

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE.

C. REMUS et O. MACCHI

Laboratoire des Signaux et Systèmes - C.N.R.S./E.S.E.- Plateau du Moulon, 91190 GIF/SUR-YVETTE.

RESUME

A des débits élevés, les systèmes de transmission de données sont affectés non seulement par les interférences intersymboles et le bruit additif mais aussi par les écarts de phase dans le canal (gigue, dérive de fréquence, ...). Dans les systèmes modulés, la présence d'une porteuse ou d'un diagramme spatial permet d'estimer et de compenser le déphasage du canal.

On montre, dans ce travail, que la compensation du déphasage est également possible en bande de base, les écarts de phase agissant comme un bruit multiplicatif sur le signal analytique du signal de réception. La structure préconisée comprenant un filtre adaptatif complexe pour l'élimination des interférences intersymboles, on est conduit, en l'absence d'écarts de phase, à comparer les performances d'un égaliseur complexe à celles d'un égaliseur réel classique plus simple. Cette comparaison met en évidence le rôle de l'instant d'échantillonnage sur les performances de l'égaliseur réel. Une structure optimisant cet instant par rotation de phase adaptative est proposée, elle comprend un égaliseur réel suivi d'un égaliseur à un seul coefficient complexe, appelé égaliseur de gigue. La rotation pouvant également servir à l'élimination des écarts de phase, on est amené à comparer, en leur présence, cette structure sous-optimale avec le système à égaliseur complexe précédent.

SUMMARY

Not only intersymbol interferences and additive noise but also phase deviation (jitter, frequency shift, ...) arise in high speed data transmission. In modulated systems, from the carrier or the spatial diagram, phase can be recovered.

In this paper, baseband transmission is considered: since phase deviation acts as multiplicative noise on the analytical signal of the received signal, it is shown that its elimination is still possible. In the proposed structure, the suppression of intersymbol interferences is accomplished by a complex adaptive filter. So, in the absence of phase deviation, this equalizer is compared to the real classical one. The role played by sampling time on the performances of the real equalizer is pointed out. A structure optimizing this time by adaptive phase rotation is proposed; it includes a real equalizer followed by a complex one-coefficient equalizer, called jitter equalizer. Since the phase recovery can also be achieved by this rotation, in the presence of phase deviation this structure is compared to the system including a complex equalizer.



UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE.

I - INTRODUCTION.

1) Modèle étudié :

Soit une suite de symboles u_j de moyenne nulle, de fonction de corrélation :

$$\Gamma_K = E[u_j u_{j+K}] = \begin{cases} \frac{1}{2}, & K=0 \\ -\frac{1}{4}, & |K|=1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1)$$

Ces données sont transmises par les amplitudes successives d'impulsions identiques à un rythme égal à $\frac{1}{\Delta}$ bauds ; le signal émis vaut donc :

$$a(t) = \sum_{j \in \mathbf{Z}} u_j c(t-j\Delta). \quad (2)$$

Si le canal de transmission ne perturbe pas ce signal, après filtrage à la réception par un filtre f_R de réponse impulsionnelle $f_{R0}(t)$, on obtient :

$$X'_0(t) = \sum_{j \in \mathbf{Z}} u_j f_{R0}(t-j\Delta), \quad (3)$$

où $f_{R0}(t)$ est le produit de convolution des filtres f_R et C ...

Le choix des filtres f_R et C permet de ne pas avoir d'interférences intersymboles ; il suffit pour cela de satisfaire :

$$\forall K \in \mathbf{Z}, (f_{R0}(K\Delta)) = \delta_{K,0} \quad (\text{symbole de Kroneker}). \quad (4)$$

Dans ce cas :

$$X'_0(K\Delta) = u_K. \quad (5)$$

de sorte qu'en échantillonnant aux instant $K\Delta$ on retrouve les symboles sans erreur.

En fait, dans le canal de transmission, le signal émis subit trois sortes de perturbations :

- un filtrage K de réponse impulsionnelle $k(t)$,
- l'addition d'un bruit additif $N'(t)$ centré, stationnaire,
- l'introduction d'écarts de phase $\phi(t)$ (gigue et dérive de fréquence ...) se traduisant par l'opération non linéaire :

$$\forall \omega \in \mathbf{R}^+ \quad \cos \omega t \rightarrow \cos[\omega t + \phi(t)]. \quad (6)$$

Un signal $S'(t)$ de forme générale se trouve modifié de la façon suivante : il devient

$$R'(t) = S'(t) \cos \phi(t) - \check{S}'(t) \sin \phi(t) = \text{Re}[S(t) e^{j\phi(t)}] \quad (7)$$

où $\check{S}'(t)$ et $S(t)$ sont respectivement les signaux en quadrature et analytique de $S'(t)$.

Lorsque la fréquence maximale F du spectre de $e^{j\phi(t)}$ et la fréquence la plus basse b du spectre de $S'(t)$ vérifient :

$$b \geq F, \quad (8)$$

le signal analytique $R(t)$ de $R'(t)$ s'écrit :

$$R(t) = S(t) e^{j\phi(t)}. \quad (9)$$

Les écarts de phase apparaissent alors comme un bruit multiplicatif complexe $m(t) = e^{j\phi(t)}$ agissant sur le signal analytique $S(t)$ qui peut être obtenu à partir de $S'(t)$ par simple séparation de phase selon le schéma de la figure 1.

Après filtrage à la réception par le filtre f_R , l'onde observée $X'(t)$ a donc pour expression :

$$X'(t) = \sum_{j \in \mathbf{Z}} u_j [W'(t-j\Delta) \cos \phi(t) - \check{W}'(t-j\Delta) \sin \phi(t)] + B'(t) \quad (10)$$

où la fonction $W'(t)$ est le résultat du filtrage de $(f_{R0}(t))$ par le canal et où $B'(t)$ est le bruit filtré $f_R[N'(t)]$.

Quant au signal analytique $X(t)$ de $X'(t)$, il s'écrit

$$X(t) = \sum_{j \in \mathbf{Z}} u_j W(t-j\Delta) e^{j\phi(t)} + B(t) \quad (11)$$

où $W(t)$ et $B(t)$ sont les signaux analytiques respectifs de $W'(t)$ et de $B'(t)$.

La condition (8) est assurée par la coupure des basses fréquences par le canal de transmission.

Dans le domaine spectral, le débit de transmission $1/\Delta$ doit satisfaire les inégalités :

$$\frac{1}{2\Delta} < B < \frac{1}{\Delta} - b. \quad (12)$$

L'inégalité de gauche indique qu'il faut transmettre les fréquences de la bande de Nyquist si l'on ne veut pas perdre d'information, l'inégalité de droite assure au débit une valeur suffisamment élevée.

Comme pratiquement la bande passante du canal téléphonique s'étend de 300 à 3000 Hz, on a choisi dans nos exemples un débit $1/\Delta$ égal à 4800 bauds.

On appelle alors excès de bande (ou aliasing) la quantité :

$$EB = B - \frac{1}{2\Delta} \quad (13)$$

et on adopte la notation :

$$B_1 = \frac{1}{2\Delta} - EB = \frac{1}{\Delta} - B. \quad (14)$$

Ces deux quantités sont mises en évidence sur le spectre de $X'(t)$ (figure 2).

2) Le problème de la transmission en bande de base :

La transmission en bande de base impliquant l'absence de porteuse et aussi de diagramme spatial, il n'a jamais été envisagé, jusqu'à présent, de pouvoir transmettre sans modulation sur un canal affecté d'écarts de phase.

Par contre, en l'absence d'écarts de phase, l'élimination des interférences intersymboles est opérée par un simple égaliseur réel comme indiqué sur la figure 3.

En fait, comme on le montrera dans les paragraphes suivants, la transmission en bande de base est utilisable même lorsque le canal de transmission introduit un glissement de spectre ; en outre, un égaliseur réel n'est pas le système toujours optimal en l'absence de problème de phase.

II - RECEPTION A EGALISEUR COMPLEXE ET EGALISEUR DE GIGUE EN PRESENCE D'ECARTS DE PHASE.

1) Suppression des écarts de phase en l'absence d'interférences : Egaliseur de gigue.

En l'absence d'interférences, les échantillons x_K aux instants t_K du signal analytique $X(t)$ s'écrivent

$$x_K = u_K W'(t_0) e^{j\phi(t_K)} + j \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} u_l \check{W}'(t_K - l\Delta) \right] e^{j\phi(t_K)} + B(t_K). \quad (15)$$

On voit alors qu'il suffit d'une simple multiplication complexe par $e^{-j\phi(t_K)}$ pour retrouver à l'instant t_K sur la voie réelle, le symbole u_K émis.

Sur la voie imaginaire, par contre, à la suite de cette multiplication, le signal dépend, à tout instant, d'une infinité de symboles u_l ; il est impossible d'éliminer les interférences en même temps sur les deux voies.

Pratiquement, la multiplication précédente peut être opérée par un filtre adaptatif à un seul coefficient complexe G^K , dit égaliseur de gigue, déjà étudié par O. MACCHI et M. LEVY [1].

UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE.

Ne pouvant éliminer les interférences à la fois sur les parties réelle et imaginaire du signal, on cherche à minimiser l'erreur quadratique moyenne sur la voie réelle de sortie du récepteur

$$\xi^2 = E[(\text{Ré}(G^K x_K) - u_K)^2] \quad (16)$$

On utilise pour cela l'algorithme du gradient stochastique

$$G^{K+1} = G^K - \lambda x_K^* [\text{Ré}(G^K x_K) - u_K] \quad (17)$$

L'idée d'utiliser un égaliseur très court pour la poursuite des écarts de phase vient d'un résultat établi par plusieurs auteurs [2][3] sur la rapidité de convergence des algorithmes stochastiques dont l'énoncé est le suivant : "plus le nombre de coefficients de l'égaliseur est faible, plus ce dernier est rapidement adaptatif".

2). Elimination conjointe des interférences et des écarts de phase.

Le signal $X'(t)$ de l'équation (10) a un spectre limité à la bande $[b, B]$. D'après le théorème de Shannon, on peut se contenter d'échantillonner son signal analytique $X(t)$ à la fréquence B pour obtenir toute l'information utile, donc pour restituer les données, à fortiori à la fréquence $1/\Delta$ par suite de l'hypothèse (12).

En vue d'éliminer les interférences intersymboles, on peut envisager de traiter le signal $X(t)$ dans un égaliseur linéaire complexe adaptatif classique $H = H^* H$ à savoir un filtre numérique transverse à $(2N+1)$ coefficients complexes. Le canal étant lentement variable au cours du temps, ce dernier doit être adaptatif ; il est donc caractérisé aux instants $t_K = t_0 + K\Delta$ par les vecteurs $\vec{H}^K = \vec{H}^K + j\vec{H}^K$ de ses coefficients $\{h_{ij}^K\}_{i=-N, \dots, +N}$.

Désignant par \vec{x}_K le vecteur complexe des échantillons présents à l'instant t_K dans cet égaliseur :

$$\vec{x}_K = [x[(K+N)\Delta], \dots, x(K\Delta), \dots, x[(K-N)\Delta]] \quad (18)$$

La sortie y_K de H à l'instant t_K s'écrit :

$$y_K = \vec{H}^K \vec{x}_K \quad (19)$$

L'utilisation de cet égaliseur pour la suppression des interférences intersymboles, lorsque sont présents des écarts de phase, est basée sur le résultat déjà signalé : "plus le nombre de coefficients est élevé, plus la rapidité d'adaptation est faible".

Il en résulte que des phénomènes aussi rapides que les écarts de phase se propagent à travers l'égaliseur long H sans être modifiés. Ce dernier admet en sortie des échantillons y_K débarassés de toute interférence dont l'écriture s'apparente à celle des échantillons x_K de l'équation (15). On est ramené au cas précédent et l'élimination des écarts de phase peut se faire à l'aide d'un égaliseur de gigue G^K (figure 4).

Les algorithmes d'adaptation auxquels on est conduit par minimisation de l'erreur sur les sorties réelles de H puis de G sont les suivants :

$$\begin{cases} \vec{H}^{K+1} = \vec{H}^K - \mu \vec{x}_K^* [\text{Ré}(z_K) - u_K] \\ G^{K+1} = G^K - \lambda y_K^* [\text{Ré}(z_K) - u_K] \end{cases} \quad (20)$$

où z_K est la sortie de l'égaliseur (G) .

En fait, on est contraint de modifier légèrement (20) en présence de forte dérive [6] par le report sur \vec{H}^{K+1} de la compensation des déphasages de grande amplitude.

3) Conditions et résultats de simulations.

Des simulations ont été effectuées portant sur un

canal téléphonique peu distordu en présence d'un bruit additif, blanc, gaussien, centré, à 25 dB sous le signal.

On s'est alors intéressé aux performances du système proposé lorsqu'on introduisait des giges sinusoidales ou des dérivées de fréquence.

Il a été trouvé que, dans tous les cas vraisemblables de transmission, l'erreur quadratique moyenne $E[|\text{Ré}(z_K) - u_K|^2]$ était acceptable et peu sensible à la variation du paramètre λ de l'égaliseur (G) .

4) Conclusions :

La transmission en bande de base est donc possible en présence d'écarts de phase moyennant l'emploi à la réception d'un séparateur de phase, d'une égaliseur complexe et d'un égaliseur de gigue.

Toutefois la complexité d'une telle structure est élevée ; 200 multiplications réelles sont nécessaires, à chaque itération, lorsque l'égaliseur complexe H compte 31 coefficients et lorsqu'on utilise un séparateur de phase récursif (figure 5) pour générer le signal analytique $X(t)$ à partir de l'observation $X'(t)$. Un dispositif plus simple sera exposé au paragraphe IV.

III - CANAL DE TRANSMISSION NON AFFECTE D'ECARTS DE PHASE : EGALISEUR COMPLEXE OU REEL ?

1) Introduction :

Le paragraphe précédent a montré la possibilité de transmission en bande de base en présence d'écarts de phase. Le récepteur utilisé comprenant un égaliseur complexe H , il paraît intéressant de savoir si un tel égaliseur est nécessaire au traitement des interférences intersymboles ou si un égaliseur réel classique peut suffire.

On va donc maintenant supposer que les écarts de phase sont nuls et envisager, à la réception, l'emploi d'un égaliseur réel classique H ou d'un égaliseur complexe H . Leurs actions portent respectivement sur les échantillons du signal réel $X'(t)$ ou sur ceux du signal analytique $X(t)$ aux instants t_K .

On devrait en toute rigueur entreprendre leur comparaison relativement au critère de la probabilité d'erreur minimale. Les conditions de transmission étant identiques dans les deux cas, il est légitime de se contenter de les comparer en se référant aux erreurs quadratiques moyennes minimales beaucoup plus aisées à manier. De façon à pouvoir donner une expression commode de ces quantités, on supposera, en outre, que les coefficients présents dans les égaliseurs sont en nombre infini.

2) Expressions des erreurs quadratiques moyennes minimales.

$R'(v)$ désignant la densité spectrale du bruit $B'(t)$ donc après filtrage F_R , $W'(v)$ le gain du canal équivalent $(W = F_R \circ K \circ C)$, on peut définir sur l'intervalle

$[B_1, \frac{1}{2\Delta}]$ les fonctions positives F et G par :

$$\forall v \in [B_1, \frac{1}{2\Delta}] \begin{cases} F(v) = \frac{|W'(v)|^2}{R'(v)} + \frac{|W'(v - \frac{1}{\Delta})|^2}{R'(v - \frac{1}{\Delta})} \\ G(v) = F(v) - \frac{|W'(v) + W'(v - \frac{1}{\Delta}) e^{-j2\pi v \frac{1}{\Delta}}|^2}{R'(v) + R'(v - \frac{1}{\Delta})} \end{cases} \quad (21)$$

Il est alors possible de calculer, en fonction de ces grandeurs, les expressions des erreurs quadratiques moyennes minimales ξ^2 et ξ^2 correspondant respectivement aux cas des égaliseurs réel ou complexe :



UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE.

$$\begin{aligned} \epsilon^2 &= \omega^2 \left[2b\Delta - \frac{\sin 2nb\Delta}{\pi} + 2\Delta \int_b^{B_1} \frac{R'(v)/\Delta^2 (1 - \cos 2nv\Delta) dv}{R'(v)/\Delta^2 + \frac{1 + \omega^2(v)^2}{\Delta^2} (1 - \cos 2nv\Delta)} + 2\Delta \int_b^{B_1} \frac{(1 - \cos 2nv\Delta) dv}{R'(v)/\Delta^2 + \frac{1 + \omega^2(v)^2}{\Delta^2} (1 - \cos 2nv\Delta)} \right] \quad (22) \\ \epsilon^2 &= \omega^2 \left[2b\Delta - \frac{\sin 2nb\Delta}{\pi} + 2\Delta \int_b^{B_1} \frac{R'(v)/\Delta^2 (1 - \cos 2nv\Delta) dv}{R'(v)/\Delta^2 + \frac{1 + \omega^2(v)^2}{\Delta^2} (1 - \cos 2nv\Delta)} + 2\Delta \int_b^{B_1} \frac{(1 - \cos 2nv\Delta) dv}{R'(v)/\Delta^2 + \frac{1 + \omega^2(v)^2}{\Delta^2} (1 - \cos 2nv\Delta)} \right] \quad (23) \end{aligned}$$

(21) fait intervenir le facteur $\cos 2\theta(v)$ et que, par suite, l'écart de performances $\epsilon'^2 - \epsilon^2$ est une fonction positive continue et périodique de période π de la variable $\theta(1/2\Delta)$. Par action sur la phase $\phi(1/2\Delta)$ ou sur l'instant d'échantillonnage t_0 , on peut faire varier cet écart.

Deux cas sont susceptibles de se présenter :
i) le retard $\tau(v)$ est pair autour de $1/2\Delta$ dans la bande de repliement $[B_1, B]$; la fonction θ précédente se réduit à :

$$\forall v \in [B_1, \frac{1}{2\Delta}] \quad \theta(v) = \theta(\frac{1}{2\Delta}) \quad (28)$$

On constate que ces expressions sont la somme de trois termes distincts :
- d'une erreur systématique ϵ_s^2 présente même en l'absence de bruit et indépendante du caractère réel ou complexe de l'égalisation. Elle provient de la coupure par le canal de transmission des basses fréquences présentes dans le signal émis. Elle tend à devenir prépondérante lorsque le bruit s'affaiblit et à rendre donc inutile une égalisation complexe,
- d'une erreur ϵ_N^2 également indépendante de la nature de l'égalisation et représentant la contribution à l'erreur de la bande de fréquences non affectée par le repliement du spectre $[b, B_1]$.
- d'une erreur apportée par la bande $[B_1, \frac{1}{2\Delta}]$ dans laquelle se replie l'excès de bande lors d'un échantillonnage de pas Δ . Suivant la nature réelle ou complexe de l'égaliseur, on note cette contribution ϵ_R^2 ou ϵ_C^2 .

Alors sur l'intervalle $[0, \pi[$, l'écart $\epsilon'^2 - \epsilon^2$ est croissant en fonction de $\theta(1/2\Delta)$ dans la plage $[0, \pi/2[$, décroissant ensuite. Il est minimal lorsque ce paramètre est nul donc pour un instant d'échantillonnage et une phase $\phi(1/2\Delta)$ liés par la relation déjà établie par d'autres auteurs [5] :

$$\phi(\frac{1}{2\Delta}) + \frac{\pi t_0}{\Delta} = 0 \quad (29)$$

En outre, lorsque cette relation est satisfaite, il est toujours possible de rendre nul l'écart de performances résiduel entre les égaliseurs réel et complexe. Il suffit de choisir des filtres F_R et C liés par (24) et dépendant du gain du canal et de la densité spectrale de bruit par la relation :

$$\forall v \in [B_1, \frac{1}{2\Delta}] R'(v) A(\frac{1}{\Delta} - v) [1 + \sin \pi \frac{v - \frac{1}{2\Delta}}{2EB}] = R'(v - \frac{1}{\Delta}) A(v) [1 - \sin \pi \frac{v - \frac{1}{2\Delta}}{2EB}] \quad (30)$$

Les expressions (22) et (23) montrent également que seule la fonction $G(v)$ et donc l'égaliseur réel sont sensibles aux distorsions de phase du canal et à l'instant d'échantillonnage t_0 ; les performances de l'égaliseur complexe ne dépendent en effet que du gain en amplitude du canal puisque, d'après la théorie de Shannon, le repliement n'affecte pas la phase du canal l'échantillonnage de $X(t)$ à des instants $t_K = t_0 + K\Delta$ suffisant à reconstituer $X(t)$ indépendamment de l'instant origine t_0 .

ii) le retard $\tau(v)$ est quelconque :
On est assuré que l'écart de performances $\epsilon'^2 - \epsilon^2$ est strictement positif et qu'il admet des maxima et des minima alternatifs avec au moins au minimum global sur l'intervalle $[0, \pi[$. Ce dernier correspond à une relation entre la phase $\phi(1/2\Delta)$ et l'instant d'échantillonnage t_0 de la forme :

$$\phi(\frac{1}{2\Delta}) + \frac{\pi t_0}{\Delta} = \theta_0 \quad (31)$$

3) Influence de l'instant d'échantillonnage et des distorsions de phase sur les performances des égaliseurs.

On a vu que le filtre composé $F_R C$ devait satisfaire le premier critère de Nyquist. Dans le cas traité en exemple, il s'agit d'un filtre en cosinus surélevé de pente symétrique autour de $1/2\Delta$ et d'excès de bande EB , dont le module du gain est :

Il n'est plus possible d'égaliser les performances des égaliseurs réel et complexe. On peut seulement espérer obtenir la minimisation de l'erreur ϵ'^2 par la satisfaction des conditions (30) et (31).

$$F_R(v)C(v) = \begin{cases} 1 & |v| \in [0, B_1] \\ \frac{1}{2} [1 - \sin \pi \frac{|v| - \frac{1}{2\Delta}}{2EB}] & |v| \in [B_1, \frac{1}{2\Delta}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (24)$$

Avant d'effectuer des calculs montrant l'importance des conditions précédentes, on va étudier un dispositif conduisant de façon adaptative à l'ajustement (29) ou (31).

De même, le gain en fréquences du canal peut se mettre sous la forme :

$$-j2\pi \int_b^v \tau(u) du + j\phi(b) \quad (25)$$

où $A(v)$ est le module du gain et $\tau(v)$ le retard de temps de propagation de groupe du canal.

4) Une structure d'égalisation sous-optimale à égaliseur réel et égaliseur de gigue :

On peut définir une fonction θ sur l'intervalle $[B_1, \frac{1}{2\Delta}]$ par l'expression :

Il est aisé de mettre le signal reçu $X'(t)$ sous la forme :

$$\theta(v) = \frac{\pi t_0}{\Delta} + \frac{1}{2} [\phi(v) + \phi(\frac{1}{\Delta} - v)] = \frac{\pi t_0}{\Delta} + \phi(\frac{1}{2\Delta}) + \pi \left[\int_v^{\frac{1}{2\Delta}} \tau(u) du - \int_{\frac{1}{\Delta} - v}^{\frac{1}{2\Delta}} \tau(u) du \right] \quad (26)$$

$$X'(t) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} u_K \text{Re} \{ w(t - K\Delta) e^{j\phi(\frac{1}{2\Delta})} \} + B'(t) \quad (32)$$

où $w(t)$ est un signal analytique indépendant de la valeur prise par la phase $\phi(1/2\Delta)$.

condensable sous la forme :

Cette écriture suggère un dispositif simple d'ajustement de la phase $\phi(1/2\Delta)$ (figure 6 a ou b) dans lequel un séparateur de phase précède ou suit un égaliseur réel H_1' tandis que l'égaliseur de gigue décrit en II est placé à la sortie de l'ensemble.

$$\theta(v) = \theta(\frac{1}{2\Delta}) + \Omega(v) \quad (27)$$

Supposant le vecteur \vec{H}_1' optimal, le coefficient G est adapté de façon à réduire l'erreur quadratique moyenne :

On peut alors montrer que la fonction $G(v)$ définie en

$$\epsilon'^2 = E [(\text{Re} \{ G^K y_K \} - u_K)^2] \quad (33)$$

UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE.

à l'aide de l'algorithme du gradient stochastique :

$$G^{K+1} = G^K - \lambda y_K^* [R \hat{e}(G^K y_K) - u_K] \quad (34)$$

Il est à remarquer que contrairement aux systèmes d'ajustement d'horloge préconisés antérieurement :

- i) le système précédent n'agit pas sur l'horloge mais effectue une rotation sur la phase ;
- ii) il établit une boucle d'asservissement entre la phase $\phi(1/2\Delta)$ et la valeur d'erreur quadratique ϵ^2 soit entre l'entrée du récepteur et la sortie de l'égaliseur. Il s'agit donc d'un système aval et non d'un système amont ; on a ainsi l'avantage de pouvoir mener une minimisation globale de la fonction d'erreur ϵ^2 en fonction des paramètres de l'égaliseur et de la phase $\theta(1/2\Delta)$ (ou de l'instant d'échantillonnage) contrairement aux systèmes amont qui aboutissent seulement à une optimisation partielle.

5) Comparaison des performances des égaliseurs réel et complexe ; applications numériques.

On suppose dorénavant que la transmission s'effectue sur un canal téléphonique ; les paramètres représentatifs de la liaison prennent alors les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} b &= 300 \text{ Hz} & \frac{1}{2\Delta} &= 2400 \text{ Hz} \\ B &= 3000 \text{ Hz} & & \end{aligned} \quad (35)$$

EB et B_1 s'en déduisent :

$$EB = B - \frac{1}{2\Delta} = 600 \text{ Hz} ; B_1 = \frac{1}{2\Delta} - EB = 1800 \text{ Hz} \quad (36)$$

On fait en outre l'hypothèse que le bruit $N'(t)$ introduit par le canal est blanc, gaussien, centré, de densité monolatérale de puissance N_0 et que le gain $A(v)$ est constant (canal exempt de distorsions d'amplitude).

On sait [7] que l'optimisation du système exige alors une égale répartition de la mise en forme entre l'émission et la réception. On peut voir que les équations (24) et (30) confirment ce résultat.

On suppose dans la suite que cette égale répartition a bien été respectée.

De façon à étudier les variations de l'erreur quadratique moyenne ϵ^2 en fonction de la valeur prise par l'instant d'échantillonnage, on va commencer par supposer que $\tau(v)$ est pair autour de $1/2\Delta$.

La condition (24) étant satisfaite, on a vu précédemment qu'un instant d'échantillonnage t_0 satisfaisant (29) permet un alignement des performances de l'égaliseur réel sur celles de l'égaliseur complexe.

Par contre, lorsqu'on ne satisfait plus (29) mais que l'instant d'échantillonnage est mal choisi de telle façon que l'on a

$$\theta\left(\frac{1}{2\Delta}\right) = \phi\left(\frac{1}{2\Delta}\right) + \frac{\pi t_0}{\Delta} = \frac{\pi}{2} + K\pi, \quad (37)$$

il est possible d'obtenir un encadrement de $\frac{\epsilon^2}{2}$ pour toute valeur du rapport signal sur bruit ; avec les valeurs numériques précédentes, cet encadrement est représenté sur la figure 7.

Il établit que les performances de l'égaliseur réel sont extrêmement sensibles au choix de l'instant d'échantillonnage pour une phase $\phi(1/2\Delta)$ donnée. Lorsque ce dernier est mal choisi, en fonction du niveau de bruit, la détérioration des performances peut aller d'un facteur 2 à un facteur 5 ou même davantage ce qui devient prohibitif pour la probabilité d'erreur. Il convient de souligner que cette détérioration est maximale lorsque le bruit est moyen (20 dB à 25 dB en dessous du signal) ce qui est justement le cas intéressant.

Dans la réalité, il est bien évident que le retard $\tau(v)$ est rarement pair autour de $1/2\Delta$; on sait qu'il existe alors au moins un instant d'échantillonnage op-

timal et que ce dernier satisfait une relation du type (31).

Supposant qu'un tel instant a été choisi (par exemple à l'aide d'un dispositif à égaliseur de gigue) il est intéressant d'établir un lien entre les performances de l'égaliseur réel et les distorsions de phase affectant le canal de transmission.

Dans ce but, des calculs ont été menés sur des canaux exempts de distorsions d'amplitude dont le retard de temps de propagation de groupe est de "moins en moins symétrique" autour de la fréquence $1/2\Delta$.

On montre que très souvent, la satisfaction de la condition (31) suffit à assurer à l'égaliseur réel des performances comparables à celles de l'égaliseur complexe. Ce n'est que dans le cas d'un retard $\tau(v)$ très contrasté que l'emploi d'un égaliseur complexe s'avère absolument nécessaire.

6) Conditions et résultats de simulations :

On a choisi d'effectuer des simulations sur des types de canaux réels affectés non seulement de distorsions de phase mais aussi, sans que cela remette en cause les résultats précédents, de distorsions d'amplitude. Dans les deux canaux retenus les retards de temps de propagation de groupe sont respectivement de faible ou de forte antisymétrie autour de la fréquence de Nyquist.

On utilise à la réception des égaliseurs à $2N+1=31$ coefficients :

- soit réel,
- soit réel précédé ou suivi d'un séparateur de phase récursif et complété d'un égaliseur de gigue,
- soit complexe précédé d'un séparateur récursif.

Avant toute comparaison, les coefficients de ces égaliseurs sont ajustés à leurs valeurs optimales à l'aide d'algorithmes du gradient stochastique. A la fin de cette phase initiale, on suppose la convergence suffisamment fine pour que la comparaison soit valable.

Les bruits simulés sont gaussiens de niveau constant dans la bande du canal à 15 ou 25 dB sous le signal.

Il apparaît que, pour de bonnes lignes de transmission, quel que soit le niveau de bruit, le dispositif à égaliseur de gigue du paragraphe III.4 permet un alignement des performances de l'égaliseur réel sur celles de l'égaliseur complexe.

Par contre, avec une ligne de transmission nettement plus mauvaise, cet alignement n'est plus possible et la nécessité d'un égaliseur complexe se fait sentir.

IV - EMPLOI D'UN EGALISEUR REEL EN PRESENCE D'ECARTS DE PHASE.

1) Présentation du système.

En l'absence d'écarts de phase, une optimisation parfaite nécessite l'emploi d'un égaliseur complexe mais, dans de très nombreux cas, on obtient une très bonne sous-optimalité en faisant suivre un égaliseur réel d'un égaliseur de gigue. En présence de fluctuations de phase $e^{j\phi(t)}$, le dispositif de correction à savoir l'égaliseur de gigue doit naturellement être adjoindé à l'égaliseur complexe mais pas à la structure sous-optimale (figure 6) qui le comporte déjà. Il convient donc d'étudier, en présence d'écarts de phase, le comportement de cette structure (figure 6) qui a l'avantage sur celle du paragraphe II (figure 4) d'être à peu près deux fois moins complexe.

Comme au paragraphe II.2, les écarts de phase apparaissent comme un bruit multiplicatif sur les échantillons de signal analytique égalisé y_K (figure 6). L'égaliseur de gigue (G), chargé de la compensation de ce bruit, permet donc à nouveau de retrouver le symbole u_K sur sa sortie réelle.



UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE

Puisque, comme on l'a vu au paragraphe II.1, on ne peut annuler les interférences à la fois sur les parties réelle et imaginaire, les algorithmes d'adaptation des égaliseurs doivent à nouveau se fonder sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne :

$$\epsilon^2 = E[(\text{Re}(Z_K) - u_K)^2] \quad (38)$$

A cause de la nature réelle de l'égaliseur H_1 , il n'est toutefois plus possible de minimiser l'erreur alternativement sur les sorties réelles de H_1 et de G , il convient de minimiser l'erreur globale (38) successivement par rapport à H_1 puis à (6). Les algorithmes obtenus sur alors les suivants :

$$\begin{cases} \hat{H}_1^{K+1} = \hat{H}_1^K - \mu \text{Re} (G^{K+1} \hat{X}_K) [\text{Re}(Z_K) - u_K] \\ G^{K+1} = G^K - \lambda y_K^* [\text{Re}(Z_K) - u_K] \end{cases} \quad (39)$$

De même que les algorithmes (20) du paragraphe II, ils doivent être modifiés en présence de forte dérive. Cette modification est détaillée dans [4].

2) Conditions et résultats de simulations :

Les simulations ont porté sur un canal téléphonique peu distordu, en présence d'un bruit additif, blanc, gaussien, centré, à 25 dB sous le signal.

On s'est intéressé aux performances du système lorsque le canal est le siège de giges sinusoïdales et de dérives de fréquence.

On constate que les performances ne sont que légèrement inférieures à celles obtenues avec un égaliseur complexe et un égaliseur de gigue ce qui prouve que ce dernier remplit maintenant ses deux fonctions :

- ajustement de la phase $\theta(1/2\Delta)$,
- correction des écarts de phase.

Par contre, la plage de variations du paramètre λ est réduite.

Vu la complexité plus faible de la structure à égaliseur réel et égaliseur de gigue (154 au lieu de 200 multiplications réelles pour des égaliseurs longs à 31 coefficients) son emploi reste donc nettement préférable lorsque le canal est peu distordu.

V - CONCLUSIONS.

Dans cette étude, on a montré que la structure originale d'égaliseur complexe à deux étages déjà introduite par O. MACCHI et M. LEVY en MAQ pouvait également servir à la transmission en bande de base ; elle agit alors sur les deux voies obtenues par passage du signal d'entrée à son signal analytique et permet l'élimination conjointe des interférences intersymboles et des écarts de phase.

On a établi par ailleurs, qu'en l'absence d'écarts de phase et pour un faible excès de bande, les égaliseurs complexe et réel donnaient des performances quasi-identiques. Pour un excès de bande plus important, on a mis en évidence l'importance de l'instant d'échantillonnage et du temps de propagation dans le canal et opéré une distinction entre les canaux pour lesquels le temps de propagation est quasi-symétrique autour de la fréquence de Nyquist et les autres. Pour les premiers, une structure de réception sous-optimale dans laquelle un égaliseur réel est suivi d'un séparateur de phase et d'un égaliseur de gigue a été proposée : elle permet d'opérer simultanément l'optimisation adaptative de la phase d'horloge et l'élimination des interférences intersymboles. Pour les autres, l'emploi d'un égaliseur complexe est nécessaire.

Introduite en l'absence d'écarts de phase, la structure sous-optimale à égaliseur réel et égaliseur de gigue peut servir également à l'élimination des écarts de phase. On établit que, pour une complexité réduite d'environ 25% par rapport au système à égali-

seur complexe et égaliseur de gigue les performances sont souvent aussi bonnes.

REFERENCES.

- [1] O. MACCHI et M. LEVY "L'égaliseur de gigue", 6ème Colloque National sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice, Avril 1977.
- [2] G. UNGERBOECK "Theory of the speed of convergence in adaptive equalizers for digital communications" IBM Research Develop., Novembre 1972.
- [3] O. MACCHI "Résolution Adaptative de l'équation de Wiener Hopf. Cas d'un canal de données affecté de gigue". Annales de l'Institut H. Poincaré.
- [4] C. REMUS, Thèse d'Ingénieur Docteur "Transmission de données en bande de base", Orsay 1980.
- [5] A. DESBLACHES, Thèse de Docteur ès Sciences Physiques, Nice 1979.
- [6] O. MACCHI et C. MACCHI "Compensation de la dérive de fréquence par un égaliseur de gigue", 7ème Colloque National sur le traitement du signal et ses applications, Nice 1979.
- [7] LUCKY, SALZ et WELDON "Principles of Data Communications", Mc. Graw-Hill, 1968.

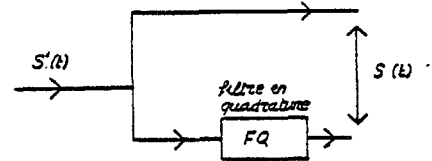


Figure 1 : Séparation de phase.

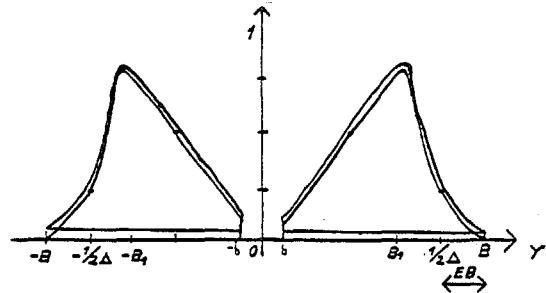


Figure 2 : Spectre du signal reçu.

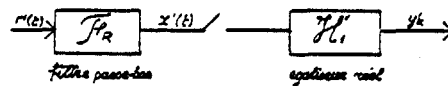


Figure 3 : Egalisation en bande de base. (classique)

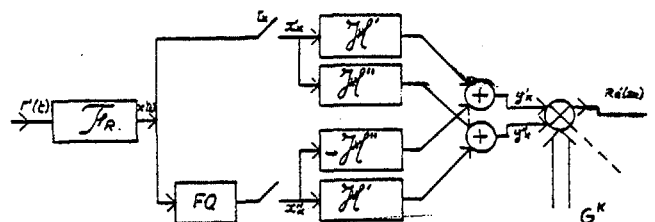


Figure 4 : Récepteur à égaliseur de gigue pour transmission en bande de base en présence d'écarts de phase.

UTILISATION D'UN EGALISEUR DE GIGUE
POUR TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE

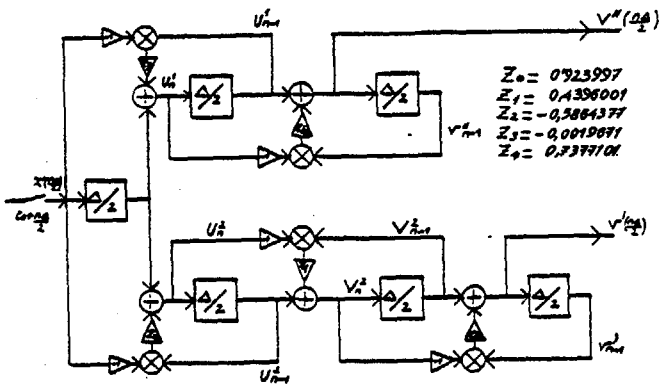


Figure 7 : Séparateur de phase numérique récursif.

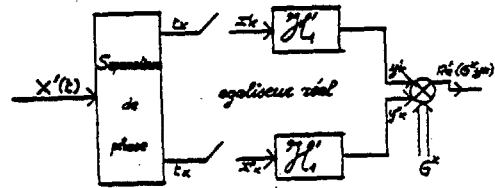


Figure 8a) Séparation de phase antérieure

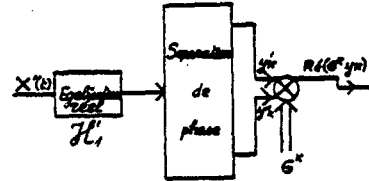


Figure 8 b) Séparation de phase postérieure
Structures d'égalisation sous-optimale.

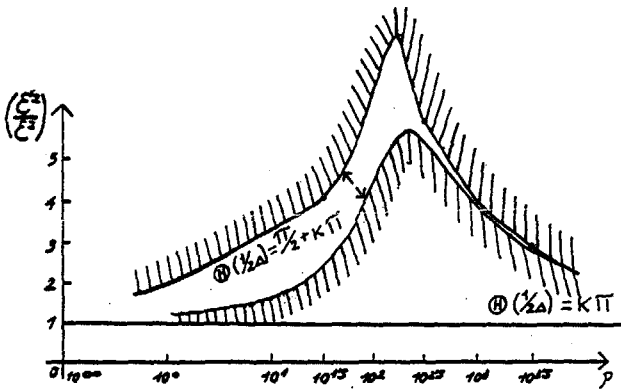


Figure 7: Enveloppement du rapport $\frac{C}{N_0}$ en fonction du rapport signal sur bruit ρ pour un canal non distordu.

