qui sépare deux capteurs.

Rappelons qu'une technique classique consiste à réaliser une formation de voies. Pour celà, on déphase le signal issu du $p^{ième}$ hydrophone de la quantité $p.\tau$, où τ est un retard variable déterminant la position du lobe d'écoute. Le signal utile est alors fourni par la somme de ces P signaux retardés, soit :

$$Y = \sum_{h=1}^{H} C_h\, G_\tau(A,hw) \sin (hw(t-D/c) + \varphi) \text{ avec}$$

$$G_\tau(A,w) = G_o \sin \left(\frac{P}{2}\, w \left(\frac{d}{c} \cos A-\tau\right)\right)/\left(\sin \left[\frac{1}{2}w\left(\frac{d}{c}\cos A-\tau\right)\right]\right).$$

4. MODELISATION DES BRUITS

Nous avons retenu comme signaux aléatoires significatifs le bruit de la mer y_M, les aberrations dues aux réflections et réfractions y_R et et les biais de mesure engendrés par une déformation aléatoire de la flûte sonar. Dans le cas où on traiterait indépendamment les signaux issus de chaque hydrophone, il convient de compléter le signal utile en

$$y_p^N = \sum_{h=1}^{N} \frac{\alpha_n}{D_n} \sum_{h=1}^{H} C_h^n \sin \left[h w_n \left(t - \frac{D_n}{c} - p\frac{d}{c} \cos A_n\right) + \varphi_n \right]$$

où N désigne le nombre de navires présents dans le champ du sonar. Par contre, pour la formation de voie, un seul navire est suivi, les autres donnant lieu à un bruit de trafic diffus Y^T. Décrivons succinctement les bruits perçus par chaque hydrophone dans la situation commune :

4.1. Bruit de mer

Les spectres expérimentaux [1] conduisent au modèle d'état suivant :

$$d\,x_1 = \frac{-1}{T_1}(x_1 dt + d\beta_t)$$

$$d\,x_2 = -\left(\frac{1}{T_2} x_2 - x_1\right) dt + d\beta_t \quad \text{où } T_1,\ T_2,\ g_1$$

sont des paramètres

$$y^M = g_1\, x_2$$

4.2. Bruits de réflections et réfractions

L'examen des tracés de champs sonores [2] amène à considérer que, pour un navire et pour un harmonique, le signal reçu est décomposable en : - le signal utile précédent, à la phase de référence - un signal de réfraction y_1^R en phase avec le signal utile, reçu sous une incidence α_1 et avec une amplitude B_1, variables aléatoires distribuées selon des lois bêta respectivement sur $[A, \pi/2]$ et $[0, B_1^{Max}]$ - un signal de réflection sur le fond y_1^R dont les incidence et amplitude sont distribuées comme précédemment mais dont la phase, a priori très aléatoire sera supposée brownienne.

4.3. Déformation de la flûte sonar

La courbe que peut prendre la flûte sous l'effet de perturbations a été représentée à l'aide d'une cubique 3D à 4 paramètres. Les différences de marche des rayons sonores induite par ce biais permettent de lever l'indétermination sur le signe de A (piste fantôme). Pour chaque hydrophone, il suffira de modifier dans les expressions de y_p, y_1^R et y_2^R, les quantités pd cos A et pd cos α^i, i=1,2.

5. EQUATIONS D'OBSERVATIONS BRUITEES

5.1. Traitement du signal en parallèle

Le signal, noyé dans le bruit, reçu par le p^{ième} hydrophone s'écrit $y_p^{Tot} = y_p + y_p^M + y_1^R + y_2^R$.
Les y_p^M désignent les bruits de mer additifs décrits en 4.1 engendrés par P browniens supposés indépendants (sources réparties dans l' espace et hydrophones omnidirectionnels).

5.2. Formation de voies

Comme annoncé en 4, il est nécessaire de modéliser un bruit de trafic diffus y^T. Les courbes expérimentales de [1] permettent d'en donner une réalisation stochastique à 3 variables d'état :

$$d\,x_3 = -\frac{1}{T_3}[x_3\, dt + d\beta_t]$$

$$d\,x_4 = x_5\, dt$$

$$d\,x_5 = -\frac{1}{T_4^2}[x_4 + 2\xi . T_4 . x_5 - x_3]\, dt + \frac{1}{T_4^2} d\beta_t$$

où T_3, T_4, ξ, g_2 sont des paramètres.

$$y^T = g_2\, x_5$$

Tenant compte de la variation de la largeur du lobe de réception en fonction de la fréquence du signal reçu, les bruits y^M et y^T présents sur chaque capteur apparaîtront de manière additive en sortie du sommateur ($Y^M + Y^T$) sous une forme atténuée par un filtre passe-bas de fréquence de coupure $1/T_o$ = C/2 Pd. Le signal de sortie du sommateur aura la forme $Y^{Tot} = Y + Y_1^R + Y_2^R + Y^M + Y^T$ où Y_1^R et Y_2^R sont des signaux ayant la même forme que Y pour les paramètres d'amplitude d'incidence et de phase décrits en 4.2..

6. POSITION DU PROBLEME DE FILTRAGE ET DETECTION

6.1. Equation du filtrage

En général, on veut déterminer une estimation du vecteur $\underline{X}_1$, représentant les caractéristiques dynamiques du navire (position, vitesse) à partir des mesures $\underline{y}$ enregistrées sur un intervalle $[0,t]$; en notant $\mathcal{G}_t = \sigma\{\underline{y}_\tau,\ 0 \leqslant \tau \leqslant t\}$, le meilleur estimé $\hat{\underline{X}}_1$, au sens du minimum de variance est:

$$\hat{\underline{X}}_{1_t} = E\,[\underline{X}_{1_t} \mid \mathcal{G}_t]; \qquad \forall\, t \geqslant 0.$$

solution de l'équation : (cf. [3]).

$$d\,\hat{\underline{X}}_{1_t} = f(\underline{X}_1, \underline{X}_2)dt + [\widehat{\underline{X}_{1t}\, d\underline{y}_t^T} - \hat{\underline{X}}_{1t}\, \widehat{d\underline{y}}_t^T]\ (R\ dt)^{-1} [d\underline{y}_t - \widehat{d\underline{y}}_t]$$

où R représente la covariance des bruits de mesure sur les P hydrophones. On la suppose connue, ou calculable hors ligne.

Cette équation est valable pour les deux catégories de mesures envisagées ci-dessus. Elle est relativement simple, car $\underline{X}_1$ est donné par une équation différentielle ordinaire (non bruitée); mais elle nécessite la détermination de $f(\underline{X}_1, \underline{X}_2)$; on a donc besoin d'estimer $\underline{X}_2$, dont la dynamique comporte des sauts, ce qu'on résume par le filtre global $\widehat{\varphi(\underline{X})}$:

$$d\widehat{\varphi(\underline{X}_t)} = \widehat{\mathcal{L}\varphi(\underline{X}_t)}dt + [\widehat{\varphi(\underline{X}_t)d\underline{y}_t^T} - \widehat{\varphi(\underline{X}_t)}\widehat{d\underline{y}_t}]\ (R\ dt)^{-1}[d\underline{y}_t - \widehat{d\underline{y}_t}].$$

$$\text{où } \mathcal{L}\varphi(\underline{X}) = \frac{\partial \varphi}{\partial x^j} f_j(\underline{X}_1, \underline{X}_2) + \int_{E_1^P} [\varphi(X_1, p+v, \sigma) - \varphi(X_1, p, \sigma)] \lambda_1^p \frac{dv}{p_M - p_m}$$

$$+ \int_{E_2^\sigma} [\varphi(X_1, p, \sigma+v) - \varphi(X_1, p, \sigma)] \lambda_1^\sigma \frac{dv}{2\sigma_M} + [\varphi(x_1, p, 0) - \varphi(x_1, p, \sigma)] \times \lambda_2$$

6.2. Détection

Dans le modèle du filtrage, nous avons supposé la présence de N navires, N est a priori aléatoire, prenant des valeurs dans une chaîne de Markov : (0,1,2...k); k <∞.

N = 0 : aucune cible, mais uniquement des signaux parasites (hypothèse 0)

N = 1 : présence d'une cible (hypothèse 1).

N = k : présence de plusieurs cibles (hypothèses : 2, 3,...k).

Nous sommes en face d'un problème de test d'hypothèse qui peut être traité (cf [4]) comme un problème de filtrage non linéaire, simplement en augmentant l'état du système $\underline{X}$ d'une variable $\underline{w}$ qui code l'hypothèse.

Nous traitons ici le problème de détection (hypothèses 0 ou 1) la généralisation à plusieurs hypothèses est immédiate.

soit $\underline{w}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ la variable de l'hypothèse 0

$\underline{w}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ la variable de l'hypothèse 1

soit $\underline{w} = \underline{w}^1 \sim \underline{w}^2$, elle obéit à la dynamique :

$$d\underline{w}_t = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{w}_t \, N_1(dt,\omega) + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{w}_t \, N_2(dt,\omega) :$$

le modèle bilinéaire à sauts de commutation d'hypothèses a priori.

Le problème de détection consiste donc à filtrer l'état augmenté $\underline{Z} = [\underline{X}_1^T, \underline{X}_2^T, \underline{w}^T]^T$; ou une fonction $\Psi(\underline{Z})$, l'équation du filtre étant semblabe à celle écrite ci-dessus (en précisant le générateur markovient des commutations d'hypothèse).

REFERENCES

[1] J.H. JUSTICE, N.L.OWSLEY, J.L. YEN, A.C. KAK, Array, Signal Processing. Prentice Hall. S. Haykin, editor. 1985.

[2] H. PASTEAU, Théorie et applications de l'acoustique sous-marine. Cours ENSTA.

[3] O. BENNIS, T. HUILLET, A. MONIN, G. SALUT, Modélisation, Estimation, Décision optimales pour l'élaboration des éléments but à partir de l'écoute passive sonar. Rapport LAAS n° 86201, Juillet 1986.

[4] O. BENNIS, K. BERBICHE, T. HUILLET, G. SALUT, Ruptures aléatoires markoviennes de modèle et test dynamique d'hypothèse. Workshop on Automatic Control and Signal Processing, Rabat (Maroc) 19-23 Janvier 1987.