ONZIEME COLLOQUE GRETSI - NICE DU 1er AU 5 JUIN 1987

METHODE DE STABILISATION DES ALGORITHMES DES MOINDRES CARRES RAPIDES APPLIQUES AU TRAITEMENT DE PAROLE

Ahmed BENALLAL* André GILLOIRE* Gérard FAUCON**

*Département CMC - CNET LANNION A - B.P. 40 - 22301 LANNION CEDEX

**Laboratoire Traitement du Signal - IRISA - UNIVERSITE DE RENNES I - Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX

RESUME

Une nouvelle méthode de stabilisation des algorithmes des moindres carrés transversaux rapides (TR) est proposée, augmentant de manière négligeable la complexité; cette méthode se distingue de celles présentées antérieurement par la stabilisation de deux variables récursives liées à la prédiction rétrograde. Nous avons observé en simulation l'instabilité numérique de ces variables et nous l'avons expliquée. Cette nouvelle méthode, testée dans un contexte d'annulation d'écho acoustique, s'est toujours révélée stable.

L'utilisation du signal de parole a fait apparaître les problèmes liés au choix d'un facteur d'oubli très proche de 1. Une méthode simple de réinitialisation dans les phases de faible adaptativité permet l'emploi de facteurs d'oubli faibles.

INTRODUCTION

Certains problèmes de traitement du signal de parole à la prise de son tels que l'annulation d'écho acoustique sont basés sur l'identification adaptative d'une réponse impulsionnelle finie (RIF) (de grande taille) du canal acoustique entre une source et un capteur, réalisée classiquement au moyen de l'algorithme du gradient stochastique (LMS). Les inconvénients bien connus du LMS sont la lenteur de convergence et la sous-optimalité. Pour lever ces limitations, on tente d'appliquer des algorithmes TR, dont les défauts connus sont la complexité de calcul et la divergence observée à plus ou moins long terme, traduisant une instabilité numérique; de plus un facteur d'oubli λ très proche de 1 est nécessaire dans le cas de signaux non-stationnaires. Plusieurs méthodes ont été proposées pour combattre l'instabilité numérique: régularisation /1/, réinitialisations préventives sur conditions initiales du signal /2/, introduction d'une redondance dans les calculs /3/. Ces méthodes accroissent la complexité et ne s'avèrent pas absolument fiables dans notre contexte. Une nouvelle méthode de stabilisation est proposée, augmentant de manière négligeable la complexité; cette méthode est appliquée à l'algorithme a posteriori non-normalisé, et est applicable aux autres algorithmes TR. Elle se distingue des méthodes citées par la stabilisation numérique de deux variables: variance de EPR (erreur de prédiction retour), prédicteur retour PR, dont l'instabilité numérique a été établie en tenant compte de phénomènes observés en simulation. Cette méthode a été testée sur des signaux stationnaires (bruit USASI à spectre moyen de parole). Des simulations sur de très longues durées de signal n'ont fait apparaître aucune divergence, quelle que soit la longueur n de la RIF identifiée.

Des simulations sur des signaux de parole ont fait apparaître le problème du choix de λ : une valeur compatible avec les caractéristiques de la parole permet de faire fonctionner l'algorithme, mais ralentit beaucoup la capacité de pousuite d'éventuelles non-stationnarités intervenant dans les signaux.

Une méthode de réinitialisation pendant les phases de faible convergence de l'algorithme est proposée, permettant de travailler avec un λ tel que l'algorithme puisse s'adapter rapidement. Cette méthode n'apporte aucune dégradation des performances.

SUMMARY

A new method for stabilizing fast recursive least squares algorithms (TR) is proposed. In this method, which does not increase noticeably the complexity, two recursive variables of the backward prediction are stabilized; we have observed in simulations that these two variables are numerically unstable and we have explained their unstability. The modified algorithm was implemented in an acoustic echo canceller scheme; extensive tests did not show any instability.

When using speech signals as inputs, one has to choose a forgetting factor close to one, which reduces the adaptativity of the algorithm. A simple method of reinitialization in low adaptativity periods allows to use forgetting factors with smaller values.

PRESENTATION DES ALGORITHMES TRANSVERSAUX RAPIDES

Etant donné deux signaux X(t) et Y(t), on construit une estimation de Y(t) de la forme:

(1) $$\hat{Y}(t) = Hn^T(t)\, Xn(t)$$

où Xn(t) et Hn(t) représentent respectivement les n derniers échantillons de X(t) et le vecteur des coefficients à estimer. Pour cela, on utilise la méthode des moindres carrés qui vise à minimiser par rapport à Hn(t) un critère de la forme:

(2) $$Jn(t) = \sum_{k=1}^{t} \lambda^{t-k} \left(Y(k) - Hn^T(t)\, Xn(k)\right)^2$$

où $\lambda < 1$ est un facteur d'oubli fixant la longueur de la fenêtre sur laquelle est minimisé le critère. Les signaux sont supposés nuls avant l'instant initial t=0 ("fenêtre antérieure"). La solution récusive (RLS) de ce problème s'écrit:

(3) $$Hn(t) = Hn(t-1) - \left(Y(t) - Hn^T(t-1)\, Xn(t)\right) Cn(t)$$

où Cn(t), appelé gain de Kalman (GK), est donné par l'inverse de la matrice d'autocorrélation à court terme du signal X(t):

(4) $$Cn(t) = -Rn^{-1}(t)\, Xn(t)$$

Le calcul récursif de Cn(t) conduit aux algorithmes TR (improprement appelés "Kalman rapides") /4/. L'utilisation du gain de kalman dual:

$$\tilde{C}n(t) = -\lambda^{-1} Rn^{-1}(t-1)\, Xn(t)$$

au lieu de Cn(t) permet d'obtenir les algorithmes des MC les plus rapides. Les notations et définitions des variables utilisées ici peuvent être trouvées dans /3,5/. Il existe trois principales versions d'algorithmes TR: algorithme a priori (ou Kalman rapide) /4/, algorithme a posteriori (FAEST(7n) /6/, FTF(7n) /5/) et sa version normalisée /5/. Nous étudierons ici l'algorithme TR(7n) (ou FTF(7n)) /5/.

EFFETS DE L'ACCUMULATION DES ERREURS NUMERIQUES

Il est bien connu /1,2,3,5/ que l'accumulation des erreurs numériques provoque une instabilité à plus ou moins long terme dans les algorithmes TR. Afin de déterminer l'origine de cette instabilité, nous avons fait une analyse de la propagation des erreurs numériques (PEN) dans les algorithmes TR(7n) et

TR(7n+n) (version de TR(7n) numériquement plus stable /5/). Etant donné la complexité du problème , il est nécessaire de tenir compte des phénomènes observés en simulation. Nous voudrions surtout insister sur le fait que la divergence des variables $\beta n(t)$ (variance EPR) et $bn(t)$ (PE) commence très tôt avant celle des autres variables de l'algorithme. L'approche déterministe utilisée ici consiste, dans le cas stationnaire, à mettre les équations PEN affectant les variables récursives prises isolément sous la forme d'un modèle linéaire variant dans le temps :

$$(5) \qquad \Delta Z(t) = Gz(t)\Delta Z(t-1) + Fz(\cdot)$$

où $\Delta Z(t)$ désigne la déviation d'une variable calculée par rapport à sa valeur théorique, $Gz(t)$ représente un gain à déterminer et $Fz(\cdot)$ est une perturbation que nous rendons le plus possible indépendante de $\Delta Z(t-1)$. Nous dirons que le calcul de la variable $Z(t)$ est numériquement stable (NS) si pour $Fz(\cdot)$ bornée:

$$\lim_{t\to\infty} \prod_{1}^{t} Gz(k)=0 \quad \text{ou aysmptotiquement } |Gz(t)|<1$$

ou bien numériquement instable (NIs) si $\forall\, Fz(\cdot)$:

$$\lim_{t\to\infty} \prod_{1}^{t} Gz(k)=\infty \quad \text{ou asymptotiquement } |Gz(t)|>1$$

Nous noterons $\bar{r}^{z}n(t)$ l'EPR a priori utilisée pour calculer une variable $Z(t)$ de l'algorithme, $\bar{r}^{I}n(t)$ l'EPR a priori calculée par la (n+1)ieme composante du gain d'ordre supérieur GK et $\bar{r}^{c}n(t)$ la même erreur calculée sur le signal.

On pose: $\rho_\alpha(t) = \lambda \dfrac{\alpha n(t-1)}{\alpha n(t)}$; $\rho_\beta(t) = \lambda \dfrac{\beta n(t-1)}{\beta n(t)}$

avec $\rho_\alpha(t), \rho_\beta(t) \in [0,1]$

Nous discutons ici les expression obtenues pour $\gamma n(t)$, $\beta n(t)$ et $bn(t)$. La robustesse numérique des variables $\alpha n(t)$, $an(t)$ et $\tilde{C}n(T)$ est établie, sous de bonnes hypothèses, dans /3/. En ne retenant que les erreurs numériques du 1er ordre, nous obtenons successivement pour chacune des variables $\gamma n(t)$, $\beta n(t)$ et $bn(t)$ les équations PEN en fonction de l'EPR a priori:

$$(6\gamma)\ \Delta\gamma n(t) = \frac{\rho_\alpha^{2}(t)}{\rho_\beta(t)}\Delta\gamma n(t-1) - (1-\rho_\beta^{-1}(t))\gamma n(t)\Delta\bar{r}^{\gamma}n(t)/\bar{r}^{\gamma}n(t) + F\gamma(\Delta\bar{e}n(t), \Delta\alpha n(t-1), \Delta\tilde{C}^{n+1}_{n+1}(t))$$

$$(6\beta)\ \Delta\beta n(t) = \lambda\Delta\beta n(t-1) - (2-\rho_\beta^{-1}(t)-\rho_\beta(t))\beta n(t)\ \bar{r}^{\gamma}n(t)/\bar{r}^{\gamma}n(t) + 2(1-\rho_\beta(t))\beta n(t)\Delta\bar{r}^{\beta}n(t)/\bar{r}^{\beta}n(t) + F\gamma + F(\Delta\gamma n(t-1))$$

$$(6b)\quad \Delta bn(t) = \rho_\beta^{-1}(t)\Delta bn(t-1) - \gamma n(t)\tilde{C}n(t)(\Delta\bar{r}^{b}n(t) - (1-\rho_\beta^{-1}(t))\Delta\bar{r}^{\gamma}n(t)) + F_b(\Delta\tilde{C}n{+}1(t))$$

* Cas de TR(7n):

$$\bar{r}^{\gamma}n(t) = \bar{r}^{\beta}n(t) = \bar{r}^{b}n(t) = \bar{r}^{I}n(t) = -\lambda\ \beta n(t-1)\tilde{C}^{n+1}_{n+1}(t)$$

Il faut remarquer que $\Delta\bar{r}^{I}n(t)$ dépend directement de $\Delta\beta n(t-1)$, par contre elle est indépendante de $\Delta bn(t-1)$. L'écriture des relations (6) sous la forme (5) donne les gains qui s'écrivent en régime asymptotique, λ proche de 1:

$$G\gamma(\infty) \simeq 3(\lambda-1) + 1/\lambda \leqslant 1$$

$$G\beta(\infty) \simeq 1/\lambda \geqslant 1 \quad ; \quad Gb(\infty) \simeq 1/\lambda \geqslant 1$$

Nous constatons donc que le calcul de $\gamma n(t)$ est NS, par contre ceux de $\beta n(t)$ et $bn(t)$ sont NIs.

* Cas de TR(7n+n):

$$\bar{r}^{\gamma}n(t) = \bar{r}^{\beta}n(t) = \bar{r}^{b}n(t) = \bar{r}^{c}n(t) = X(t-n) - b^{T}n(t-1)Xn(t)$$

Contrairement au TR(7n), $\Delta\bar{r}^{c}n(t)$ dépend ici directement de $\Delta bn(t-1)$. Les expressions des gains asymptotiques des équations PEN deviennent:

$$G\gamma(\infty) \simeq \lambda \quad ; \quad G\beta(\infty) = \lambda$$

et par conséquent le calcul de $\gamma n(t)$ reste NS. Notons que $\beta n(t)$ n'est pas utilisée dans le TR(7n+n), mais son calcul par $\bar{r}^{c}n(t)$ devient NS. En ce qui concerne l'équation PEN dans le PR, en remarquant que les $\Delta b^{i}n(t-1)$ sont indépendants des $\Delta b^{j}n(t-1)$ pour $i \neq j$, les gains des composantes s'écrivent:

$$Gb^{i}(t) = \rho_\beta^{-1}(t)(1+\gamma n(t)\tilde{C}^{i}n(t)X(t-i+1)) \qquad i=1...n$$

L'étude asymptotique de ces gains est difficile à faire sans hypothèses simplificatrices sur le signal. On a préféré étudier leur évolution par simulation sur des zones stables de l'algorithme. Cette étude a montré que dans tous les cas les produits $\prod Gb^{i}(k)$ divergent dans leur ensemble (voir figure 1). Notons que, en plus de l'absence de $\beta n(t)$, les termes $Gb^{i}(t)$ de TR(7n+n) sont plus faibles que ceux de TR(7n), ce qui explique l'amélioration obtenue avec le TR(7n+n). Toutefois, cet algorithme reste toujours numériquement instable.

METHODE DE STABILISATION

La méthode que nous proposons consiste à stabiliser les équations PEN affectant les variables $\beta n(t)$ et $bn(t)$ de TR(7n), en préservant la stabilité numérique des autres variables, en particulier $\gamma n(t)$. Il existe plusieurs façons de le faire. Nous présentons la méthode la plus générale, qui consiste à modifier les gains des équations PEN sans modifier la forme théorique de l'algorithme. Cela est rendu possible par l'existence de deux manières de calculer l'EPR a-priori, qui permettent de définir une variable théoriquement nulle , appelée "indicateur de divergence" /3/:

$$(7) \qquad \xi n(t) = \bar{r}^{c}n(t) - \bar{r}^{I}n(t)$$

cette variable va nous permettre, d'une part d'avoir une estimation des erreurs numériques dans le calcul de $bn(t)$, et d'autre part de décorréler partiellement ou totalement le calcul de $\beta n(t)$ de $\bar{r}^{I}n(t)$. En effet, l'interprétation numérique de $\xi n(t)$ est:

$$(8) \qquad \xi n(t) = -\Delta b^{T}n(t-1)Xn(t) - \Delta\bar{r}^{I}n(t)$$

D'une manière générale, on définit trois variables théoriquement équivalentes:

$$(9z) \qquad \bar{r}^{z}_{n}(t) = \bar{r}^{c}n(t) + \mu^{z}\ \xi n(t) \qquad z = \gamma, \beta, b$$

où les paramètres scalaires μ^{γ}, μ^{β}, et μ^{b} permettent de contrôler la stabilité et la vitesse de convergence vers 0 des équations PEN. Les erreurs numériques dans les relations (9z) s'écrivent:

$$(10z)\ \Delta\bar{r}^{z}n(t) = (1+\mu^{z})\Delta\bar{r}^{c}n(t) - \mu^{z}\Delta\bar{r}^{I}n(t) \qquad z = \gamma, \beta, b$$

En reprenant le calcul de la PEN dans les variables $\gamma n(t)$, $\beta n(t)$ et $bn(t)$ à partir des relations (6) avec les nouvelles définitions (10z), on obtient des équations PEN avec les gains suivants:

$$(11\gamma)\quad G\gamma(t) = \frac{\rho_\alpha(t)}{\rho_\beta(t)}\left(\rho_\alpha(t) + (1-\rho_\beta^{-1}(t))(1-\rho_\beta(t-1)-\rho_\alpha(t))\mu^{\gamma}\right)$$

$$(11\beta)\quad G\beta(t) = \lambda(1-\mu^{\beta}(1-\rho_\beta^{-1}(t)) + 2\mu^{\beta}(1-\rho_\beta^{-1}(t)))$$

$$(11b)\quad Gb(t) = \rho_\beta^{-1}(t) + \left((1+\mu^{b}) - (1-\rho_\beta^{-1}(t))(1+\mu^{\gamma})\right)\gamma n(t)\tilde{C}^{i}n(t)X(t-i+1) \qquad i=1...n$$

L'étude de ces gains montre qu'il existe un très grand jeu de paramètres ($\mu^{\gamma}, \mu^{\beta}, \mu^{b}$) qui satisfont les conditions nécessaires de stabilité numérique des équations PEN pour les variables $\gamma n(t)$, $\beta n(t)$ et $bn(t)$. Des valeurs de $\mu^{\gamma} \leqslant 1/\lambda$, $\mu^{\beta} \geqslant 0$ et $\mu^{b} > 0$ sont nécessaires pour la stabilité des 3 variables. En posant d'une part $\mu^{\gamma} = \mu^{\beta} = \mu^{b} = -1$, on retrouve le TR(7n), d'autre part $\mu^{\gamma} = \mu^{\beta} = \mu^{b} = 0$, on retrouve le TR(7n+n). Un exemple de divergence de cet algorithme est présenté sur la figure 2. Les simulations ont été effectuées en réel simple précision (32 bits); le signal est le bruit USASI. Ces conditions sont reprises dans la suite de ce paragraphe. la RIF identifiée est soit une RIF basse fréquence à 32 points RIBF(32), soit une RIF de salle tronquée à 256 points

RISALT(256). En observant les courbes de $\gamma n(t)$ (fig 2a) et $\xi n(t)$ (fig2b) obtenues pour le TR(7n+n) pris dans des conditions favorables, on remarque que $\xi n(t)$ commence à diverger (divergence due essentiellement à celle de bn(t)) très tôt avant que $\gamma n(t)$ ne devienne supérieur à 1.

Nous présentons maintenant deux cas où les calculs des variables $\gamma n(t)$, $\beta n(t)$ et bn(t) sont NS. Les simulations menées sur 10^6 itérations n'ont pas fait apparaître de tendance à la divergence. Afin d'éviter le problème de l'incompatibilité de λ, discuté plus loin, λ est calculé sur une fenêtre d'observation égale à environ 3 fois la longueur n de la RIF identifiée. Le paramètre μ_0 est un facteur de pondération des conditions initiales (voir annexe).

* Cas 1: $\mu^{\gamma} = \mu^{\beta} = \mu^{b} = 1$: on effectue une correction systématique de l'EPR a priori à l'aide de la variable $\xi n(t)$ (9). Il est facile de vérifier que les gains asymptotiques des équations PEN dans $\gamma n(t)$ et $\beta n(t)$ sont <1. Les gains des composantes du PR ont été testés par simulations dans le même contexte que ceux de TR(7n+n). La figure 3 montre que, contrairement à ceux de TR(7n+n), les produits $\prod Gb(k)$ convergent très rapidement vers 0. Ce comportement est observé à n'importe quel ordre. Par conséquent la condition nécessaire de stabilité numérique du PR est remplie. Les figures 4 et 5 correspondent respectivement à l'identification d'une RIBF(32) et d'une RISALT(256); elles illustrent le bon comportement des variables $\gamma n(t)$ et $\xi n(t)$, même avec un choix de conditions d'initialisation difficiles ($\mu_0 \ll \sigma_x^2$). L'évolution initiale de $\xi n(t)$ vers 0, visible sur les figures, montre l'effet stabilisateur de la méthode. $\xi n(t)$ garde ensuite une valeur très faible de l'ordre de la précision machine.

* Cas 2: $\mu^{\gamma} = \mu^{\beta} = 0$, $\mu^{b} = 1$: le PR seul est stabilisé. Les conditions de simulations sont identiques au cas précédent. En observant les courbes de $\gamma n(t)$ pour N=32 (fig 6a) et N=256 (fig 6b) nous constatons comme pour le cas précédent que l'algorithme obtenu est stable.

Notons que les valeurs des paramètres fixées dans les deux cas sont suffisantes pour stabiliser tous les algorithmes TR non-normalisés, car les variables numériquement instables sont les mêmes. Les algorithmes obtenus sont de complexité presque équivalente aux algorithmes initiaux. De plus, on remarque que les algorithmes TR font intervenir un GK d'ordre n+1, qui peut être utilisé pour identifier un filtre H d'ordre n+1. On obtient de cette facon des algorithmes numériquement stables de complexité légèrement inférieure. L'algorithme numériquement stable (TRS(7n+n)) moins complexe que le TR(7n+n) est présenté dans l'annexe. Notons enfin que la transposition de la méthode au cas normalisé n'est pas directe, et nécessite une étude préalable des équations PEN.

CAS DES SIGNAUX NON-STATIONNAIRES

Un autre type de comportement peut être observé dans les algorithmes TR quand $\lambda<1$ qui, contrairement à celui dû à l'accumulation des erreurs, se traduit par la convergence vers 0 des variables $\alpha n(t)$, $\beta n(t)$ et $\gamma n(t)$ ainsi que de GK. L'algorithme devient ainsi très faiblement adaptatif. Ce type de divergence se produit chaque fois que les variances aller/retour deviennent très faibles devant l'énergie (σ_x^2) du signal d'entrée X(t), entraînant ainsi des valeurs très faibles de $\gamma n(t)$; ce qui rend ensuite le calcul de $\alpha n(t)$, $\beta n(t)$ et Cn(t) indépendant du signal X(t) et entraîne finalement la convergence vers 0 des variables $\alpha n(t)$, $\beta n(t)$ et $\gamma n(t)$. Ce comportement peut être observé dans trois situations différentes:

1. A l'initialisation lorsque $\alpha n(0)$ et $\beta n(0)$ sont très faibles devant σ_x^2. Les premières valeurs du signal font alors diverger l'algorithme.
2. Avec des signaux stationnaires lorsque le nombre n de paramètres à identifier est faible et λ faible ($\lambda<1-1/2n$). Dans ce cas une zone d'échantillons de forte amplitude peut provoquer la divergence de l'algorithme.
3. Avec des signaux non-stationnaires: ce type de divergence est très fréquent; il est localisé au passage d'une zone de faible énergie à une zone de forte énergie. Cela est particulièrement accentué avec le signal de parole qui peut être quasi nul sur des intervalles de longue durée: à l'arrivée du signal l'algorithme est mal initialisé (variances trops faibles/σ_x^2). Un λ compatible avec les variations du signal de parole (très proche de 1) permet de faire fonctionner l'algorithme, mais ralentit énormément sa capacité de pousuite. Dans ce cas, plutôt qu'une addition de bruit à l'entrée /3/, procédure sous optimale, il est préférable de réapprendre le gain d'adaptation GK avec un facteur d'oubli faible chaque fois que l'algorithme tend à devenir faiblement adaptatif. Ceci peut se faire en réinitialisant l'algorithme sur les paramètres H déjà identifiés. Il suffit donc de fixer un seuil minimal de $\gamma n(t)$ au dessous duquel on réapprend le gain d'adaptation , en réinitialisant les variances des erreurs de prédiction à des valeurs proches de l'énergie du signal X(t).

Méthode proposée:

$$Ex(t) = \lambda Ex(t-1) + X(t)^2$$

$$\text{si } \gamma n(t) \leq \gamma_S \quad : \quad an(t) = bn(t) = \tilde{C}n(t) = 0$$

$$Hn(t) = Hn(t-1)$$

$$\alpha n(t) = \rho_0 \lambda^{n-1} \quad \beta n(t) = \rho_0 \quad \gamma n(t) = 1$$

$$\text{où} \quad \rho_0 \geq Ex(t)$$

Afin d'illustrer les performances de la méthode, on présente sur la figure 7 la courbe obtenue pour un λ compatible avec le signal considéré et la courbe obtenue avec la méthode de réinitialisation. La réponse identifiée est la RISALT(256). Les courbes donnent, en fonction du temps, l'énergie normalisée du signal résiduel, définie par:

$$J(t) = 10LOG10 \left(\langle Y(t)-\hat{Y}(t) \rangle^2 / \langle Y(t) \rangle^2 \right)$$

L'identification de la RIBF(32) montre aussi un comportement satisfaisant de l'algorithme même avec λ très faible.

CONCLUSION

Nous avons présenté une nouvelle méthode de stabilisation numérique des algorithmes des moindres carrés rapides à structure transversale. Cette méthode s'est avérée efficace sur de très longues durées de signal; elle n'augmente pas la complexité des algorithmes initiaux et conserve l'optimalité. L'étude des signaux non-stationnaires tels que la parole a fait apparaître le problème du choix du facteur d'oubli compatible avec le signal. Une méthode de réinitialisation dans les zones de faible adaptativité de l'algorithme est proposée. Cette méthode ne dégrade pas les performances, et permet d'augmenter la vitesse de convergence et la capacité de poursuite des non-stationnarités intervenant dans les signaux.

BIBLIOGRAPHIE

/1/ P.FABRE, C.GUEGUEN "Fast RLS Algorithms: Preventing divergence", Proc.of ICASSP 1984, San Diego

/2/ D.W LIN "On digital implementation of Fast Kalman Algorithm" IEEE Trans. on ASSP, oct 1984

/3/ J.L BOTTO "Etude des Algorithmes TR: Application à l'Annulation d'Echo Acoustique pour l'Audioconférence" Thèse IRISA RENNES, Mai 1986

/4/ D.D FALCONER, L.LJUNG "Application of Fast kalman estimation to adaptive equalization " IEEE Trans. on Comm., oct. 1978

/5/ J.CIOFFI, T.KAILATH "Fast,RLS Transversal Filters for adaptive Filtering" IEEE Trans. on ASSP, April 1984

/6/ D.MANOLAKIS, G.GARAYANNIS, N.KALOOPTSIDIS " On the computational organization of Fast Sequential Algorithms", Proc. of ICASSP 1984, San Diego

ANNEXE: ALGORITHME TRS(7n+n)

A t-1: $\alpha_{n-1}(t-1)$, $\beta_{n-1}(t-1)$, $\gamma_{n-1}(t-1)$, $a_{n-1}(t-1)$
$b_{n-1}(t-1)$, $C_{n-1}(t-1)$, $H_n(t-1)$
A t : $X(t)$, $Y(t)$

Modélisation de X(t):

$\bar{e}_{n-1}(t) = X(t) - a^T_{n-1}(t-1)X_{n-1}(t-1)$
$e_{n-1}(t) = \gamma_{n-1}(t-1)\bar{e}_{n-1}(t)$
$\alpha_{n-1}(t) = \lambda\alpha_{n-1}(t-1) + e_{n-1}(t)\bar{e}_{n-1}(t)$
$\gamma_{n-1}(t) = \lambda\dfrac{\alpha_{n-1}(t-1)}{\alpha_{n-1}(t)}\gamma_{n-1}(t-1)$

$$\tilde{C}_n(t) = \begin{bmatrix}0\\ \tilde{C}_{n-1}(t-1)\end{bmatrix} - \frac{\bar{e}_{n-1}(t)}{\lambda\alpha_{n-1}(t-1)}\begin{bmatrix}1\\ -a_{n-1}(t-1)\end{bmatrix}$$

$a_{n-1}(t) = a_{n-1}(t-1) - e_{n-1}(t)\tilde{C}_{n-1}(t-1)$

Modélisation de X(t-n+1):

$\bar{r}_{n-1}(t) = X(t-n+1) - b^T_{n-1}(t-1)X_{n-1}(t)$
$\xi_{n-1}(t) = r_{n-1}(t) + \lambda\beta_{n-1}(t-1)\tilde{C}^n_n(t)$
$\bar{r}^\gamma_{n-1}(t) = \bar{r}_{n-1}(t) + \mu^\gamma\xi_{n-1}(t)$
$\bar{r}^\beta_{n-1}(t) = \bar{r}_{n-1}(t) + \mu^\beta\xi_{n-1}(t)$
$\bar{r}^b_{n-1}(t) = \bar{r}_{n-1}(t) + \mu^b\xi_{n-1}(t)$
$\gamma_{n-1}(t) = \gamma_n(t)/(1+\bar{r}^\gamma_{n-1}(t)\gamma_n(t)\tilde{C}^n_n(t))$
$\beta_{n-1}(t) = \lambda\beta_{n-1}(t-1) + \gamma_{n-1}(t)\,\bar{r}^\beta_n(t)^2$

$$\begin{bmatrix}\tilde{C}_{n-1}(t)\\ 0\end{bmatrix} = \tilde{C}_n(t) - \tilde{C}^n_n(t)\begin{bmatrix}1\\ -b_{n-1}(t-1)\end{bmatrix}$$

$b_{n-1}(t) = b_{n-1}(t-1) - \gamma_{n-1}(t)\bar{r}^b_{n-1}(t)\tilde{C}_{n-1}(t)$

Modélisation de Y(t):

$\bar{\varepsilon}_n(t) = Y(t) - H^T_n(t-1)X_n(t)$
$H_n(t) = H_n(t-1) - \gamma_n(t)\bar{\varepsilon}_n(t)\tilde{C}_n(t)$

Procédure d'initialisation sur CI arbitraires /5/:

t=0 : $\alpha_{n-1}(0) = \mu_0\lambda^{n-\ell}$, $\beta_{n-1}(0) = \mu_0$, $\gamma_{n-1}(0) = 1$
$a_{n-1}(0) = b_{n-1}(0) = \tilde{C}_{n-1}(0) = 0$ $H_n(0) = H_0$
$\mu_0 \geq n\,\sigma_x^2 / 100$

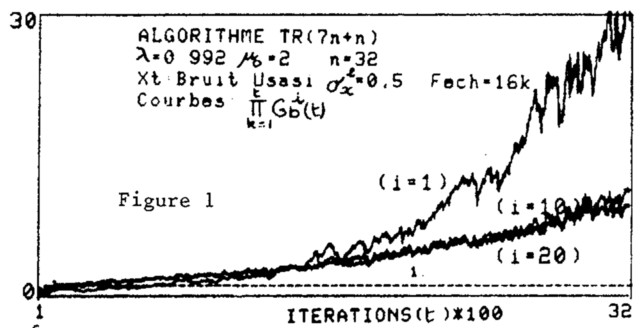

Figure 1

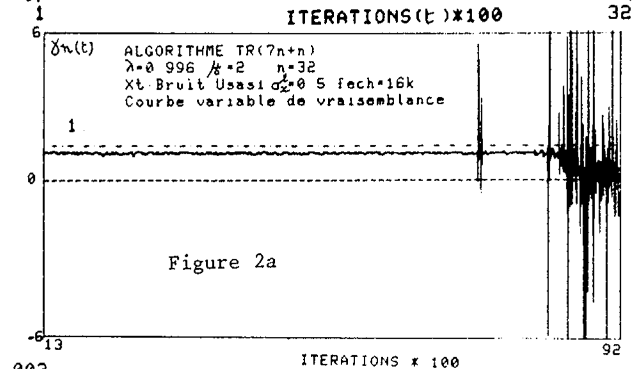

Figure 2a

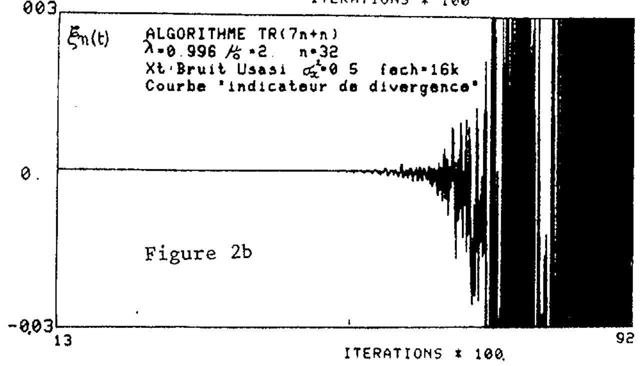

Figure 2b

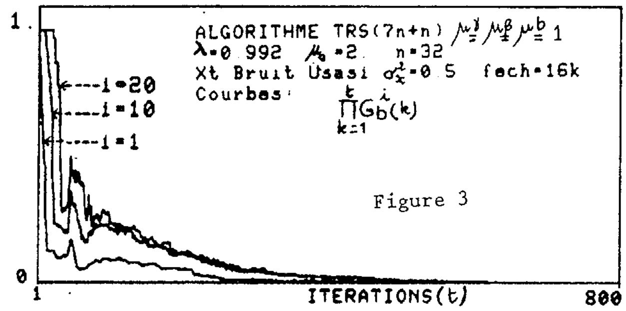

Figure 3

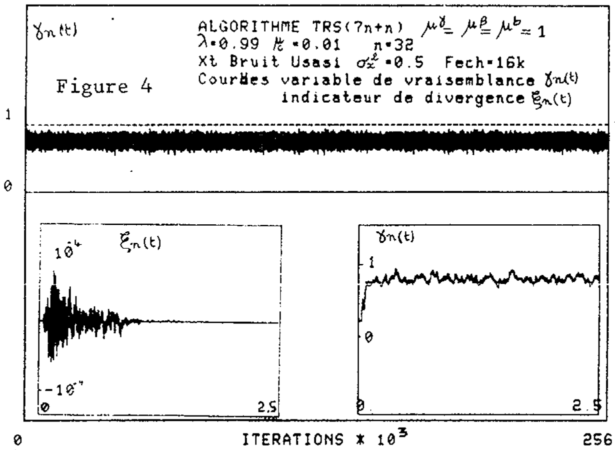

Figure 4

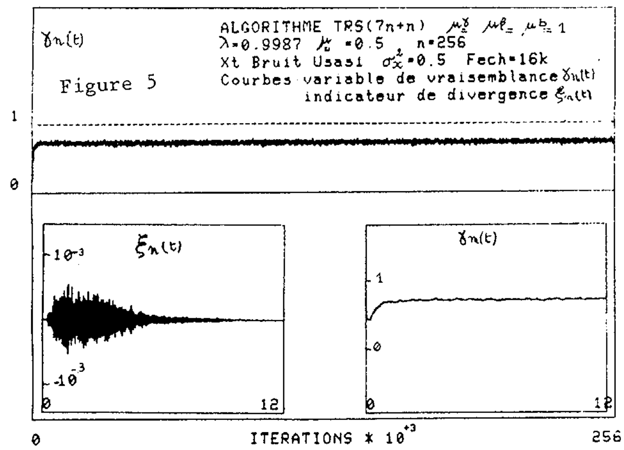

Figure 5

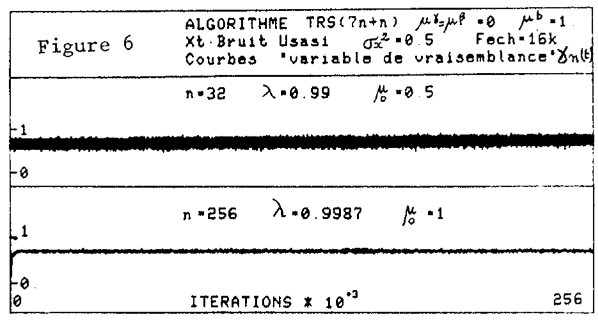

Figure 6

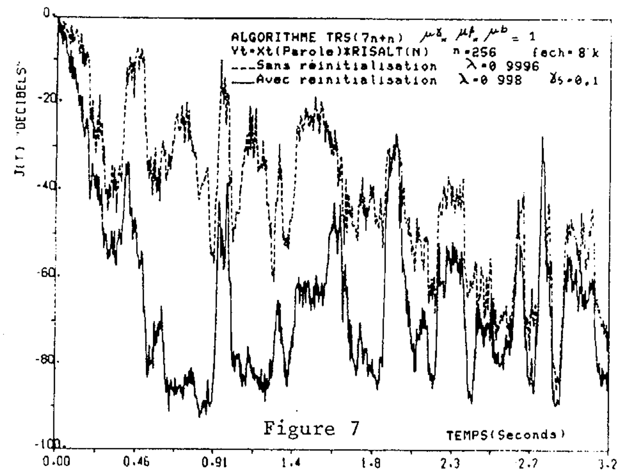

Figure 7