

FILTRE NUMERIQUE
RECUPERATEUR DE RYTHME

J-B PINTAUX*
V. KUMAR**

*S.A.T (BRANCH OPTIQUE ET AERONAUTIQUE), 41 RUE CANTAGREL 75013 PARIS
**KORTEX INT, 71 RUE ARCHEREAU 75019 PARIS (à la S.A.T jusqu'au 31.12.86)

Cet article propose une méthode analytique pour le calcul des filtres pour la récupération du rythme dans le système de transmission synchrone des données numériques.

L'analyse des signaux en complexe et le choix d'une fréquence d'échantillonnage convenable permet de réduire la complexité du schéma à un seul filtre numérique configurable par un seul paramètre.

This article suggests an analytical method for calculating the digital filter employed for clock recovery in synchronous digital data transmission.

By analysing complex valued signals and by choosing a well adapted sampling frequency the filter structure is simplified such that it can be modified by changing only one parameter value.

INTRODUCTION

En transmission synchrone de données, le rythme des symboles émis peut être extrait du signal reçu par un traitement non linéaire qui crée, dans le spectre résultant, une raie à la fréquence F_b de ce rythme. Cette raie est isolée du reste du spectre et sert de référence à une boucle à verrouillage de phase pilotant un générateur de rythme. Ce signal de référence extrait du signal reçu doit être le plus stable possible. Des filtres W et H précédant et suivant l'élément non linéaire NL sont utilisés pour minimiser la gigue affectant ce signal [1]. La chaîne complète des traitements est représentée figure 1. La récupération du rythme peut être effectuée aussi bien sur des signaux modulés que sur des signaux en bande de base. Dans cet article, après un rappel du principe de la récupération du rythme, nous présenterons une réalisation simple et reconfigurable n'utilisant qu'un seul filtre numérique qui incorpore le traitement non linéaire

PRINCIPE DE LA RECUPERATION DU RYTHME

Si le signal reçu à l'entrée de l'élément non linéaire est représenté par :

$$y_p(t) = \text{Re} \left\{ \sum_n a_n g(t-nT_b) \exp(j2\pi F_c t) \right\} \quad (1)$$

avec :

$\{a_n\}$ suite des symboles émis non corrélés $E(a_n a_m^*) = \sigma_a^2 \delta_{n,m}$
Ces symboles sont à valeur complexe a_n et à moyenne nulle $E(a_n) = 0$.

$F_b = \frac{1}{T_b}$ = Fréquence des symboles émis (Fréquence baud)

F_c = Fréquence Porteuse du signal Modulé

$g(t)$ Réponse impulsionnelle complexe du canal équivalent.

$y_p(t)$ représente la partie réelle du signal complexe.

$$y(t) = y_p(t) + jy_q(t)$$

$$y(t) = \sum_n a_n g(t-nT_b) \exp(j2\pi F_c t) \quad (2)$$

$$y_p(t) = 1/2 [y(t) + y^*(t)] \quad (3)$$

L'élément non linéaire considéré est la multiplication du signal par lui même (élévation au carré). Le signal résultant a pour expression

$$Z_p(t) = y_p(t) \cdot y_p(t) = 1/4 (y(t) + y^*(t))^2 \quad (4)$$

$$Z_p(t) = 1/2 y(t) y^*(t) + 1/2 \text{Re} \{y^2(t)\}$$

en utilisant (2)

$$y(t)y^*(t) = \sum_n \sum_m a_n a_m^* g(t-nT_b) \cdot g^*(t-mT_b)$$

$$y(t)y^*(t) = \sum_n |a_n|^2 |g(t-nT_b)|^2 + \sum_n \sum_m a_n a_m^* g(t-nT_b) g^*(t-mT_b) \quad (5)$$

$$y^2(t) = \sum_n \sum_m a_n a_m^* g(t-nT_b) \cdot g^*(t-mT_b) \exp(j2\pi(2F_c)t) \quad (6)$$

-En posant :

$$a_n = \sigma_a^2 + A_n \text{ avec } E\{|a_n|^2\} = \sigma_a^2$$

$$A(t) = \sum_n A_n |g(t-nT_b)|^2 = \sum_n A_n p(t-nT_b)$$

$$B(t) = \sum_n \sum_m a_n a_m^* g(t-nT_b) g^*(t-mT_b)$$

$$C(t) = \text{Re} \left\{ (y(t))^2 \right\}$$

$$2 Z_p(t) = \sigma_a^2 \sum_n p(t-nT_b) + A(t) + B(t) + C(t) \quad (7)$$

$\sigma_a^2 \sum_n p(t-nT_b)$ a pour spectre un spectre de raies espacées de F_b , filtré par $P(f)$ -(Transformée de Fourier de $P(t)$).

$$p(t) = g(t) g^*(t) \quad P(f) = G(f) G^*(-f) \quad (8)$$



La caractéristique de $G(f)$ occupant une plage de fréquence :

$$[-F_b/2 - \Delta F_b/2], [F_b/2 + \Delta F_b/2]$$

$$P(f) \text{ occupe } : (-F_b - \Delta F_b), (F_b + \Delta F_b)$$

$$\text{avec } \Delta F_b \leq F_b$$

Le spectre de $\sum_a^2 p(t-nT_b)$ aura trois raies, une raie à F_b , $-F_b$ et une composante continue.

Les signaux aléatoires $A(t)$ et $B(t)$ sont à moyenne nulle et ont des spectres de densité de puissance s'étendant comme $P(f)$.

Le signal aléatoire $C(t)$ est à moyenne nulle et a un spectre de même étendue que $P(f)$ mais centré sur $\pm 2F_c$ si le signal est modulé.

Nous pouvons remarquer que :

1) La raie à la fréquence F_b est fournie par le terme $y(t) \cdot y^*(t)$ de (4).

2) La multiplication dans le domaine tempore se traduisant par une convolution dans le domaine des fréquences, seules les fréquences distantes de F_b dans le spectre $y(f)$ contribuent à la génération de la raie à la fréquence F_b et ces fréquences ne peuvent se trouver respectivement que dans les bandes de fréquence :

$$(-F_c - F_b/2 - \Delta F_b/2), (F_c - F_b/2 + \Delta F_b/2) = \Delta F_b^L$$

$$(F_c + F_b/2 - \Delta F_b/2), (F_c + F_b/2 + \Delta F_b/2) = \Delta F_b^H$$

En conséquence, pour obtenir la fréquence F_b , il suffit de prélever dans le signal reçu les signaux $y^L(t)$ et $y^H(t)$ correspondant aux bandes de fréquence ΔF_b^L et ΔF_b^H centrées respectivement sur $F_c - F_b/2$ et $F_c + F_b/2$ et d'effectuer le produit complexe $y^{L*}(t) \cdot y^H(t)$ qui donnera le signal complexe $Z(t)$.

$$Z(t) = y^{L*}(t) \cdot y^H(t) \quad (9)$$

Les signaux $y^L(t)$ et $y^H(t)$ sont les résultats du filtrage du signal reçu $X_p(t)$ par deux filtres complexes à bande étroite W^L et W^H centrés respectivement sur $F_c - F_b/2$ et $F_c + F_b/2$.

Le schéma de principe de cette récupération est donné en figure 2 [4].

Nous pouvons faire de nouvelles remarques :

1) Le spectre correspondant à $C(t)$ centré sur $2F_c$ (ou $F=0$) n'existe plus.

2) $y^L(t)$ et $y^H(t)$ ayant pour expression :

$$y^L(t) = \sum_m a_m g(t - mT_b)$$

$$y^H(t) = \sum_m a_m g(t - mT_b)$$

avec des caractéristiques $G^L(f)$ et $G^H(f)$ à bande étroite ($\leq \Delta F_b$) centrées respectivement sur $F_c - F_b/2$ et $F_c + F_b/2$, la caractéristique de $P(f)$ centrée sur F_b et d'étendue $\leq 2\Delta F_b$ ne laisse plus passer la composante continue.

En conséquence, le filtre H qui avait pour but d'éliminer la composante continue et les spectres perturbateurs $A(t)$, $B(t)$ et $C(t)$ peut être supprimé, le filtrage étroit pouvant être pris en compte par la boucle de phase.

Les structures décrites dans les références [1-2-3] nécessitent ce filtrage H car les filtres W^L , W^H [3] ou W [1-2] sont réels.

Les filtres W^L et W^H doivent être les plus étroits possible pour limiter la gigue sur le rythme récupéré et avoir une caractéristique spectrale telle que $G^L(f)$ et $G^H(f)$ aient la symétrie hermitienne [1-2].

II FILTRE NUMERIQUE RECUPERATEUR DE RYTHME

Les filtres complexes $W^H(f)$ et $W^L(f)$ seront obtenus par translation fréquentielle d'un filtre passe-bas $W(f)$.

Si F_s est la fréquence d'échantillonnage, les filtres numériques correspondant seront représentés par leur fonction de transfert en D ($D = \text{Opérateur délai équivalent à } Z^{-1}$)

$$W(D) = \sum_n c_n D^n \quad (10)$$

et dans le domaine des fréquences en posant :

$$D = \exp(-j2\pi FT_s) = \exp(-j\theta) \quad (11)$$

par

$$W(\theta) = \sum_n c_n \exp(-jn\theta) \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (12)$$

La réalisation de ce filtre est basée sur le choix d'une fréquence d'échantillonnage F_s égale à 4 fois la fréquence de la porteuse F_c .

$$F_s = 4 F_c \quad (13)$$

Dans ces conditions avec :

$$\theta_L = 2\pi(F_c - F_b/2) T_s \quad \theta_H = 2\pi(F_c + F_b/2) T_s \quad \theta_H = \pi - \theta_L \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} W^L(\theta) &= W(\theta - \theta_L) \\ W^H(\theta) &= W(\theta - \theta_H) = W(\theta - \pi + \theta_L) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

et

$$\left. \begin{aligned} W^L(D) &= \sum_n c_n \exp(jn\theta_L) D^n \\ W^H(D) &= \sum_n (-1)^n c_n \exp(-jn\theta_L) D^n \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

En décomposant $W(D)$ en indice pair (e) et impair (o)

$$\begin{aligned} W^L(D) &= W_e^L(D) + W_o^L(D) \\ &= C_{2n} \exp(j2n\theta) D^{2n} + C_{2n+1} \exp(j(2n+1)\theta) D^{2n+1} \end{aligned}$$

Puis en partie réelle (p) et imaginaire (q)

$$\begin{aligned} W_{ep}^L(D) &= \sum_n C_{2n} \cos(2n\theta) D^{2n} \\ W_{eq}^L(D) &= \sum_n C_{2n} \sin(2n\theta) D^{2n} \\ W_{op}^L(D) &= \sum_n C_{2n+1} \cos(2n+1)\theta D^{2n+1} \\ W_{oq}^L(D) &= \sum_n C_{2n+1} \sin(2n+1)\theta D^{2n+1} \end{aligned}$$

et en décomposant de même $W^H(D)$ nous obtenons les relations :

$$\begin{aligned} W_{ep}^L(D) &= W_{ep}^H(D) & W_{oq}^L(D) &= -W_{oq}^H(D) \\ W_{eq}^L(D) &= -W_{eq}^H(D) & W_{op}^L(D) &= W_{op}^H(D) \end{aligned} \quad (17)$$

Le signal reçu $X_p(D) = \sum_k x_p(k) D^k$ passant par les filtres $W^L(D)$ et $W^H(D)$ donnera les signaux :

$$\begin{aligned} Y^L(D) &= Y_{ep}^L(D) + Y_{op}^L(D) + j(Y_{eq}^L(D) + Y_{oq}^L(D)) \\ Y^H(D) &= Y_{ep}^H(D) + Y_{op}^H(D) + j(Y_{eq}^H(D) + Y_{oq}^H(D)) \\ Y^H(D) &= Y_{ep}^L(D) - Y_{op}^L(D) + j(-Y_{eq}^L(D) + Y_{oq}^L(D)) \end{aligned} \quad (18)$$

Si la partie imaginaire de $Z(D) = Z_p(D) + jZ_q(D)$ est prise comme signal de référence pour la boucle à verrouillage de phase de générateur de rythme

$$Z_q(k) = \int_m \{ y^L(k) * y^H(k) \}$$

$$Z_q(k) = y_q^H(k) y_p^L(k) - y_p^H(k) y_q^L(k)$$

en utilisant (18) dans (19) nous obtenons :

$$Z_q(k) = 2 \left[y_{op}^L(k) y_{oq}^L(k) - y_{ep}^L(k) y_{eq}^L(k) \right]$$

qui correspond au schéma équivalent de la fig.3.

APPLICATIONS

Filtre $W(D) = 1/(1-bD)$ avec $|b| < 1$ est

le filtre récursif du 1er ordre

$$W(D) = \sum_n b^n D^n \quad |b| < 1$$

$$W^L(D) = 1/(1 - b \exp(j\theta) D) = \sum_n b^n \exp(jn\theta) D^n$$

$$\begin{aligned} W_e^L(D) &= \sum_n b^{2n} \exp(j2n\theta) D^{2n} \\ &= 1/(1 - b^2 \exp(j2\theta) D^2) \end{aligned}$$

$$= \frac{1 - b^2 \exp(-j2\theta) D^2}{1 - b^2 \cos(2\theta) D^2 + b^4 D^4}$$

$$\begin{aligned} W_o^L(D) &= \sum_n b^{2n+1} \exp(j(2n+1)\theta) D^{2n+1} \\ W(D) &= \sum_n b^{2n} \exp(j(2n\theta) D^{2n}) b \exp(j\theta) D \end{aligned}$$

d'où :

$$W_{op}^L(D) = (1 - b^2 \cos(2\theta) D^2) \cdot F(D)$$

$$W_{eq}^L(D) = b^2 \sin(2\theta) D^2 \cdot F(D)$$

$$W_{op}^H(D) = (1 - b^2) b \cos(\theta) D \cdot F(D)$$

$$W_{oq}^H(D) = (1 + b^2) b \sin(\theta) D \cdot F(D)$$

$$F(D) = 1/(1 - 2b^2 \cos(2\theta) D^2 + b^4 D^4)$$

La structure du filtre est représentée en Fig.4. Comme $2b^2 \sin(\theta)$, $\cos(\theta) = b^2 \sin(2\theta)$, $W_{eq}^L(D)$, $W_{op}^L(D)$, et $W_{oq}^L(D)$, ne comportent plus de termes trigonométriques.

.Si $\theta = \pi/6$ $\cos(2\theta) = 1/2$
le filtre se réduit à la structure de la Fig.5,

.Si $\theta = \pi/3$ $\cos(2\theta) = -1/2$
il suffira de changer le signe de deux coefficients

2) Filtre $W(D) = \sum D^n$ filtre non récursif

$$\text{Filtre } W(D) = \sum_n \exp(jn\theta) D^n$$

en suivant le même procédé nous obtenons le filtre représenté sur la figure 6 pour $\theta = \pi/6$

CONCLUSIONS

Le choix de la fréquence d'échantillonnage F_s égale à 4 fois celle de la fréquence porteuse F_c , permet d'obtenir pour les filtres W^L et W^H complexes des symétries, comme en bande de base, ce qui permet de n'utiliser qu'un seul filtre W^L ou W^H .

De ce fait, les effets de quantification dus aux filtres récursifs seront réduits à ceux d'un seul filtre. La translation fréquentielle d'un filtre bande de base W permet d'obtenir des filtres W^L et W^H à caractéristiques symétriques dans leur bande de fréquence. Ce filtre récupérateur, excepté les 2 vraies multiplications qui combinent les sorties, peuvent être réalisées sans multiplieur pour $\theta = \pi/6$ et $\theta = \pi/3$, et avec un seul paramètre en posant $b^2 = 1 - \beta$ avec $\beta = \sqrt{2}$ et $b^4 = 1 - 2\beta + \beta^2 = 1 - 2\beta$.

Ce filtre est une illustration des avantages apportés par le traitement en signaux complexes, combiné à l'utilisation des symétries.

REFERENCES

1) L.E Franks and J.P Bubrouski
.Statistical analysis of PAM Timing recovery
ICC 1973 Proc. pp 51-53.
. Statistical Properties of timing jitter in a PAM Timing Recovery Scheme. IEEE Trans commun, vol COM 22 July 1974 pp913-920

2) D.L. LYON
.Sampler Timing Recovery in equalized Data Communication systems, ICC 1974 Proc. pp 25 B-1
.Timing recovery in synchronous equalised data communication
IEEE Trans Commun Feb.1975 pp 269-274.
.Timing Recovery using Data-Derived waveforms in QAM & SQAM systems. ICC 1975 Proc pp. 20-32

3) R.D. GITLIN and J.F HAYES
Timing Recovery and Scramblers in Data communication
BSTJ March 1975 p 569-593

4) D.N. GODARD
IEEE Trans.comm, vol COM 26 July 1978 pp 517-523

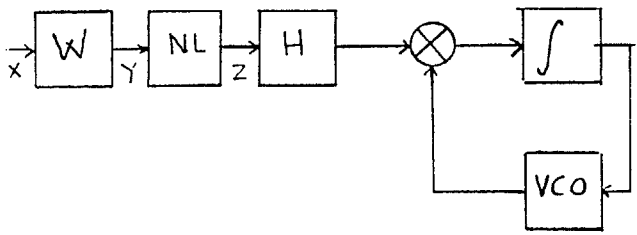


FIG.1 CHAINE DE TRAITEMENT.

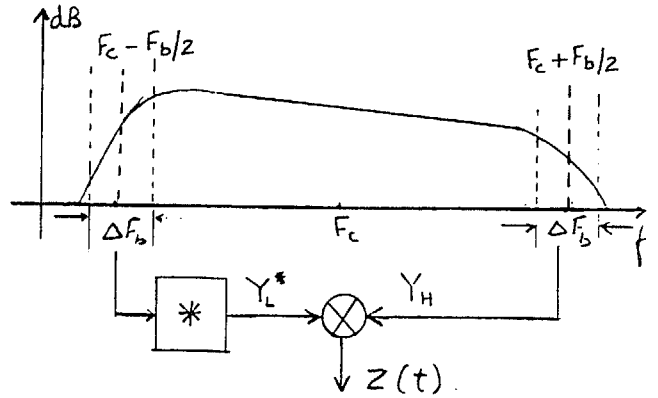


FIG.2(a) PRINCIPE DE RECUPERATION.

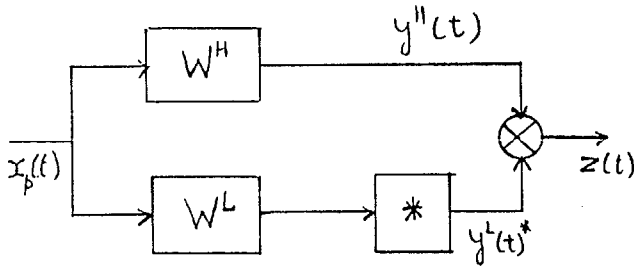


FIG.2(b) PRINCIPE DE RECUPERATION.

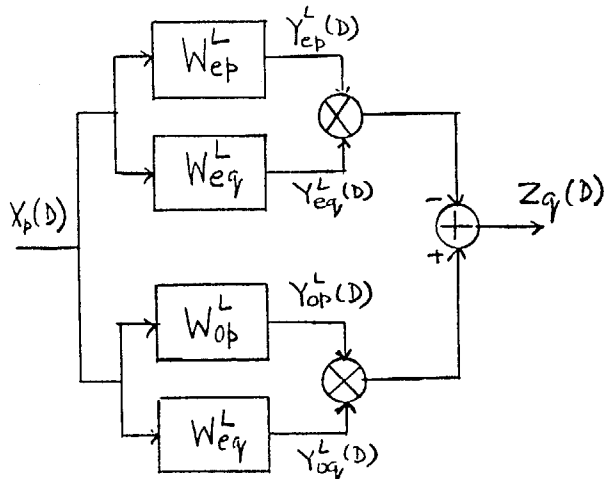


FIG.3. SCHEMA EQUIVALENT.

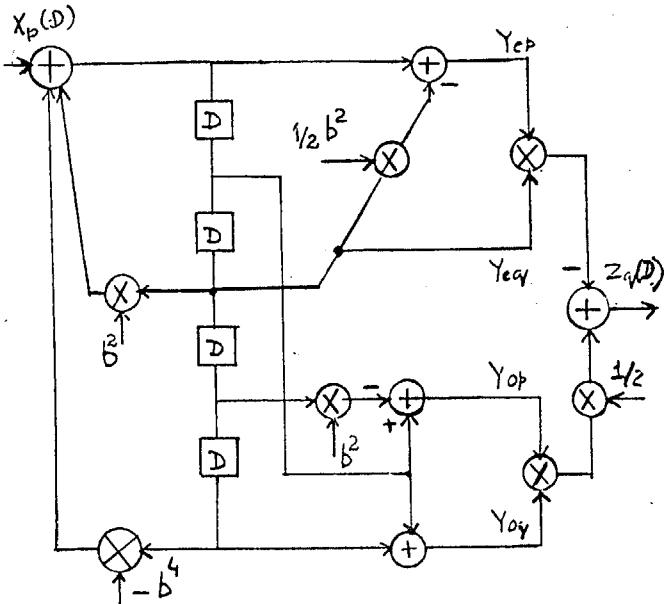


FIG.5 STRUCTURE FOR $\theta_L = \pi/6$.

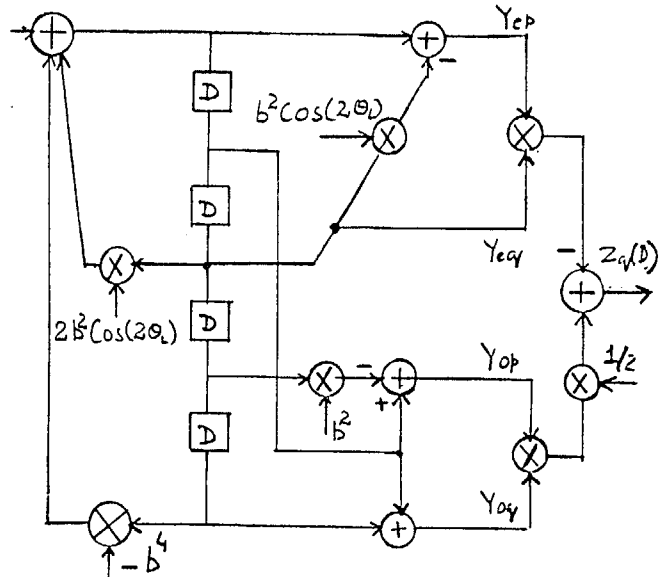


FIG.4. STRUCTURE GENERALE.

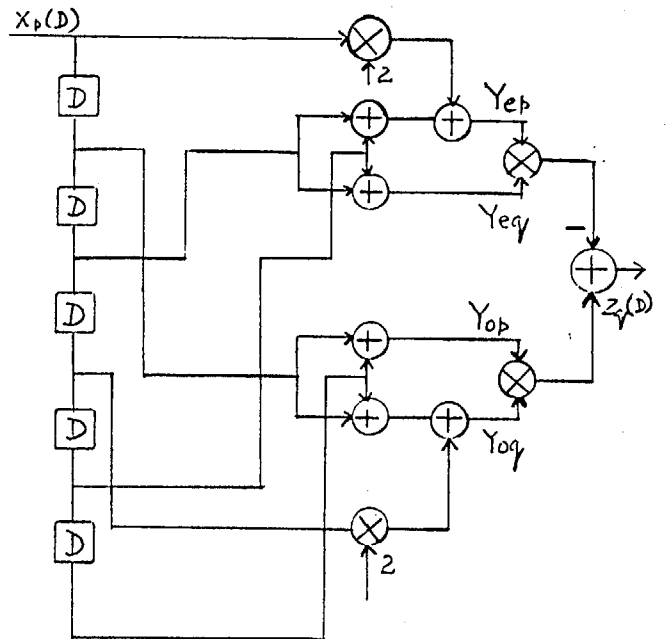


FIG.6. FILTRE NON RECURSIF.