

TRANSFORMATION DE WIGNER-VILLE  
ET TRAITEMENT DU SIGNAL SONAR \*

R. FOKA, JL LEBER, Y. DURAND

THOMSON-SINTRA ASM - 1 AVENUE ARISTIDE BRIAND 94117 ARCUEIL CEDEX

RESUME

La transformation de Wigner-Ville (TWV) occupe une place importante dans l'analyse temps-fréquence des signaux du type parole, radar, géophysique. On se propose dans cet article d'appliquer les techniques de la TWV aux signaux synthétiques et réels du type sonar. Cette application particulière de la TWV offre des possibilités en détection, localisation et classification. Une architecture systolique est proposée pour le calcul de la TWV.

SUMMARY

The Wigner-Ville transform is known to be a powerful tool in the time-frequency for signal processing. Typical applications exist in speech, radar, geophysics. It is our goal in this paper to apply this transform to the artificial and real data from sonar. This particular application emphasizes the capability of this transform to the detection, localization and classification. A systolic architecture for computing the two-dimensional Wigner-Ville transform is proposed.

INTRODUCTION

L'analyse conjointe temps - fréquence a joué dans les dernières années un rôle très important dans le domaine du traitement du signal pour l'étude des processus non stationnaires tels que les signaux de parole, radar, géophysique. Il s'agit dans cet article d'appliquer les techniques de la transformée de Wigner-Ville (TWV) aux signaux synthétiques et réels du type sonar. Cette application particulière de la TWV offre des possibilités en détection, localisation et classification des signaux. Nous avons analysé les possibilités offertes par la TWV pour l'évaluation du Doppler et la localisation d'un émetteur dans le cadre du sonar actif et passif.

Il existe de nombreuses propriétés de la TWV. Dans cet article, nous nous appuyerons sur des résultats bien connus de la TWV, notre souci premier étant de prouver l'efficacité dans les applications sonar. La TWV est une représentation très riche car elle permet de déterminer les caractéristiques d'un signal à savoir son type, sa fréquence centrale et sa largeur de bande.

Les résultats de la transformée de Wigner-Ville sont présentés sous la forme d'image en deux dimensions (temps, fréquence). Ils sont très encourageants et notamment en ce qui concerne la transformée dite Inter Wigner-Ville. En outre, nous avons fait l'analyse du signal écho par l'Auto Wigner-Ville. L'étude des performances de la TWV a été réalisée sur un grand nombre de simulations à partir des critères comme la précision d'analyse en fréquence et en amplitude et le rapport signal à bruit de sortie en fonction de celui d'entrée. L'influence de différents paramètres comme les fenêtres d'analyse temporelle et fréquentielle et le produit largeur de bande par la durée du signal est observée. Il faut cependant signaler que les résultats n'ont été obtenus qu'au prix d'un temps de calcul (temps CPU) sur VAX 750 relativement élevé ! Mais ce temps de calcul n'est pas en réalité un inconvénient majeur pour l'utilisation de la TWV en temps réel ; en effet, l'algorithme TWV peut être implémenté dans des processeurs rapides à architecture systolique ou vectorielle.

\* Etude financée en partie par la DRET PARIS sous le contrat n° 84/459



## 1 - Rappels théoriques

Dans ce paragraphe nous allons donner la définition et les propriétés (sans démonstrations) de la transformation de Wigner-Ville (TWV).

### 1.1 Signal analytique

Les signaux à traiter sont réels dans le cas des sonars ; il est alors important de travailler sur le signal analytique associé au signal réel. Si  $x(t)$  désigne un signal réel, le signal analytique  $z(t)$  associé est défini par :  $z(t) = x(t) - i H x(t)$  (1) où  $H$  désigne la transformation de HILBERT.

Si  $Z(\nu)$  et  $X(\nu)$  représentent les transformées de FOURIER de  $z(t)$  et  $x(t)$  respectivement on obtient la propriété suivante équivalente à la définition de l'équation (1) :

$$Z(\nu) = \begin{cases} 2X(\nu) & \text{si } \nu > 0 \\ X(\nu) & \text{si } \nu = 0 \\ 0 & \text{si } \nu < 0 \end{cases} \quad (2)$$

On peut remarquer que toute l'information contenue dans le signal réel  $x(t)$  se retrouve entière dans le signal analytique sous une forme différente.

### 1.2 La Transformée de WIGNER-VILLE

Par définition, la transformation de WIGNER-VILLE (TWV) associée à un signal analytique  $z$  est la fonction  $W_z$  de deux variables temps et fréquence  $\nu$  :

$$W_z(t, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t + \frac{\tau}{2}) z^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau \quad (3)$$

où le symbole "\*" désigne le conjugué de la variable complexe  $z$ . Cette fonction possède un certain nombre de propriétés (1). Quelques unes vont être énumérées sans aucune démonstration.

- La TWV s'interprète comme la transformée de FOURIER bidimensionnelle de la fonction d'ambiguïté dans le plan distance-doppler du signal à traiter.
- Par projection sur l'axe des temps (resp. des fréquences), on obtient la puissance instantanée du signal (resp. la densité spectrale).
- La TWV peut s'identifier à un débit énergétique mais du fait qu'elle peut prendre des valeurs négatives, elle ne saurait être interprétée localement comme une densité énergétique (3)
- L'une des propriétés intéressantes de la TWV est que les moments du premier ordre normalisés fournissent directement la fréquence instantanée et le retard de groupe du signal (2).
- Il sera par la suite question de la transformation dite "Inter Wigner-Ville" de deux signaux réels  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  dont l'expression est donnée par :

$$W_{z_1, z_2}(t, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} z_1(t + \frac{\tau}{2}) z_2^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau \quad (4)$$

- Il faut remarquer enfin que la TWV est une transformation non linéaire, mais réversible.

## 2. Influence du produit BT et de la fenêtre d'analyse de Wigner-Ville

Si  $T$  et  $B$  sont respectivement les supports du signal et de son spectre, le support de la TWV est donné par le produit  $BT$ . Il en résulte que la représentation et l'interprétation des résultats de la TWV seront affectés par ce produit  $BT$ . Deux cas peuvent être envisagés.

- La durée  $T$  du signal est faible, alors il est très difficile de faire une analyse temporelle sérieuse du signal.
- La largeur de bande  $B$  du signal est petite, on est alors en présence d'un signal à bande étroite et donc d'un processus aléatoire quasi-stationnaire ; dans ce cas l'analyse temporelle du signal est inutile.

Dans le cadre des signaux modulés linéairement en fréquence (FML), on peut noter que les informations issues de l'analyse sont imprécises ; en effet soit l'échelle des fréquences est trop importante devant  $B$  pour pouvoir bien cerner ce dernier, soit l'échelle des temps est trop dilatée pour faire apparaître les caractéristiques du signal. En présence du bruit et à faible  $BT$ , la recherche des paramètres du signal devient plus délicate.

Comme dans toutes les méthodes de traitement du signal il est important de bien fixer la longueur de la fenêtre d'analyse. Lorsque la fenêtre temporelle d'analyse est inférieure à la durée réelle du signal, les informations contenues dans l'image de la TWV et par là même dans la courbe donnant la fréquence sont erronées. Elles permettent uniquement d'affirmer qu'il s'agit d'une modulation linéaire en fréquence. Dans le cas contraire la TWV permet de déterminer toutes les caractéristiques du signal à savoir : son type, sa durée, sa largeur de bande et sa fréquence centrale.

### 3. TWV et la recherche de doppler d'un signal

Dans de nombreux cas, les signaux sonar (ou radar) détectés par un observateur sont affectés d'un effet doppler ; ceci est dû au déplacement de la source émettrice. Dans un but de localisation, l'observateur désire connaître au mieux la valeur de ce paramètre doppler. L'analyse conjointe temps-fréquence de Wigner-Ville est un outil mathématique intéressant pour réaliser ce but.

La présence de l'effet doppler se traduit par une dilatation ou une contraction de l'échelle des temps pour le signal temporel. Le temps  $t$  est remplacé par  $(1+\delta)t$  où  $\delta$  (caractéristique de l'effet doppler) est donné par l'expression.

$$\delta = 2 \frac{v}{C} \quad (2)$$

$v$  est la vitesse de la source en mouvement par rapport à l'observateur, et  $C$  est la célérité de l'onde dans le milieu. Nous ne considérons ici que des signaux ayant une loi de modulation linéaire en fréquence (FML). L'expression analytique d'un signal modulé linéairement en fréquence en présence de l'effet doppler est donnée par :

$$z(t) = \Pi_T \left[ (1+\delta)t - \frac{T}{2} \right] e^{2\pi i \left[ \nu_0 (1+\delta)t + \frac{\alpha}{2} (1+\delta)^2 t^2 \right]} \quad (3)$$

où :

$\alpha = B/T$  et  $\nu_0$  désigne la fréquence centrale du signal.

$$\Pi_T \left( (1+\delta)t - \frac{T}{2} \right) = \begin{cases} 1 & \text{Pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'analyse d'un écho sonar peut se faire de deux façons

Soit on calcule la transformée de Wigner-Ville de cet écho (Auto Wigner-Ville (AWV))

Soit on utilise une copie du signal émis et on calcule alors la transformée dite "Inter Wigner-Ville" (IWV) du signal écho par la copie.

#### 3.1 Auto Wigner-Ville (AWV)

Compte-tenu de la définition de la TWV et de l'équation (3), la transformée AWV d'un signal écho est donnée par :

$$AWV_z(t, \nu) = \gamma \Pi_T \left[ t - \frac{T}{2} \right] \frac{\sin 2\pi(T-2|t - T/2|)(\nu - \nu_i(t))}{\pi(\nu - \nu_i(t))} \quad (4)$$

$\gamma$  : représente l'atténuation du signal due à la propagation

et  $\nu_i(t)$  est la fréquence instantanée

$$\nu_i(t) = \nu_0(1+\delta) + \alpha(1+\delta)^2 t \quad (5)$$

La valeur maximale de l'équation (4) donne la fréquence en fonction du temps ; ce qui correspond à la loi de fréquence instantanée donnée par l'équation (5). Connaissant  $\nu_0$  et  $B$  on calcule facilement les valeurs de  $\delta$ .

3.2 Inter Wigner-Ville (IWV)

Il s'agit ici d'utiliser simultanément le signal écho et une copie de celui-ci. Cette dernière n'est affectée ni par un effet doppler ni par l'atténuation. L'expression de l'Inter Wigner-Ville (IWV) dans ce cas est donnée par :

$$IWV_{z,zc}(t, \nu) = \gamma \Pi_T(t - T/2) \cdot e^{2\pi i \delta t (\nu_0 + \alpha t)} \cdot \frac{\sin 2\pi(T-2|t - T/2|)(\nu - \nu'_1(t))}{\Pi(\nu - \nu'_1(t))} \quad (6)$$

avec  $\nu'_1(t) = \nu_0 \left(\frac{2+\delta}{2}\right) + \alpha(\delta+1)t$  (7)

On peut remarquer qu'à la différence de la transformation dite "Auto Wigner-Ville" qui prend des valeurs réelles, l'Inter Wigner-Ville est une grandeur complexe. Les images ainsi que les variations de la fréquence au cours du temps de la transformée dite Inter Wigner Ville sont obtenues en prenant le module de l'équation (6). Les caractéristiques du signal ainsi que les valeurs du paramètre doppler  $\delta$  se déduisent de la représentation plus riche que l'auto Wigner-Ville.

4. La Transformée de Wigner-Ville et la détection

Nous avons vu que la TWV peut être utilisée pour déterminer les caractéristiques des signaux à l'aide de leurs paramètres de modulation (loi de modulation, bande, durée) ainsi que pour l'évaluation du doppler et la localisation d'une source émettrice. En outre la TWV peut être utilisée pour détecter la présence du signal noyé dans du bruit ; soit  $z(t)$  le signal analytique associé au signal écho  $e(t)$  et  $z^*(t)$  celui associé à une copie  $c(t)$  de  $e(t)$  ; comme défini précédemment  $IWV_{z,zc}(t, \nu_0)$  peut être interprétée aussi comme la réponse à un filtre  $h(t)$  (Voir schéma de principe fig.1). On peut faire la même chose en fixant  $t$  et en faisant varier la fréquence.

5) Implantation de la TWV sur un réseau systolique

On désigne par le terme "réseaux systoliques" une architecture de calculateur fortement parallèle fondée sur un réseau ou tableau de processeurs. Le mot "systolique" vient de "systole", qui veut dire contraction du coeur. Dans un réseau systolique, les processeurs sont des coeurs qui pompent les flux de données au travers du réseau. Le battement régulier de ces processeurs maintient un flux constant de données au travers du réseau [7]. Une architecture systolique est un ensemble de processeurs élémentaires PE très simples et tous identiques dont la propagation de l'information est traitée successivement par plusieurs PE avant de retourner en mémoire. On constate que le problème de communication trouve une solution élégante dans une architecture systolique.

La transformée de Wigner-Ville discrète (TWVD) a fait l'objet de nombreuses publications [1], [4] et [5]. La TWVD de deux suites de données complexes  $\{f(n)\}$  et  $\{g(n)\}$  de longueur  $(2N-1)$ , est définie par :

$$W_{f,g}(n,m) = 2 \sum_{k=-N+1}^{N-1} e^{-i(2\pi km/M)} f(n+k) g^*(n-k) \quad (8)$$

où  $m=0, \pm 1, \dots, \pm (N-1)$  et  $n$  un entier naturel,  $M=(2N-1)$  et  $N$  le nombre d'échantillons.

L'équation (8) peut encore s'écrire sous la forme :

$$\tilde{W}_{f,g}(n,m) = 2 \sum_{k=-N+1}^{N-1} \omega^{km} P(n,k) \quad (9)$$

où  $\omega = e^{-i(2\pi/M)}$  et  $P(n,k) = f(n+k) g^*(n-k)$

L'architecture proposée est schématisée par la fig.2. Elle comprend trois parties principales : Un réseau linéaire de processeurs qui effectue le produit  $P(n,k)$  (multiplieurs) et transmet verticalement les résultats à chaque cycle d'horloge à un tableau de processeurs cordic ; une telle architecture a été déjà proposée par T.S. DURRANI et R. CHAPMAN. Chaque ligne du tableau correspond à une fréquence.

Horizontalement on obtient à la sortie du réseau l'énergie du signal correspondant à une fréquence fixée. Simultanément on obtient la puissance instantanée du signal à la sortie des PE schématisés par des ronds (additionneurs). Une telle architecture améliore la vitesse du traitement. Les symboles "O" ou "R" signifient un retard.

6) CONCLUSION ET RESULTATS

La transformation de Wigner-Ville permet de caractériser un signal simultanément dans les domaines temporel et fréquentiel. La représentation qui en découle devient forte intéressante pour la détection, la localisation et la classification des signaux et particulièrement dans le cas de processus non stationnaires car elle conserve la notion de temps. Ces aspects du traitement du signal vont être analysés maintenant sur des signaux réels du type sonar.

Ces signaux ont été enregistrés lors d'une campagne de mesures effectuées aux Açores en 1975. Il s'agit de signaux modulés linéairement en fréquence et, parmi ceux-ci, nous avons retenu un signal dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Durée de l'observation  $\Delta t$  : 1s.
  - Fréquence d'échantillonnage  $f_e$  : 2057 Hz soit 2048 échantillons du signal
  - Fréquence centrale  $f$  : 3600 Hz
  - Largeur de bande  $B$  : 200 Hz
  - Durée du signal émis : 0.25s soit un produit BT de 50
- notons que le signal numérisé est sous échantillonné par rapport à sa fréquence maximale. Chaque signal contient trois voies successives :
- voie 1 : copie du signal émis
  - voie 2 : tranche de bruit détecté en général après l'écho
  - voie 3 : tranche de signal contenant l'écho.

Nous allons donc traiter chacune de ces voies par la transformée de Wigner-Ville et plus particulièrement par l'Inter Wigner-Ville. L'examen des figures obtenues par l'IWV fait ressortir deux points particulièrement importants :

(i) On voit apparaître un glissement de la pente caractéristique de la présence du signal. Ce phénomène peut être attribué, soit au mouvement de la cible (effet Doppler), soit à la réflexion du signal sur celle-ci.

(ii) Le signal bidimensionnel obtenu par l'IWV correspond à la sortie du filtrage adapté lorsque la variable temps est fixée, à un signal dont la largeur de bande est de 200 Hertz. La densité de signal et de bruit est donc nulle en dehors de la bande passante du filtre (niveau blanc sur l'image).

Les résultats de ce traitement sont intéressants du point de vue de la classification et de la détection du signal ainsi que de la localisation de la source par l'estimation du Doppler. En effet, nous sommes en présence d'un signal modulé linéairement en fréquence de largeur de bande d'environ 200 Hertz et de fréquence centrale 511 Hertz. L'amplitude du signal et du bruit est ici de 290.

Pour l'estimation du Doppler, il est difficile d'apprécier aux vues de l'image et de la trace de la fonction de détection si il y a eu un déplacement de fréquence. Du point de vue de la détection, en prenant le signal de sortie pour une fréquence fixée et en le comparant à un seuil judicieusement déterminé pour une probabilité de fausse alarme donnée, nous aurions effectivement détecté la présence d'un signal. Toutefois, cet aspect du traitement du signal attribué à la transformée de Wigner-Ville ne nous semble pas correspondre exactement à une fonction de détection car celle-ci est réalisée non pas en temps réel mais à partir d'un enregistrement du signal.

Dans le domaine de la classification, la représentation temporelle des signaux permet d'observer les points brillants et d'estimer la longueur apparente du sous-marin. Les résonances de coque, par exemple, apparaissent sur la représentation fréquentielle. Dans l'état actuel des recherches, il est difficile de se prononcer sur la reconnaissance de ces phénomènes à partir d'une analyse temps-fréquence. Ceci reste un domaine ouvert de recherche.

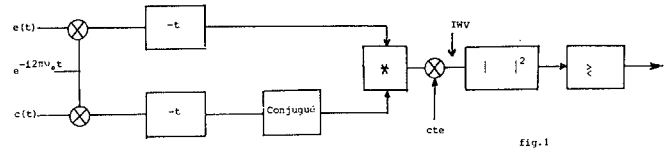


REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient la DRET et leurs collègues de THOMSON-SINTRA A.S.M pour leur collaboration.

REFERENCES

- [1] T.A.C.M. CLAASEN and W.F.G. MECKLENBRAUKER, the Wigner Distribution - A tool for time-frequency signal Analysis, Part I : Continuous-time signals, Philips J. Res.,35,(3),1980, p.217-250, Part II : pp. 276-300
- [2] B-Escudié, P.Flandrin, Principe et mise en oeuvre de l'analyse temps-fréquence par transformation de Wigner-Ville, traitement du signal, Vol.2, N°2, 1985
- [3] T.A.C.M. CLAASEN and W.F.G. MECKLENBRAUKER, on the time-frequency discrimination of energy distributions : can they look sharper than Heisenberg ? IEEE Int.Conf.on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-84, San Diego, 1984, P.41B7.1 41B7.4
- [4] D.S. CHAN, A Non-Aliased Discrete-Time Wigner Distribution for time-frequency Signal Analysis Proc. ICASSP, Paris, France, May 1982, PP. 1325-1328.
- [5] T.A.C.M. CLAASEN and W.F.G. MECKLENBRAUKER, the Aliasing Problem in Discrete-Time Wigner distributions, IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, oct.1983, Vol ASSP-31, N°5 PP. 1067-1072
- [6] P.BERTRAND et C.FUGIER-GARREL, Formulation de la théorie de la communication dans le plan temps-fréquence - Aspects pratiques, 8ème coll. GRETSI, NICE, 1981, p.829-834
- [7] H.T. KUNG, why systolic Architectures ? IEEE computer, January,1982.
- [8] T.S. DURRANI and R.CHAPMAN, systolic Processor for computing the Wigner Distribution, Electronics letters, June 1983, Vol 19, N°13, PP.476-477;



- Schéma de principe de la transformée de Wigner-Ville en détection -

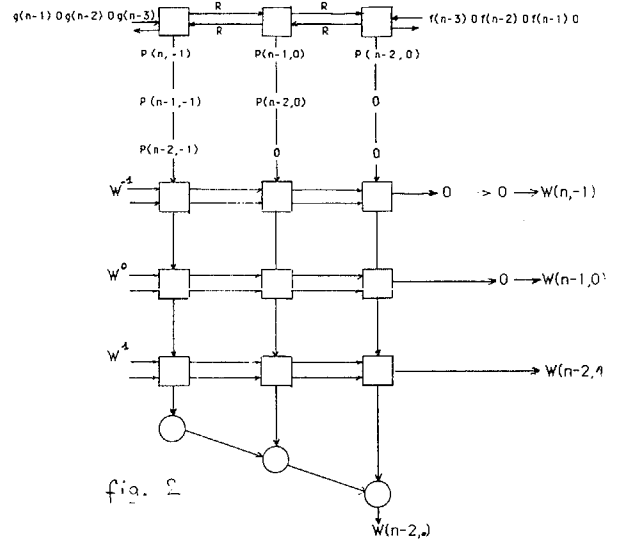
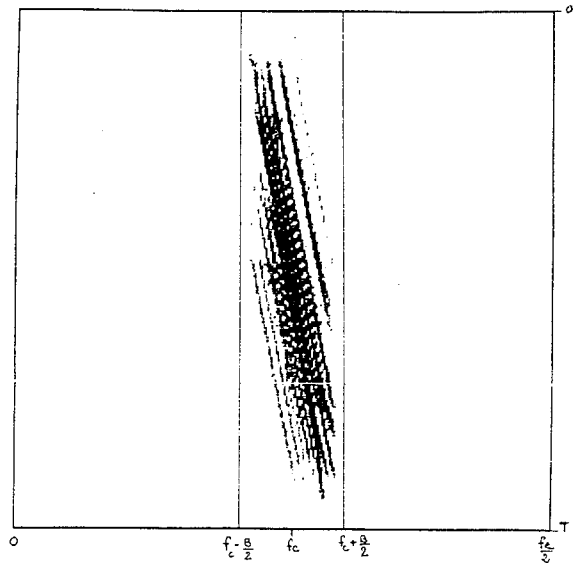
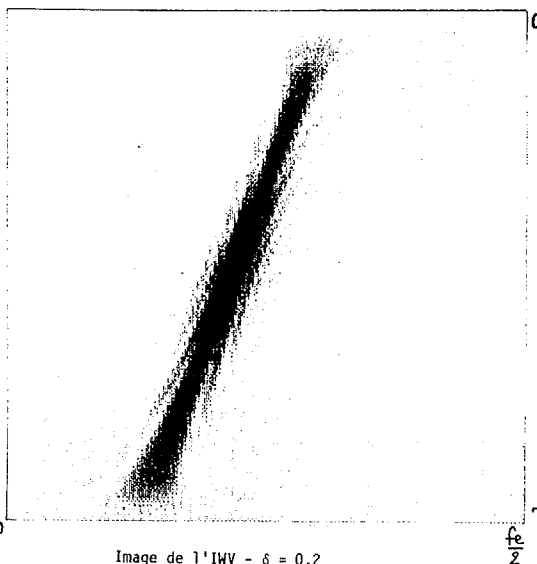
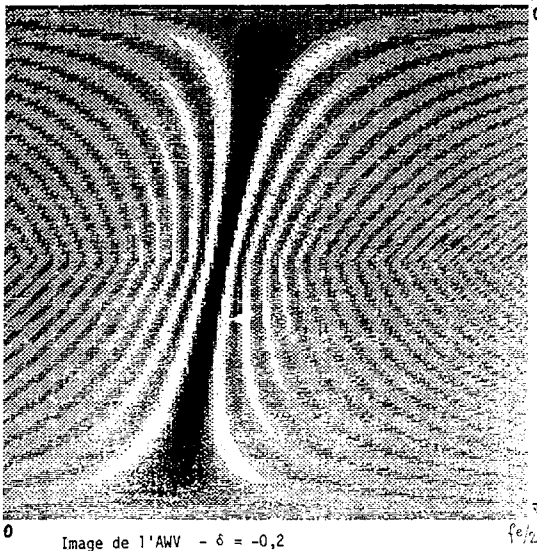


fig. 2



- Image de l'inter Wigner-Ville du signal  
- Echo par la copie du signal émis

