QUELQUES REMARQUES SUR LES OBSERVATEURS NON LINEAIRES

Michel FLIESS

Laboratoire des Signaux et Systèmes
C.N.R.S. - E.S.E.
Plateau du Moulon, 91190 Gif-sur-Yvette

Résumé. Les techniques d'algèbres différentielle et aux différences permettent de montrer simplement l'existence d'observateurs exacts pour les systèmes non linéaires, continus ou discrets. En continu, interviennent les dérivées des sorties, difficiles à mesurer et qui justifient, dans une certaine mesure, l'introduction d'observateurs asymptotiques. En discret seuls sont nécessaires les retards.

Abstract. The existence of exact observers is shown for continuous and discrete non-linear systems by employing techniques stemming from differential algebra and difference algebra. In the continuous-time case, these observers need derivatives of the output which are difficult to measure and which in some sense justify the introduction of asymptotic observers. In the discrete-time case, only delays are necessary.

Introduction

Une catégorie importante de problèmes dans les sciences de l'ingénieur peut être ansi formulée: comment évaluer des quantités non directement accessibles? Dans le cadre aujourd'hui dominant des systèmes entrée-sortie décrits par espaces d'état, il s'agit souvent d'estimer, grâce à la connaissance des entrées et des sorties, des composantes non directement observables de l'état ou bien des paramètres structuraux inconnus. Le calcul de tels observateurs est indispensable, ne serait-ce que pour la mise en oeuvre de lois de bouclage sur l'état. En linéaire, il existe, depuis les travaux de Luenberger [27], une vaste littérature qui a conduit à des réalisations effectives (cf. Ackermann [1], Kailath [14], O'Reilly [30]). La situation du non-linéaire est, comme on peut s'y attendre, bien moins avancée quoique le nombre de publications soit en rapide expansion.

Passons brièvement en revue quelques-unes des voies suivies:
- Dans un cadre général, citons Thau [35], Kou, Elliott et Tarn [19], Zeitz [38] et, surtout, van der Schaft [34].
- Pour divers cas plus particuliers, mentionnons Williamson [37], Gevers et Bastin [10], Keller et Fritz [16], Gauthier et Kazakos [9].
- Il est parfois possible, d'une manière ou d'une autre, de se ramener à un problème linéaire comme le font Krener et Isidori [20], Krener et Respondek [21], Lévine et Marino [26].

Terminons ce tour d'horizon bien incomplet en constatant que les observateurs en temps discret semblent avoir été moins étudiés (Praly [32], Klein et Olbrot [17]).

Le sujet sera abordé ici à partir de techniques d'algèbres différentielle et aux différences que, depuis 1985, nous avons proposé pour les systèmes non linéaires, en temps continu et discret. Rappelons qu'algèbres différentielle et aux différences, introduites par le mathématicien américain J.F. Ritt entre les deux guerres mondiales, ont par ambition d'offrir pour les équations différentielles et aux différences des outils analogues à ceux que propose l'algèbre commutative pour les équations algébriques. La théorie actuelle, décrite dans les livres de Cohn [3], Kolchin [18] et Pommaret [31], nous a permis de renouveler entièrement l'automatique non linéaire [5,6,7] en conduisant, notamment, à des solutions simples de problèmes restés longtemps ouverts comme l'inversion entrée-sortie [4]. Un lecteur non versé dans ces disciplines mathématiques aujourd'hui encore peu répandues ne devrait cependant avoir aucune difficulté à suivre notre démarche pour peu qu'il ait quelque familiarité avec les bases de l'algèbre commutative, telles qu'on les trouve dans de nombreux manuels (Lafon [23], Malliavin [28]).

Après d'indispensables rappels, nous montrons, et c'est notre résultat essentiel, que la détermination de quantités non directement accessibles se ramènent à la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées. Ces dérivées étant en général impossibles à mesurer avec précision, nous décrivons succinctement la construction d'observateurs asymptotiques en donnant, en particulier, une version généralisée et élémentaire d'un intéressant travail de Williamson [37]. Une telle démarche trouve cependant ses limites pratiques si l'on remarque que la dynamique d'un tel observateur doit en général avoir une complexité au moins équivalente à celle du système original, le calcul numérique effectif passant, dans la technologie actuelle, par une discrétisation. Il vaut sans doute mieux raisonner directement sur des systèmes en temps discret pour lesquels l'algèbre aux différences permet d'obtenir des résultats identiques.

A. Temps continu

A.I. Un peu d'algèbre différentielle [18, 31]

A.I.1. Un corps différentiel (ordinaire) K est un corps commutatif usuel, supposé ici, pour simplifier, de caractéristique nulle, muni d'une dérivation:

$$\forall a \in K, \frac{da}{dt} = \dot{a} \in K.$$

Les règles opératoires habituelles sont respectées. Pour les dérivées d'ordre supérieur, on écrit

$$\frac{d^{\nu}a}{dt^{\nu}} = a^{(\nu)}, \quad \nu \geq 0.$$

A.I.2. Soient $K \subset L$ deux corps différentiels emboîtés. Comme en algèbre usuelle, deux situations sont possibles:

- L'extension L/K est différentiellement algébrique. Tout élément de L satisfait une équation différentielle algébrique à coefficients dans K.
- L'extension L/K est différentiellement transcendante. Il existe au moins un élément de L ne satisfaisant aucune équation différentielle algébrique à coefficients dans K.

A.I.3. Supposons l'extension différentielle L/K de type fini, c'est-à-dire finiment engendrée. Elle est, alors, différentiellement algébrique si, et seulement si, le degré de transcendance (non différentielle) de L/K est fini.

A.II. Systèmes entrée-sortie [5,7]

A.II.1. Soit k un corps différentiel de base. En pratique ce sera le corps $\mathbf{R}$ des réels, un corps de nombres algébrique, ou encore, dans le cas de coefficients dépendant du temps, un corps de fonctions méromorphes du temps.

A.II.2. L'entrée (indépendante) $u=(u_1,\ldots,u_m)$ est un ensemble fini de k-indéterminées différentielles [18], c'est-à-dire de quantités non reliées entre elles par des équations différentielles à coefficients dans k. On note k<u> le corps différentiel engendré par $k,u_1,\ldots,u_m$; tout élément a pour forme

$$\frac{(\ddot{u}_1)^3\dot{u}_2-5(u_1^{(3)})^{26}}{3-2(u_2)^7} \qquad (k=\mathbf{Q})$$

Définir un système entrée-sortie revient à dire que les composantes de la sortie $y=(y_1,\ldots,y_p)$ sont différentiellement algébriques sur k<u>, c'est-à-dire à poser l'extension k<u,y>/k<u> comme différentiellement algébrique.

A.II.3. Une telle approche nous libère de la description *a priori* par espace d'état, dont on oublie parfois qu'elle est impuissante à prendre en compte globalement certains systèmes comme les circuits électriques non linéaires (Hasler et Neyrinck [11]). Il ne faut pas croire que le concept d'algébricité différentielle nous limite aux équations différentielles algébriques, bien évidemment insuffisantes pour modéliser divers situations naturelles. On peut montrer (cf. Rubel et Singer [33]) que toute solution d'une équation différentielle, dont les coefficients sont différentiellement algébriques, comme celle du pendule

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 \sin y = o \quad (m=o,p=1,k=\mathbf{Q}),$$

est solution d'une équation différentielle algébrique. Il paraît difficile, sinon impossible, de concevoir un exemple, issu de l'ingéniérie ou de la physique, sortant de ce cadre.

A.III. Réalisation par espace d'état [5]

A.III.1. Le problème de la réalisation par espace d'état, que la "philosophie kalmanienne" a mis au premier plan (cf. Isidori [13]) reçoit grâce à l'algèbre différentielle un éclairage nouveau et simplifié.

A.II.2. L'état est la quantité d'information à stocker pour poursuivre les calculs. Un bon candidat pour le représenter est, selon le §A.I.3, une base de transcendance non différentielle de l'extension k<u,y>/k<u>. L'exemple de système instantané $y=\sin u (m=p=1,k=\mathbf{Q})$, où ce degré de transcendance vaut 1, montre cependant qu'un tel choix peut être inadapté. Il convient alors de le remplacer par le degré de transcendance analytique et de choisir une base de transcendance analytique pour l'état (cf. Kunz [22]).

Soit donc $x=(x_1,\ldots,x_n)$ une base de transcendance, analytique ou non. Les dérivées $\dot{x}_1,\ldots,\dot{x}_n$ sont algébriquement ou analytiquement dépendantes de $x_1,\ldots,x_n$, des composantes de l'entrée et d'un nombre fini de leurs dérivées. Il en va de même pour les composantes de la sortie. Il vient:

$$F_i(\dot{x}_i,x,u,\dot{u},\ldots,u^{(\alpha)})=o, \quad i=1,\ldots,m.$$

$$H_j(y_j,x,u,\bar{u},\ldots,u^{(\alpha)})=o, \quad j=1,\ldots,p.$$

Il apparaît alors que le passage à la forme usuelle d'état

$$\dot{x}_i=f_1(x,u,\ldots,u^{(\alpha)})$$

$$y_j=h_1(x,u,\ldots,u^{(\alpha)})$$

peut avoir une valeur uniquement locale (cf. §A.II.3).

A.IV. Un principe de reconstruction

A.IV.1. Le terme reconstructible semble avoir été introduit par Kalman [15].

Définition. Une quantité est dite reconstructible si, et seulement si, elle peut s'exprimer en fonction des composantes de l'entrée et de la sortie et d'un nombre fini de leurs dérivées.

A.IV.2. La définition précédente de l'état, qui répond à ce qui précède, conduit au principe suivant qui donne l'essence mathématique des problèmes d'observateurs:

Principe. L'entrée et ses dérivées étant supposées connues, la reconstruction d'une quantité non directement accessible doit se ramener à la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées.

Ce fait, parfois dégagé en linéaire (cf. Kailath [14]), ramène la construction d'observateurs à l'estimation des dérivées de la sortie. C'est l'impossibilité en général d'obtenir directement ces dérivées qui conduit aux observateurs asymptotiques.

A.IV.3. En commande adaptative (cf. Landau [24]), où les systèmes ne sont pas parfaitement identifiés, il convient d'estimer certains paramètres inconnus que, pour simplifier, nous supposerons constants. Rappelons qu'en algèbre différentielle, une constante est caractérisée par le fait d'avoir une dérivée nulle. On est conduit à la notion suivante d'identifiabilité (cf. Walter [36]), qui sera développée dans ds travaux ultérieurs.

Définition: (i) Un paramètre est dit rationellement identifiable si, et seulement si, il appartient au sous-corps de constantes de k<u,y>.

(ii) Un paramètre est dit algébriquement identifiable si, et seulement si, il est algébrique sur le sous-corps de constantes de k<u,y>.

A.V. Vers des observateurs asymptotiques

A.V.1. Notre scepticisme quant à l'utilité d'observateurs asymptotiques généraux se rattache au principe du modèle interne (cf. Hepburn et Wonham [12]), d'après lequel la dynamique d'un tel observateur doit en quelque sorte contenir celle du modèle. Si l'intégration de cette dynamique exige la discrétisation, c'est-à-dire le passage de l'équation différentielle à une équation aux différences, il nous semble plus judicieux de raisonner de prime abord sur des systèmes en temps discret.

A.V.2. Il n'est cependant pas vain de rechercher de tels observateurs si leur dynamique est décrite par une équation différentielle linéaire. C'est le cas pour les systèmes dits bilinéaires:

$$\dot{x} = (M_o + \sum_{i=1}^{m} u_i M_i)x, \quad y = \lambda x$$

où $M_o,M_1,\ldots,M_m,\lambda$ sont des matrices réelles de tailles appropriées.

Supposons, pour simplifier les notations, la sortie monodimensionnelle (p=1). D'après une terminologie empruntée à Białinicky-Birula [2], nous dirons qu'un système est de Picard-Vessiot si, et seulement si, le k<u>-espace vectoriel engendré par les dérivées $\{y^{(\nu)} \mid \nu\geq o\}$ est de dimension finie. Il est possible de montrer que tout système bilinéaire est de Picard-Vessiot (cf. [8]). Soit $d\geq o$ le plus petit entier tel que $y^{(d+1)}$ soit k<u>-linéairement dépendant de $y,\dot{y},\ldots,y^{(d)}$. Il vient:

$$(PV) \quad \alpha_o y^{(d+1)}+\alpha_1 y^{(d)}+\ldots+\alpha_d y=o,$$

où $\alpha_o,\alpha_1,\ldots,\alpha_d$ sont des polynômes différentiels, premiers entre eux, de l'anneau différentiel k{u}. Comme l'a noté Williamson [37], toute entrée annulant α_o et qui fait donc chuter l'ordre de l'équation (PV), a un rôle singulier. C'est un phénomène inconnu en linéaire (cf. Gauthier et Kazakos [9]).

A.V.3. En posant $x_\alpha = y^{(\alpha)}$ (α=o,1,...,d), (PV) devient

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_o \\ \vdots \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_o \\ \vdots \\ x_d \end{bmatrix}, \quad y = x_o$$

où A est une matrice carrée à coefficients dans k<u>. L'entrée et ses dérivées étant supposées connues, on construit, comme Williamson, un observateur asymptotique à la façon d'un système linéaire instationnaire.

A.V.4. Remarque. Une analyse toute semblable pourrait être entreprise si le k<u>-espace affine engendré par $\{y^{(\nu)} \mid \nu \geq o\}$ est de dimension finie, c'est-à-dire si l'on a une équation, différentielle non homogène de la forme

$$\alpha_o y^{(d+1)} + \ldots + \alpha_d y = \beta, \text{ où } \alpha_o, \ldots, \alpha_d, \ \beta \in k\{u\}.$$

B. Temps discret

B.I. Un peu d'algèbre aux différences [3]

B.I.1. Un corps aux différences (ordinaire) est un corps commutatif K, muni d'un monomorphisme, appelé transformation, δ: K $\rightarrow$ K. Les relations suivantes sont donc vérifiées

$\forall$ a, b $\in$ K, $\delta(a+b)=\delta a+\delta b$, $\delta(ab)=\delta a.\delta b$, $\delta a=o \Leftrightarrow a=o$.

Pour avoir des notations analogues à celles du continu, on pose, pour tout entier $\nu \geq o$, $\delta^\nu a = a^{(\nu)}$ ($\delta^o a = a^{(o)} = a$).

B.I.2. Soient K $\subset$ L deux corps aux différences emboîtés. Deux situations sont possibles:
- L'extension L/K est transformellement algébrique: tout élément de L est solution d'une équation aux différences algébrique, à coefficients dans K.
- L'extension L/K est transformellement transcendante: il existe au moins un élément de L qui ne soit solution d'aucune équation aux différences à coefficients dans K.

B.I.3. Supposons l'extension aux différences L/K de type fini. Elle est transformellement algébrique si, et seulement si, le degré de transcendance (usuelle) de L/K est fini. Ce degré est l'ordre de l'extension.

B.I.4. Il existe un sur-corps aux différences K^* de K, unique à un isomorphisme près, tel que, pour tout x $\in$ K^*,
- $\delta^{-1}x = x^{(-1)}$ est défini et appartient à K^*,
- il existe un entier r$\geq$o tel que $x^{(\nu)} \in$ K.

K^* est la clôture inversive de K.

Etant donné une extension aux différences L/K de type fini, l'ordre effectif de L/K est l'ordre de L^*/K^*.

B.II. Systèmes entrée-sortie (cf. [6])

B.II.1. Dans le cadre de la théorie des systèmes, δ représente un retard et, par conséquent, δ^{-1} une avance. Soit k un corps aux différences de base que, pour commencer, nous supposerons de caractéristique quelconque(1). L'entrée (indépendante) $u=(u_1,\ldots,u_m)$ est un ensemble fini de k-indéterminées aux différences, c'est-à-dire dont les composantes ne sont reliées par aucune équation aux différences à coefficients dans k. On note k<u> le corps aux différences engendré par $k, u_1, \ldots, u_m$. Définir un système entrée-sortie revient à poser les composantes de la sortie $y=(y_1,\ldots,y_p)$ comme transformellement algébriques sur k<u>, c'est-à-dire à poser l'extension k<u,y>/k<u> comme transformellement algébrique.

B.II.2. L'exemple y(t-1)=u(t) (m=p=1) montre que la définition précédente comprend des systèmes anticipatifs ou non causaux, exemples qui, notons-le, peuvent se rencontrer en pratique.

Proposition. Un système est causal si, et seulement si, l'ordre et l'ordre effectif de l'extension k<u,y>/k<u> sont égaux.

B.III. Réalisation par espace d'état (cf. [6])

B.III.1. Pour éviter certaines difficultés techniques, nous supposerons désormais les corps de caractéristique nulle. Soit $x=(x_1,\ldots,x_n)$ une base de transcendance (usuelle) de l'extension k<u,y>/k<u> qui, dans le cas causal, est aussi une base de transcendance de $k\langle u,y\rangle^*/k\langle u\rangle^*$. On en déduit les relations de dépendance algébrique suivantes (la causalité est supposée vérifiée):

$$F_i(x_i(t+1), x(t), u(t+1), u(t), \ldots, u(t-r)) = o$$
$$H_j(y_j(t), x(t), u(t), \ldots, u(t-r)) = o$$

D'où, comme au §A.III.2, une représentation par espace d'état locale:

$$x_i(t+1) = f_i(x(t), u(t+1), u(t), \ldots, u(t-r))$$
$$y_j(t) = h_j x(t), u(t), \ldots, u(t-r))$$

B.III.2. Il convient de remarquer qu'une telle représentation ne peut être utilisée qu'après r unités de temps.

B.IV. Un principe de reconstruction

B.IV.1. Définition. Une quantité est dite reconstructible si, et seulement si, elle peut s'exprimer en fonction de l'entrée et de la sortie et d'un nombre fini de retards.

L'état, tel qu'il apparaît précédemment, répond à cette définition. On retrouve ainsi, dans un cadre général, des résultats bien connus du linéaire (cf. O'Reilly [30]) qui avaient déjà été étendus aux systèmes dits à état affine (Klein et Olbrot [17]).

B.IV.2. Principe. L'entrée et ses retards étant supposés connus, la reconstruction d'une quantité non directement accessible doit se ramener à la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de retards.

L'obtention d'un observateur exact est donc avant tout un problème d'élimination algébrique.

B.IV.3. Dans un corps aux différences, une constante c est telle que $c^{(1)}=c$.

Définition. (i) Un paramètre est dit rationellement identifiable si, et seulement si, il appartient au corps de constantes de $k\langle u,y\rangle^*$.

(ii) Un paramètre est dit algébriquement identifiable si, et seulement si, il est algébrique sur le corps de constantes de $k\langle u,y\rangle^*$.

Conclusion

Les analogies des algèbres différentielle et aux différences ont permis de présenter des théories semblables pour les observateurs non linéaires continus et discrets. Si l'on admet notre thèse de l'inutilité des observateurs asymptotiques continus généraux, reste le problème, difficile et épineux, de la discrétisation des systèmes continus (cf. Lévine et d'Andrea [25], Monaco, Normand-Cyrot et Stornelli [29]).

(1) Comme A. Benvéniste nous l'a fait remarquer, il existe des exemples naturels de systèmes non linéaires en caractéristique non nulle, issus, par exemple, de l'architecture des ordinateurs. En linéaire, ce fait est bien connu grâce à la théorie des codes correcteurs d'erreurs.

Bibliographie

[1] J. Ackermann, Abtastregelung, 2e éd., Springer-Verlag, Berlin, 1983. (Traduction anglaise: Sampled-Data Control Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1985).
[2] A. Białynicki-Birula, On Galois theory of fields with operators, Amer. J. Math., 84, 1962, p.89-109.
[3] R.M. Cohn, Difference Algebra, Interscience, New York, 1965. (Reimpression: Krieger, Huntington, N.Y., 1979).
[4] M. Fliess, A note on the invertibility of nonlinear input-output differential systems, Systems Control Lett., 8, 1986, p.147-151.
[5] M. Fliess, Nonlinear control theory and differential algebra, Proc. IIASA Conf. Modelling Adaptive Control, Sopron, Hungary, July 1986.
[6] M. Fliess, Esquisses pour une théorie des systèmes non linéaires en temps discret, Proc. Conf. Linear Nonlinear Math. Control Theory, Torino, July 1986. A paraître aux Rend. Semin. Mat., Univ. Politec. Torino.
[7] M. Fliess, Quelques définitions de la théorie des systèmes à la lumière des corps différentiels, C.R. Acad. Sc. Paris, I-304, 1987, p.91-93.
[8] M. Fliess et C. Reutenauer, Une application de l'algèbre différentielle aux systèmes réguliers (ou bilinéaires), in "Analysis and Optimization of Systems", Proc. Conf. Versailles, Dec. 1982, A. Bensoussan and J.L. Lions eds., Lect. Notes Control Inform. Sc., 44, p.99-107, Springer-Verlag, Berlin, 1982.
[9] J.P. Gauthier et D. Kazakos, Observabilité et observateurs de systèmes non linéaires, RAIRO-APII, 21, 1987.
[10] M. Gevers et G. Bastin, A stable adaptive observer for a class of nonlinear second order systems, in "Analysis and Optimization of Systems", Proc. Conf. Antibes, June 1986, A. Bensoussan and J.L. Lions eds., Lect. Notes Control inform. Sc., 83, p.143-155, Springer-Verlag, Berlin, 1986.
[11] M. Hasler et J. Neirynck, Circuits non linéaires, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985.
[12] J.S.A. Hepburn et W.M. Wonham, Error feedback and internal models on differentiable manifolds, IEEE Trans. Autom. Control, 29, 1984, p.397-403.
[13] A. Isidori, Nonlinear Control Systems: An Introduction, Lect. Notes Control Inform. Sc. 72, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
[14] T. Kailath, Linear Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980.
[15] R.E. Kalman, P.L. Falb et M.A. Arbib, Topics in Mathematical System Theory, McGraw-Hill, New York, 1969.
[16] H. Keller et H. Fritz, Design of nonlinear observers by a two-step transformation, in "Algebraic and Geometric Methods in Nonlinear Control Theory", Proc. Conf. Paris, June 1985, M. Fliess and M. Hazewinkel eds., p.89-98, Reidel, Dordrecht, 1986.
[17] B. Klein et A. Olbrot, Observers for state-affine systems, IEEE Trans. Automat. Control, 31, 1986, p.271-274.
[18] E.R. Kolchin, Differential Algebra and Algebraic Groups, Academic Press, New York, 1973.
[19] S.R. Kou, D.L. Elliot et T.J. Tarn, Exponential observers for nonlinear dynamic systems, Information Control, 29, 1975, p.204-216.
[20] A.J. Krener et A. Isidori, Linearization by output injection and nonlinear observers, Systems Control Lett., 3, 1983, p.47-52.
[21] A.J. Krener et W. Respondek, Nonlinear observers with linearizable error dynamics, SIAM J. Control Optimiz., 38, 1983, p.419-431.
[22] E. Kunz, Kähler Differentials, Vieweg, Wiesbaden, 1986.
[23] J.P. Lafon, Algèbre commutative/Langages géométrique et algébrique, Hermann, Paris, 1977.
[24] Y.D. Landau, Adaptive Control/The Model Reference Approach, M. Dekker, New York, 1979.
[25] J. Lévine et B. d'Andrea, C.A.D. for nonlinear systems decoupling, perturbations rejection and feedback linearization with applications to the dynamic control of a robot arm, in "Algebraic and Geometric Methods in Nonlinear Control Theory", Proc. Conf. Paris, June 1985, M. Fliess and M. Hazewinkel eds., p.545-569, Reidel, Dordrecht, 1986.
[26] J. Lévine et R. Marino, Nonlinear system immersion, observers and finite dimensional filters, Systems Control Lett., 7, 1986, p.133-142.
[27] D.G. Luenberger, An introduction to observers, IEEE Trans. Automat. Control, 16, 1971, p.593-603.
[28] M.P. Malliavin, Algèbre commutative/ applications en géométrie et théorie des nombres, Masson, Paris, 1985.
[29] S. Monaco, D. Normand-Cyrot et S. Stornelli, On the linearizing feedback in nonlinear sampled data control schemes, Proc. 25th IEEE Conf. Decision Control, p.2056-2060, Athens, Dec. 1986.
[30] O'Reilly, Observers for Linear Systems, Academic Press, New York, 1983.
[31] J.-F. Pommaret, Differential Galois Theory, Gordon and Breach, New York, 1983.
[32] L. Praly, Towards a globally stable direct adaptive control scheme for not necessarily minimum phase systems, IEEE Trans. Automat. Control, 29, 1984, p.946-949.
[33] L.A. Rubel et M.F. Singer, A differentially algebraic elimination theorem with application to analog computability in the calculus of variations, Proc. Amer. Math. Soc., 94, 1985, p.653-658.
[34] A.J. van der Schaft, On nonlinear observers, IEEE Trans. Automat. Control, 30, 1985, p.1254-1256.
[35] F.E. Thau, Observing the state of non-linear dynamic systems, Internat. J. Control, 17, 1973, p.471-479.
[36] E. Walter, Identifiability of State Space Models, Lect. Notes Biomath., 46, Springer-Verlag, Berlin, 1982.
[37] D. Williamson, Observation of bilinear systems with application to biological control, Automatica, 13, 1977, p.243-254.
[38] M. Zeitz, Nichtlineare Beobachter, Regelungstechnik, 27, 1979, p.241-249.