



**ALGORITHMES D'IDENTIFICATION ADAPTATIFS
NUMERIQUEMENT EFFICACES**

G. Favier

CNRS - LASSY, 41 Bd Napoléon III, F-06041 NICE CEDEX
et
GRECO "Systèmes Adaptatifs"

Résumé.

Le problème de l'identification de systèmes linéaires variables dans le temps est résolu à l'aide de l'algorithme des Moindres Carrés Pondérés Récursifs (MCPR) avec facteur d'oubli variable (algorithme à trace adaptative) ou en utilisant le filtre de Kalman. De nouvelles formes factorisées U-D de ces algorithmes sont présentées. Puis le cas de systèmes brusquement variables dans le temps est traité. Deux tests de ruptures de modèle sont décrits. Des résultats de simulation sont montrés de manière à illustrer le comportement des algorithmes d'identification adaptatifs proposés dans cet article.

Abstract.

The identification problem of time-varying linear systems is solved by use of the Recursive Weighted Least-Squares (RWLS) algorithm with a variable forgetting factor (Adaptive trace algorithm) or by applying the Kalman filter. New U-D factorized forms of these algorithms are presented. Then the case of abruptly time-varying systems is considered. Two fault detection methods are described. Simulation results are shown to illustrate the behavior of the adaptive identification algorithms proposed in this paper.

INTRODUCTION

Les problèmes numériques résultant des effets de quantification dans le filtre de Kalman ont conduit au développement d'algorithmes à factorisation (factorisations racine-carrée et U-D). De nombreuses versions factorisées du filtre ont été proposées dans la littérature, la plus célèbre étant certainement celle de Bierman (1). Une revue et une comparaison des algorithmes de filtrage sous forme factorisée ont été effectuées dans (2).

L'algorithme d'identification des Moindres Carrés Pondérés Récursifs (MCPR), qui correspond à l'étape de mise à jour du filtre de Kalman, est généralement implémenté sous la forme factorisée U-D de Bierman. Nous présentons dans cet article une nouvelle forme factorisée U-D pour l'implémentation de l'algorithme MCPR avec facteur d'oubli variable. Cette forme factorisée utilise la procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt pondérée modifiée (GSPM) qui est robuste numériquement (2)-(3).

Puis le cas de systèmes variables dans le temps est considéré. Diverses méthodes permettant d'améliorer la capacité d'adaptation de l'algorithme MCPR sont revues. Ces méthodes sont obtenues en évitant de faire tendre le gain de correction vers zéro. Cela est réalisé à travers l'utilisation d'un facteur d'oubli (algorithme à facteur d'oubli constant et algorithme à trace constante) ou la modélisation des variations de paramètres (filtre de Kalman) avec comme aboutissement l'obtention d'algorithmes d'identification adaptatifs. En appliquant la technique de factorisation nous présentons une nouvelle forme factorisée U-D du filtre de Kalman.

En présence de variations brusques des paramètres, la capacité d'adaptation des algorithmes d'identification peut être améliorée en augmentant brusquement le gain de correction. Cette modification est réalisée à travers les deux étapes suivantes :

1. Détection de variations de paramètres au moyen d'un test de ruptures de modèle.
2. Puis augmentation brusque du gain.

Deux méthodes de détection de ruptures de modèle basées sur l'erreur de prédiction d'une part, et sur les paramètres estimés eux-mêmes d'autre part, sont présentées, et une procédure complète d'identification adaptative de systèmes variant dans le temps est alors décrite.

Des résultats de simulation sont montrés de manière à illustrer le comportement des algorithmes d'identification adaptatifs proposés pour l'identification de systèmes variables dans le temps.

FORME STANDARD DE L'ALGORITHME MCPR

Considérons un modèle de prédiction de la forme suivante

$$\hat{y}(t/\theta) = \Phi^T(t)\theta \quad (1)$$

où $\hat{y}(t/\theta)$ représente la prédiction du signal mesuré (sortie) scalaire $y(t)$, $\theta \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des paramètres inconnus à estimer et $\Phi(t)$, appelé vecteur de régression, contient les valeurs passées des signaux d'entrée/sortie du système à identifier. La méthode d'identification des Moindres Carrés Pondérés (MCP) consiste à déterminer θ de manière à minimiser la fonction coût quadratique

$$J(T, \theta) = \sum_{t=1}^T w(t) [y(t) - \hat{y}(t/\theta)]^2 \quad (2)$$

$w(t)$ est un facteur de pondération variable choisi tel que

$$w(t) = \mu(t) \prod_{i=t}^T \lambda(i) \geq 0 \quad (3)$$

où $\mu(t)$ est un facteur multiplicatif permettant de donner un poids plus ou moins important à la mesure $y(t)$, en fonction de la qualité de cette mesure, et $\lambda(t)$ est un facteur d'oubli, éventuellement variable, choisi de manière à rendre possible la poursuite de paramètres variables dans le temps. L'algorithme MCPR correspondant à la minimisation du critère (2)-(3) est décrit à l'aide des équations suivantes :

$$\Sigma(t) = \Phi^T(t) P(t-1) \Phi(t) + 1/\mu(t) \quad (4)$$

$$G(t) = P(t-1) \Phi(t) \Sigma(t)^{-1} \quad (5)$$

$$P(t) = [P(t-1) - G(t) \Sigma(t) G^T(t)] / \lambda(t) \quad (6)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + G(t) [y(t) - \Phi^T(t) \hat{\theta}(t-1)] \quad (7)$$

où
$$P(t) \triangleq \left[\sum_{i=1}^t w(i) \Phi(i) \Phi^T(i) \right]^{-1} \quad (8)$$

Pour simplifier les notations dans (4)-(7) l'argument "t" sera supprimé et les quantités $P(t-1)$ et $\hat{\theta}(t-1)$ à l'instant (t-1) seront notées \bar{P} et $\bar{\theta}$.

A partir de l'expression (8) nous pouvons conclure que $P(t)$ doit être une matrice définie non négative, mais cette propriété peut être perdue en raison de l'accumulation des erreurs d'arrondi introduites par le calculateur, ce qui peut conduire à un problème d'instabilité numérique. Pour éviter ce problème, il est fait appel à des algorithmes à factorisation qui consistent à réactualiser non pas la matrice P mais des facteurs de P , soit sous forme racine-carrée ($P = P_1^T P_1 / 2$) soit sous forme U-D ($P = UDU^T$).

Un autre problème arrive quand le terme $\sum_{t=1}^T w(t) \Phi(t) \Phi^T(t)$ devient singulier ou presque singulier, ce qui correspond à la condition d'excitation non persistante pour le système à identifier. Une procédure de régularisation doit alors être employée.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons une nouvelle forme factorisée des équations (4)-(6).

FORME FACTORISEE DE L'ALGORITHME MCPR

Les équations (4)-(6) peuvent être réécrites sous forme de tableaux augmentés de dimension (n+1, n+1) :

$$\begin{bmatrix} \Sigma & \Sigma G^T \\ G \Sigma & \lambda P + G \Sigma G^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\mu + \Phi^T \bar{P} \Phi & \Phi^T \bar{P} \\ \bar{P} \Phi & \bar{P} \end{bmatrix} \quad (9)$$



En utilisant une factorisation U-D de P, ces deux tableaux peuvent être factorisés en :

$$M_p \triangleq \begin{bmatrix} \Sigma & \Sigma G^T \\ G \Sigma & \lambda P + G \Sigma G^T \end{bmatrix} = U_p D_p U_p^T \quad (10)$$

$$M_a \triangleq \begin{bmatrix} \Phi^T \bar{P} \Phi + 1/\mu & \Phi^T \bar{P} \\ \bar{P} \Phi & \bar{P} \end{bmatrix} = U_a D_a U_a^T \quad (11)$$

avec

$$U_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G & U \end{bmatrix}, D_p = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \lambda D \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$U_a = \begin{bmatrix} 1 & \Phi^T \bar{U} \\ 0 & \bar{U} \end{bmatrix}, D_a = \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & \bar{D} \end{bmatrix} \quad (13)$$

où $P(t) \triangleq U_p D_p U_p^T$, $P(t-1) \triangleq \bar{P} \bar{D} \bar{U}^T$ (14)

U et \bar{U} sont triangulaires inférieures unitaires, D et \bar{D} sont diagonales, et par conséquent (U_p, D_p) constitue la factorisation U-D de M_p , et aussi de M_a d'après (9), avec un facteur U triangulaire inférieur unitaire. En appliquant la procédure d'orthogonalisation GSPM (avec D_a comme matrice de pondération) pour triangulariser U_a , nous obtenons :

$$U_a = \tilde{U}_a T \quad (15)$$

avec \tilde{U}_a triangulaire inférieure unitaire, $\dim \tilde{U}_a = (n+1, n+1)$, et T telle que

$$T D_a T^T = \tilde{D}_a \quad (16)$$

avec \tilde{D}_a diagonale, $\dim \tilde{D}_a = (n+1, n+1)$.

A partir de (15)-(16), nous déduisons

$$M_a \triangleq U_a D_a U_a^T = \tilde{U}_a T D_a T^T \tilde{U}_a^T = \tilde{U}_a \tilde{D}_a \tilde{U}_a^T \quad (17)$$

et par conséquent (\tilde{U}_a, \tilde{D}_a) correspond à la factorisation U-D de M_a avec un facteur U triangulaire inférieur unitaire. Du fait de l'unicité de la factorisation U-D, nous pouvons conclure que

$$U_p = \tilde{U}_a, \quad D_p = \tilde{D}_a \quad (18)$$

Ecrivons \tilde{U}_a et T comme

$$\tilde{U}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ u & U_0 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

où v_i est le ième vecteur ligne de T, nous obtenons l'algorithme MCPR sous forme factorisée U-D suivant :

$$1 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \Phi^T \bar{U} \\ 0 & \bar{U} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ u & U_0 \end{bmatrix} T, \quad (20)$$

$\dim T = (n+1, n+1)$

Alors $U = U_0, G = u, \Sigma = \|v_1\|_{D_a}^2$, (21)

$$D = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \|v_2\|_{D_a}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \|v_{n+1}\|_{D_a}^2 \end{bmatrix}, D_a = \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & \bar{D} \end{bmatrix} \quad (22)$$

ALGORITHMES D'IDENTIFICATION ADAPTATIFS

Dans le cas de systèmes lentement variables dans le temps, il est nécessaire de maintenir en permanence une capacité d'adaptation minimum pour l'algorithme MCPR, c'est-à-dire d'empêcher le gain de correction G de tendre vers zéro. Ceci peut être obtenu de différentes manières :

* En utilisant un facteur d'oubli constant $\lambda(t) = \lambda \quad \forall t \geq 0$ (23)

Cette méthode présente l'inconvénient du phénomène d'explosion quand $\phi(t)$, ou de manière plus générale $P(t-1) \phi(t)$, tend vers zéro, comme il est facile de le vérifier à partir des équations (4)-(6).

* En utilisant un algorithme à trace constante (4). Cet algorithme consiste à utiliser le facteur d'oubli $\lambda(t)$ pour maintenir constante et égale

à Tr la trace de la matrice P quand cette trace devient plus petite que Tr. Définissant :

$$P'(t) = P(t-1) - G(t) \Sigma(t) G^T(t) \quad (24)$$

le facteur d'oubli est donc choisi tel que

- Si $\text{tr } P'(t) \geq \text{Tr} : \lambda(t) = 1, P(t) = P'(t)$ (25)

- Si $\text{tr } P'(t) < \text{Tr} : \lambda(t) = \text{tr } P'(t) / \text{Tr}$ (26)

Cette méthode élimine le problème d'explosion rencontré avec un facteur d'oubli constant.

* En modélisant les variations de paramètres à l'aide du modèle suivant

$$\theta(t+1) = \theta(t) + n(t) \quad (27)$$

associé à l'équation de mesure

$$y(t) = \phi^T(t) \theta(t) + e(t) \quad (28)$$

où $\{n(t)\}$ et $\{e(t)\}$ sont supposées être des séquences de bruit blanc, indépendantes, de moyenne nulle et de covariances $Q(t)$ et $1/\mu(t)$, et en appliquant le filtre de Kalman au modèle (27)-(28).

Les équations (4),(5) et (7) restent inchangées, et l'équation (6) est remplacée par

$$P(t) = P(t-1) - G(t) \Sigma(t) G^T(t) + Q(t) \quad (29)$$

Par suite P(t), et donc G(t), sont augmentés et ne tendent plus vers zéro en raison de la présence du terme Q(t) dans (29).

Il est à noter cependant qu'une procédure de régularisation (5)-(6) doit être utilisée pour l'algorithme à trace constante et pour le filtre de Kalman lorsque $\phi(t)$ devient constant et lorsque $\psi(t)$ tend vers zéro respectivement.

Nous décrivons ci-dessous un algorithme à factorisation U-D pour la résolution des équations (4)-(5) et (29).

En supposant que Q est diagonale et en appliquant la même technique de factorisation que précédemment, nous obtenons l'algorithme suivant.

$$1 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \Phi^T \bar{U} & 0 \\ 0 & \bar{U} & I \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ u & U_0 \end{bmatrix} T \quad (30)$$

$$T = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n+1} \end{bmatrix}, \quad \dim T = (n+1, 2n+1) \quad (31)$$

$$U = U_0, G = u, \Sigma = \|v_1\|_{D_a}^2 \quad (32)$$

$$D = \begin{bmatrix} \|v_2\|_{D_a}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \|v_{n+1}\|_{D_a}^2 \end{bmatrix}, D_a = \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 & 0 \\ 0 & \bar{D} & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix} \quad (33)$$

Dans le cas de systèmes brusquement variables dans le temps, la capacité de poursuite de l'algorithme à trace constante ou du filtre de Kalman, peut être améliorée en augmentant brusquement le gain de correction G. Cette modification est conditionnée par le résultat d'un test de détection de ruptures de modèle. Nous considérons par la suite des algorithmes d'identification adaptatifs possédant trois niveaux différents de capacité d'adaptation. La procédure complète d'un tel algorithme comprend, à chaque période d'échantillonnage, les étapes suivantes.

1. Calcul d'un critère J(t) de détection de ruptures de modèle.
2. Utilisation du critère J(t) pour fixer la capacité d'adaptation
 - Si $0 \leq J(t) \leq J_{\min} \Rightarrow$ Pas de rupture : $Q(t) = Q_{\min}$ ou $\text{Tr}(t) = \text{Tr}_{\min}$
 - Si $J_{\min} < J(t) \leq J_{\max} \Rightarrow$ Rupture Incertaine : $Q(t) = Q_{\text{int}}$ ou $\text{Tr}(t) = \text{Tr}_{\text{int}}$
 - Si $J(t) > J_{\max} \Rightarrow$ Rupture Certaine : $Q(t) = Q_{\max}$ ou $\text{Tr}(t) = \text{Tr}_{\max}$.

Avec $Q_{\min} \leq Q_{\text{int}} \leq Q_{\max}$ et $\text{Tr}_{\min} \leq \text{Tr}_{\text{int}} \leq \text{Tr}_{\max}$.

3. Application de l'algorithme à trace constante ou du filtre de Kalman en prenant comme valeurs de Tr et de Q(t) les valeurs fixées à l'étape 2.

Les algorithmes qui en résultent seront appelés respectivement algorithme à trace adaptative et filtre de Kalman adaptatif. Dans le paragraphe suivant nous présentons deux méthodes de détection de ruptures de modèle.

METHODES DE DETECTION DE RUPTURES DE MODELE

Les méthodes de détection que nous considérons ci-après consistent à comparer des estimateurs à court terme et à long terme de la moyenne et de la variance de grandeurs délivrées par l'algorithme d'identification adaptatif, à savoir l'erreur de prédiction à 1 pas et les paramètres estimés eux-mêmes.

* Utilisation de la variance de l'erreur de prédiction à 1 pas (7), cette dernière étant définie par :

$$\epsilon(t) = y(t) - \phi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \quad (34)$$

Le premier critère de détection est égal à :

$$J(t) = \frac{\sigma_c^2(t)}{\sigma_L^2(t)} \quad (35)$$

$$\text{où } \sigma_c^2(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{k=t-N_c+1}^t \epsilon^2(k), \quad 0 < N_c \leq N_L \quad (36)$$

$$\sigma_L^2(t) = \frac{1}{N_L} \sum_{k=t-N_c-N_L+1}^{t-1-N_c} \epsilon^2(k) \quad (37)$$

* Utilisation de la moyenne des paramètres estimés (8) :

Cette deuxième méthode consiste à comparer des estimateurs à court terme et à long terme de la moyenne de chaque paramètre estimé $\hat{\theta}^{(i)}$ $i \in [1, n]$. Soit

$$J_i(t) = \left| \frac{\bar{\theta}_c^{(i)}(t) - \bar{\theta}_L^{(i)}(t)}{\bar{\theta}_L^{(i)}(t)} \right| \quad (38)$$

$$\text{où } \bar{\theta}_c^{(i)}(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{k=t-N_c+1}^t \hat{\theta}^{(i)}(k), \quad 0 < N_c \leq N_L \quad (39)$$

$$\bar{\theta}_L^{(i)}(t) = \frac{1}{N_L} \sum_{k=t-1-N_c-N_L+1}^{t-1-N_c} \hat{\theta}^{(i)}(k) \quad (40)$$

L'introduction du retard τ permet de réduire l'influence des variations de paramètres sur les estimateurs à long terme. Un avantage du deuxième test est que la valeur du critère $J_i(t)$ donne une information en $\hat{\theta}^{(i)}$ ce qui concerne l'amplitude de la variation de $\theta^{(i)}$, et l'augmentation du gain peut alors être fixée en fonction de cette valeur de $J_i(t)$.

RESULTATS DE SIMULATION

Nous présentons ci-après des résultats de simulation permettant de comparer le comportement des quatre algorithmes d'identification suivants :

- Algorithme à Facteur d'Oubli Constant (FOC).
- Filtre de Kalman non adaptatif (KAL), i.e. utilisant une matrice de covariance Q constante et égale à qI_n .
- Algorithme à Trace Adaptative utilisant le test de détection basé sur la Variance de l'Erreur de prédiction à 1 pas (TAE).
- Algorithme à Trace Adaptative utilisant le test de détection basé sur la moyenne des Paramètres estimés (TAP).

L'exemple simulé est décrit à l'aide de l'équation récurrente

$$y(t) = -a_1(t) y(t-1) + b_0(t) u(t-2) + e(t) \quad (41)$$

les deux paramètres à estimer a_1 et b_0 étant variables dans le temps (rupture de modèle à l'itération 35) :

$$a_1(t) = -0,5, \quad b_0(t) = 1 \quad \forall t \in [0, 35] \quad (42)$$

$$a_1(t) = -0,2, \quad b_0(t) = 1,5 \quad \forall t \in [36, 100] \quad (43)$$

La commande $u(t)$ et la perturbation stochastique (non mesurée) $e(t)$ sont des séquences de bruit blanc de moyenne nulle et de variance respective $\sigma_u = 1$ et $\sigma_e = 1$ ou $.3$. Les conditions initiales de l'algorithme d'identification sont choisies telles que : $\hat{\theta}_0 = 0$, $P_0 = 100 I_2$.

Le tableau 1 résume l'ensemble des essais effectués.

Algo	σ_e	λ	q	N_c	τ	N_L	Tr _{min}	Tr _{int}	Tr _{max}	J _{min}	J _{max}	Fig.
FOC	.1	.98										1-3
KAL	.1		.2									4-6
KAL	.3		.2									7-9
KAL	.3		.05									10-12
TAE	.1			10	0	10	.01	.1	1	.5	5	13-16
TAE	.3			10	0	10	.01	.1	5	2	6	17-20
TAP	.1			5	0	10	.1	.1	5	.2	1	21-24
TAP	.3			5	0	10	.1	.1	5	.2	1	25-28

Tableau 1. Présentation des essais

L'analyse des résultats numériques illustrés à l'aide des fig.1-28 nous permet de tirer les conclusions suivantes :

* Pour l'algorithme à facteur d'oubli constant ($\lambda = .98$) la convergence des paramètres estimés (Fig.1-2) est très rapide au niveau du transitoire relatif à l'initialisation, en raison du niveau élevé de la trace de la matrice P (Fig.3). Par contre, après la rupture de modèle, la trace de P ayant atteint une valeur faible, l'algorithme FOC a perdu beaucoup de sa capacité d'adaptation et la convergence des paramètres estimés est alors très lente.

* Pour l'algorithme de Kalman non adaptatif, on constate que, dans le cas d'un niveau de bruit faible ($\sigma_e = .1$), la convergence des paramètres estimés est très rapide après la rupture de modèle (Fig.4-5), ceci étant dû à un niveau de trace élevé en régime permanent (Fig.6). Cependant, le maintien de manière permanente d'un niveau de trace élevé entraîne, en contre partie, de fortes fluctuations des paramètres estimés. Ces fluctuations sont bien entendu d'autant plus fortes que le niveau de bruit est plus élevé : comparer les Fig.4-5 et les Fig.7-8 obtenues avec un même réglage de q pour deux valeurs différentes de $\sigma_e : .1$ et $.3$ respectivement. Il est donc nécessaire de régler le paramètre q en fonction du niveau de bruit. Voir par ex. l'amélioration apportée par la diminution de q dans le cas $\sigma_e = .3$ (Fig.10-12). Mais il est clair, à partir des Fig.4-12 que, pour arriver à un bon compromis entre une capacité d'adaptation élevée au niveau des transitoires liés à des ruptures de modèle et une faible sensibilité au bruit en régime permanent, la capacité d'adaptation doit être rendue adaptative à travers l'utilisation d'un test de ruptures de modèle. Ceci est illustré à l'aide des Fig.13-28 obtenues avec un algorithme à Trace Adaptative (TAE et TAP).

* En comparant la Fig.15 avec les Fig.23-24, et la Fig.19 avec les Fig.27-28, nous pouvons conclure que le test basé sur la variance de l'erreur de prédiction est beaucoup plus sensible aux ruptures de modèle que le test basé sur les paramètres estimés. Cette sensibilité se traduit à la fois par un retard à la détection plus faible et par une variation beaucoup plus forte de la valeur du critère au niveau de la rupture, ce qui facilite le choix des seuils de détection.

* La comparaison des Fig.4-5 avec les Fig.13-14 met en évidence l'intérêt d'un algorithme d'identification adaptative en présence de ruptures de modèle. En effet, pour une capacité d'adaptation sensiblement identique au niveau de la rupture l'algorithme à trace adaptative permet de supprimer les fluctuations des paramètres estimés en régime permanent.

CONCLUSION

Nous avons montré dans cet article comment l'algorithme d'identification MCPR et le filtre de Kalman peuvent être réalisés à l'aide de nouvelles formes factorisées U-D. Ces nouveaux algorithmes présentent l'avantage d'être à la fois plus simples à introduire et plus faciles à programmer que les algorithmes à factorisation déjà existants. Des algorithmes d'identification adaptatifs, utilisant des tests de ruptures de modèle, ont ensuite été proposés pour l'identification de systèmes linéaires variant dans le temps. De tels algorithmes nécessitent le réglage de plusieurs paramètres (niveaux de trace, valeurs de covariance, seuils de détection, longueurs de fenêtre), réglage qui dépend de plusieurs facteurs : niveau du bruit, ordre du système, type de non stationnarité. Une étude expérimentale de l'influence de ces facteurs sur le réglage des paramètres est en cours, dans le but de constituer une Base de Connaissance qui sera incorporée à un logiciel de CAO pour l'identification et la commande de processus (9).

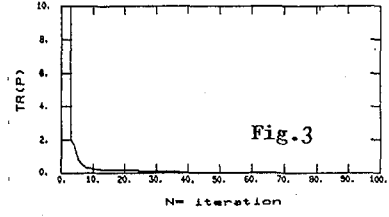
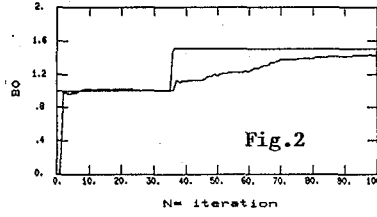
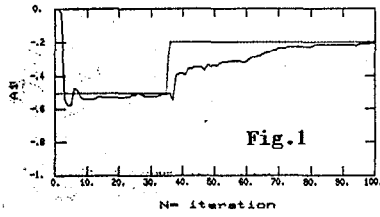
Remerciements. Nous tenons à remercier C.Rougerie et J.P.Bariani qui ont programmé les algorithmes présentés dans cet article, dans le cadre d'un projet de développement d'un logiciel de CAO pour l'Automatique.

REFERENCES

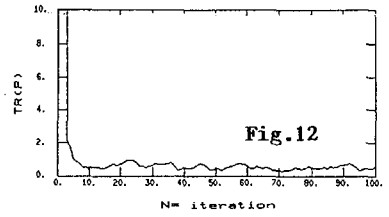
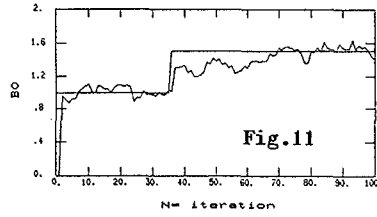
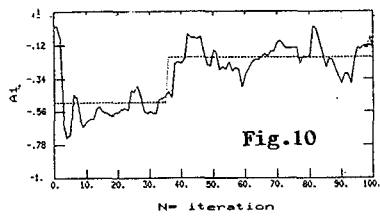
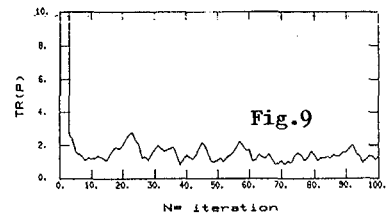
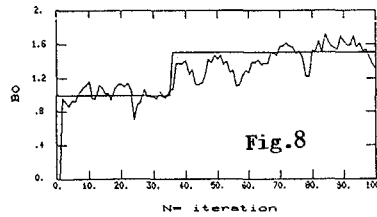
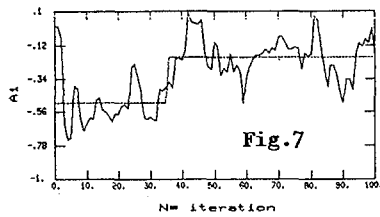
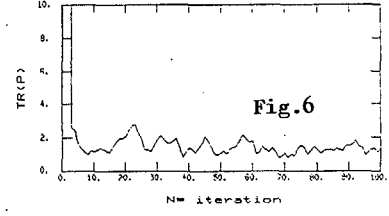
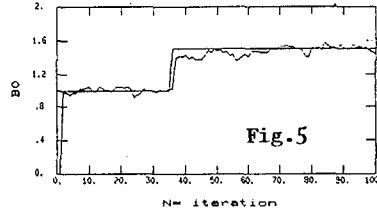
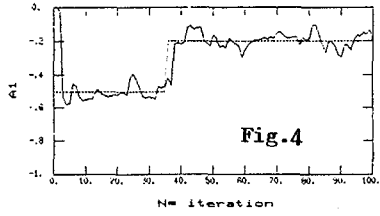
- (1) G.J.BIERMAN, Academic Press, New York, 1977
- (2) G. FAVIER, Ed. CNRS, 15 quai A.France, 75700 Paris, 1982
- (3) G. FAVIER, ICASSP, Dallas, Avril 1987
- (4) E. IRVING, Proc. Workshop on Applications of Adaptive Control, Yale Univ. New Haven, 1979
- (5) J. POT, C.M. FALINOWER, E. IRVING, Colloque CNRS "Commande Adaptative", St. Martin d'Hères, Nov. 1984
- (6) E. IRVING -1985-, "Com. Adap." Notes de Cours ESE, 1985
- (7) A.L. DEXTER, IEE Proc., vol.130, PtD n°5, (Sept.1983), 255-260
- (8) G. FAVIER, A. SMOLDERS, B. VALDMAN, H. MESSAOUD, M. KAMOUN, JIEA, Tunis, Mai 1985
- (9) G. FAVIER, C. ROUGERIE, J.P. BARIANI, D. BOUVY, (à paraître)



FACTEUR D'OUBLI CONSTANT



FILTRE DE KALMAN



TRACE ADAPTATIVE

