

# HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 1<sup>er</sup> au 5 JUIN 1981

---

CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

F. COHEN-TENOUDJI et G. QUENTIN

Groupe de Physique des Solides de l'E.N.S., Université Paris 7, Tour 23, 2 place Jussieu, 75251 Paris Cedex 05.

---

## RESUME

Par déconvolution de l'écho diffusé par une surface ou une cible on peut théoriquement accéder à la réponse impulsionnelle de ce diffuseur. Dans certains cas, cette réponse peut être reliée à la géométrie du diffuseur et utilisée pour le caractériser.

En pratique, même dans le domaine de la spectroscopie ultrasonore, les transducteurs utilisés ont toujours une largeur de bande finie. Nous proposons ici une méthode d'élargissement du spectre de Fourier qui permet d'améliorer les résultats obtenus par déconvolution. Les expériences ont été réalisées avec des cibles formées, soit de petites surfaces planes de formes variées, soit de grandes surfaces aléatoirement rugueuses. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ce que prévoit l'approximation de Kirchhoff-Helmoltz.

## SUMMARY

From deconvolution of the echo scattered by a surface, it is theoretically possible to obtain the impulse response of this scatterer. In some cases, this response can be closely related to the geometry of the scatterer and can be used for its characterization.

In practice, even in the field of ultrasonic spectroscopy, the transducers exhibit always a finite bandwidth. We suggest a method for extending the Fourier spectrum which leads to better results after deconvolution. The experiments are performed with targets consisting either of small plane surfaces with various shapes, either of large randomly rough surfaces. The results are in good agreement with those expected using Kirchhoff-Helmoltz approximation.



CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

### INTRODUCTION

L'écho revenant d'une surface irradiée par une impulsion très brève a une bande de fréquence étendue. Il est possible d'utiliser pour caractériser la surface diffusante l'étude du spectre de ce signal; ceci concerne à la fois l'acoustique sous-marine et la recherche des défauts dans les matériaux (1,2). Lorsque les dimensions de la cible sont du même ordre de grandeur que celles des ultrasons incidents, le signal diffusé est une fonction très rapidement variable de la fréquence et il est possible d'en déduire les dimensions principales du diffuseur (les longueurs sont évaluées à quelques pour-cent près). Nous utilisons généralement des cibles de petite dimension situées dans le champ lointain du transducteur émetteur-récepteur.

L'analyse des échos dans le domaine du temps est utilisée en imagerie ultrasonore (3) tant en contrôle non destructif des matériaux, qu'en techniques sonar ou en médecine. Dans le premier cas, elle sert à mesurer la dimension des défauts, dans les métaux en particulier (4,5). Lloyd (4) utilisant la théorie de la formation des échos de Freedman (6) qu'un écho est formé chaque fois que l'impulsion ultrasonore tombe sur une portion de la cible où apparaît une discontinuité dans l'angle solide sous lequel le transducteur voit la cible diffusante. Cette formulation est particulièrement adaptée au régime hautes fréquences (dimensions de l'objet très supérieures à la longueur d'onde ultrasonore) car dans ce cas les échos provenant des différentes discontinuités sont bien séparés dans le temps.

Lorsque les dimensions de la cible deviennent voisines de la longueur d'onde ou même simplement de la durée de l'impulsion ultrasonore, l'analyse du signal reçu est plus complexe. La méthode de déconvolution des échos permet, en principe, de recréer la situation où le transducteur émettrait une impulsion de Dirac et où la fonction de transfert globale de l'ensemble électronique + transducteur serait une constante. Elle a été proposée et appliquée en contrôle non destructif par Haines et Langston (7). Les résultats obtenus ne sont cependant pas satisfaisants car même les meilleurs transducteurs utilisés en spectroscopie ultrasonore émettent des signaux dans une bande de fréquence assez limitée. Il en résulte que le signal déconvolé présente des oscillations parasites qui en rendent l'interprétation délicate. Nous nous proposons de montrer ici qu'il est possible d'obtenir de bien meilleurs résultats en étendant le spectre côté BF et côté HF. Du côté des basses fréquences, nous utilisons une extrapolation analytique de l'amplitude de Fourier jusqu'à la fréquence nulle. Du côté des hautes fréquences, nous utilisons deux transducteurs large bande au lieu d'un, et nous les choisissons tels que leurs bandes se recouvrent peu, mais suffisamment cependant pour que les amplitudes complexes de leurs spectres de Fourier puissent être raccordées. Cette nouvelle technique est appliquée à de petites cibles planes et à des surfaces rugueuses immergées dans l'eau.

### THEORIE

#### a) Cibles lisses

Nous assimilerons l'onde incidente à une onde plane; cette approximation est justifiée puisque nous utilisons une cible de très petites dimensions placée en champ lointain. Nous prenons comme point de départ l'approximation de Kirchhoff dans la formulation proposée par Neubauer (8) et Johnson (9). La pression acoustique rétrodiffusée par une surface rigide A s'écrit :

$$p_r(k) = \frac{ikB\alpha}{2\pi} \iint_A R(\theta) \cos \theta \exp(-2ikz) da \quad (1)$$

B coefficient tenant compte du spectre de l'onde incidente

$\alpha$  facteur de phase dépendant du choix de l'origine des coordonnées

$R(\theta)$  coefficient de réflexion de la surface à l'incidence  $\theta$

z position de l'élément de surface da selon l'axe de propagation du faisceau incident.

Dans le cas d'une surface lisse plane l'angle  $\theta$  est constant et l'intégrale se simplifie

$$p_r(k) = \frac{ikB\alpha R(\theta) \cos \theta}{2\pi} \iint_A \exp(-2ikz) da \quad (2)$$

Nous normalisons cette expression par la valeur  $p_{ro}(k)$  obtenue pour une surface identique d'aire connue  $A_0$  placée perpendiculairement au faisceau à une distance  $z_0$  de l'émetteur.

$$P(k) = \frac{p_r(k)}{p_{ro}(k)} = \frac{\beta R(\theta) \cos \theta}{A_0 R(\theta)} \iint_A \exp(-2ikz) da \quad (3)$$

$\beta = \exp(2ikz_0)$  facteur de phase.

Dans le cas d'une surface dont la normale fait un angle  $\theta$  avec l'axe du faisceau, nous choisirons des axes de coordonnées  $Ox'$  et  $Oy$  ( $\perp Oz$ ) situés dans le plan de la surface A (fig. 1).

$$x' = z / \sin \theta \quad da = dx' dy = dy dz / \sin \theta$$

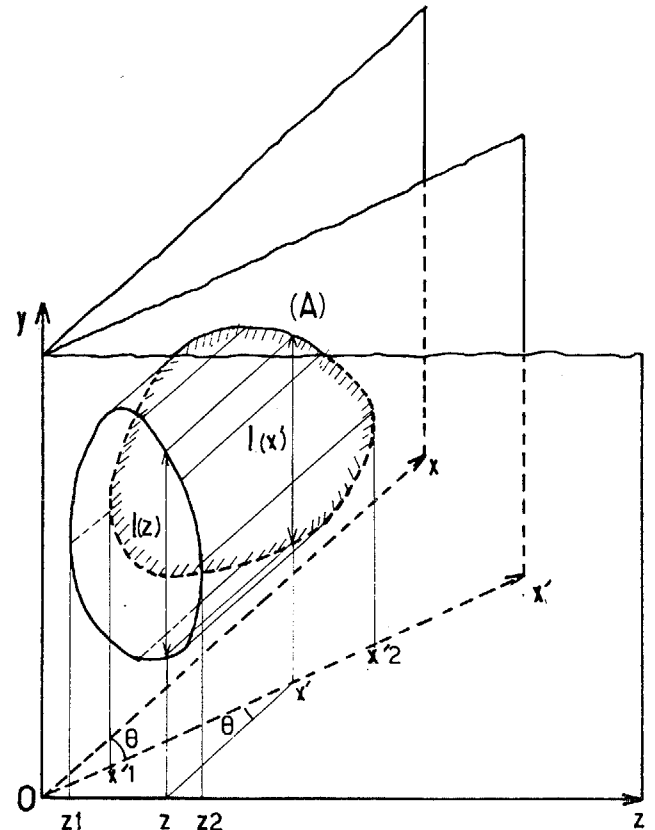


Figure 1 - Géométrie de l'expérience.

CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

L'intégration selon y est évidente et nous obtenons

$$P(k) = \frac{\beta R(\theta)}{A_0 R(o) \operatorname{tg} \theta} \int_{z_1}^{z_2} \ell(z) \exp(-2ikz) dz \quad (4)$$

$\ell(z)$  est la longueur de la section de la surface par un plan d'onde coupant en z l'axe du faisceau. Au lieu d'utiliser les variables d'espace, il est plus commode de passer aux variables temps-fréquence (7) en remarquant que le temps d'arrivée de l'écho provenant de  $\ell(z)$  est  $t = 2z/c$  où c désigne la vitesse du son dans le milieu de couplage.

$$P(f) = \frac{c \beta R(\theta)}{2 A_0 R(o) \operatorname{tg} \theta} \int_{t_1}^{t_2} \ell\left(\frac{ct}{2}\right) \exp(-2i\pi ft) dt \quad (5)$$

La valeur de  $P(f)$  apparaît donc comme étant proportionnelle à la transformée de Fourier de la longueur  $\ell(ct/2)$  de la bande élémentaire de la surface frappée par le faisceau ultrasonore au temps  $t/2$ . Pour obtenir la forme de la surface diffusante A il suffit de connaître  $\ell$  dont on obtient la valeur par transformée de Fourier inverse.

$$\ell\left(\frac{ct}{2}\right) = \frac{2 A_0 R(o) \operatorname{tg} \theta}{c \beta R(\theta)} \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) \exp(2i\pi ft) df \quad (6)$$

Cette inversion suppose que l'on connaisse  $P(f)$  dans une bande de fréquence infinie alors que tout appareillage ultrasonore réel a une certaine bande passante ( $f_1, f_2$ ). La transformée de Fourier inverse de la fonction  $P_1(f)$  obtenue expérimentalement peut alors différer beaucoup de la fonction  $\ell$  cherchée; elle présente des distorsions et des oscillations.

Pour expliquer l'effet de la bande passante expérimentale nous avons effectué une modélisation. Nous supposons que le signal initial  $\ell(t)$  est rectangulaire et de durée 830 nanosecondes. La bande passante du dispositif expérimental sera assimilée à celle d'un filtre passe bande idéal ( $f_1, f_2$ ). Dans le cas de la figure 2a les fréquences de coupure sont  $f_1 = 0,55$  MHz et  $f_2 = 3,08$  MHz; le rapport  $f_2/f_1 = 5,6$  est approximativement celui que nous obtenons avec les meilleurs transducteurs large-bande. Deux caractéristiques sont évidentes sur cette figure

- a) le signal a une valeur moyenne nulle
- b) des oscillations parasites sont présentes.

La valeur moyenne nulle est directement liée au fait que le système ne passe pas les signaux continus. Quant aux oscillations les plus évidentes elles correspondent à la fréquence de coupure  $f_2$  du filtre.

On peut obtenir un meilleur résultat en utilisant une bande passante plus large (fig. 2b), ce qui correspondrait en pratique à raccorder les amplitudes complexes  $P(f)$  obtenues avec deux transducteurs de bandes adjacentes. Dans ce cas, les deux bords du rectangle sont beaucoup mieux restitués et les oscillations parasites, liées à  $f_2$  étant à plus haute fréquence, sont moins gênantes. Cependant, les oscillations basse fréquence autour d'une valeur moyenne nulle persistent et sont liées à la fréquence de coupure  $f_1$ .

Dans certaines conditions, il est possible de calculer une expression approchée de la partie basse-fréquence du spectre. La formule (5) peut s'écrire :

$$P(f) = \frac{c R(\theta)}{2 A_0 R(o) \operatorname{tg} \theta} \int_{t_1}^{t_2} \ell(ct/2) \exp\{-2i\pi f(t-t_0)\} dt \quad (6)$$

Les bornes de l'intégrale correspondent aux temps d'arrivée des échos en provenance des bords extrêmes de la cible ( $x'_1$  et  $x'_2$ ). Le premier minimum de  $|P(f)|$  est généralement observé à une fréquence de l'ordre de  $f_0 = 1/(t_2-t_1)$ . Dans le cas où la fréquence de coupure  $f_1$  est notablement inférieure à  $f_0$ , la fonction  $P(f)$  sera monotone pour  $f < f_1$  et on pourra utiliser un développement limité de  $P(f)$ . En effet, si l'on développe en série l'exponentielle située sous l'intégrale et si l'on se limite aux trois premiers termes (ce qui est justifié si  $2\pi f(t-t_0) \ll 1$ ), on obtient :

$$P(f) \approx K \int_{t_1}^{t_2} \ell(ct/2) \times \{1 - 2i\pi f(t-t_0) - 2\pi^2 f^2 (t-t_0)^2\} dt$$

$$\approx K \left\{ \int_{t_1}^{t_2} \ell(ct/2) dt - (2i\pi f) \int_{t_1}^{t_2} (t-t_0) \ell(ct/2) dt - (2\pi^2 f^2) \int_{t_1}^{t_2} (t-t_0)^2 \ell(ct/2) dt \right\} \quad (7)$$

$$\text{avec } K = \frac{c R(\theta)}{2 A_0 R(o) \operatorname{tg} \theta}$$

$t_0$  est l'instant où l'écho en provenance de la surface de référence atteint le récepteur; il peut être choisi tel que la seconde intégrale s'annule et l'équation (7) devient :

$$P(f) \approx K \left\{ \int_{t_1}^{t_2} \ell(ct/2) dt - 2\pi^2 f^2 \int_{t_1}^{t_2} (t-t_0)^2 \ell(ct/2) dt \right\} \quad (8)$$

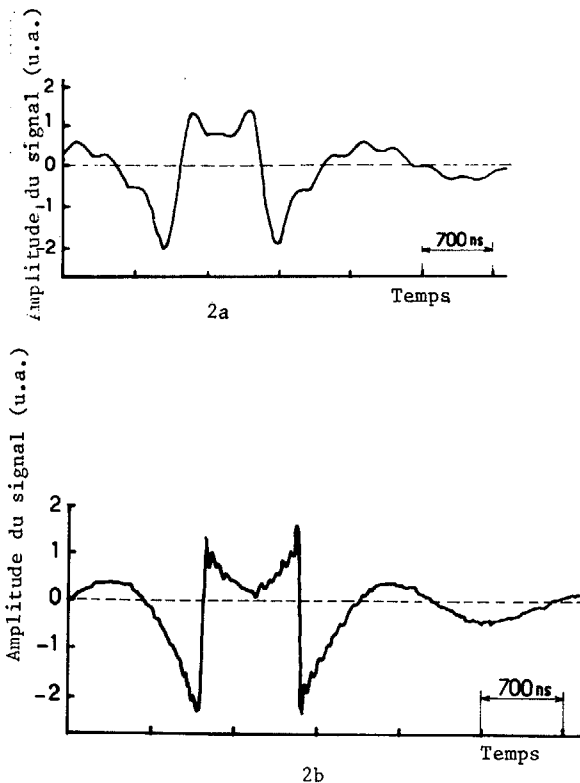


Figure 2 - Modélisation sur ordinateur de l'effet de la largeur de bande sur la reconstruction d'un signal rectangulaire :

- 2a) largeur de bande 0,55 - 3,08 MHz
- 2b) largeur de bande 0,7 - 16,5 MHz.



CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

La partie très basse fréquence du spectre est donc réelle et est une fonction parabolique de la fréquence  $f$  de la forme  $P(f) = a + bf^2$ .

Pour reconstruire la partie basse fréquence d'un spectre réel, il suffit donc de relier par une fonction de ce type le point de plus basse fréquence obtenu expérimentalement  $P(f_1)$  à la valeur à fréquence nulle

$$P(0) = \frac{A}{A_0} \frac{R(\theta)}{R(0)} \cos \theta \quad (9)$$

Pour connaître  $A$  il suffit, par exemple, d'effectuer une expérience à incidence normale avec la surface  $A$  et la surface de référence calibrée  $A_0$ ; le rapport des pressions rétrodiffusées est égal à  $A/A_0$ .

La validité de l'approximation utilisée ici dépend de la fréquence minimum  $f_1$  utilisable expérimentalement et de la longueur maximale  $L$  de la surface selon  $Ox'$ , ou plutôt de la projection de  $L$  sur l'axe  $Oz$  du faisceau ultrasonore. On doit vérifier :

$$2 \pi f_1 (t - t_0) \approx 2 \pi f_1 \frac{L \sin \theta}{c} \approx \frac{L \sin \theta}{\lambda_1} \ll 1.$$

Cette condition est moins restrictive dans le cas de surfaces présentant un axe de symétrie selon  $Oy$  car, dans ce cas, le premier terme négligé dans le développement limité ( $\propto f^3$ ) est nul par raison de symétrie. Les figures 3a et 3b correspondent respectivement aux figures 2a et 2b mais cette extrapolation basse fréquence a été appliquée aux spectres  $P(f)$ . On remarque la très importante amélioration apportée aux

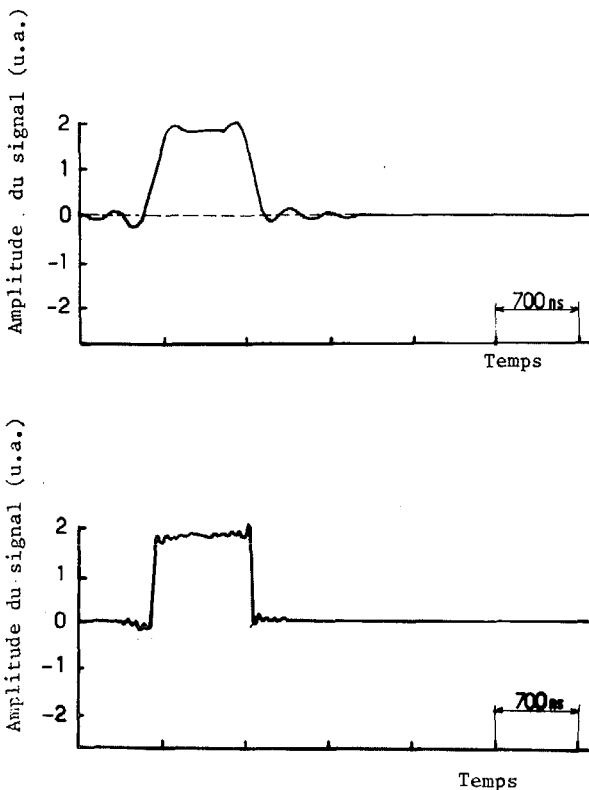


Figure 3 - Amélioration des résultats par utilisation de l'extrapolation basse fréquence des spectres

- 3a) largeur de bande 0,5 - 3,08 MHz  
3b) largeur de bande 0,7 - 16,5 MHz

résultats. La valeur moyenne est maintenant égale à sa valeur exacte au lieu d'être nulle et la forme rectangulaire du signal est seulement distordue par les oscillations dues à la fréquence de coupure H.F. du signal. On remarque en particulier que sur la figure 3b la forme exacte de la cible est très fidèlement reproduite et que ne subsistent que les oscillations à la fréquence de coupure  $f_2 = 16,5$  MHz.

Cette modélisation par ordinateur montre tout l'intérêt d'étendre le spectre de Fourier du signal rétrodiffusé pour aboutir à une reconstitution correcte de la forme de la cible.

Remarque : Nous avons montré par ailleurs (10) les déformations importantes qu'apporte le choix d'origines de temps différentes pour les deux spectres qui sont accolés.

#### b) Surfaces rugueuses

La méthode décrite ici peut aussi être appliquée au cas des surfaces aléatoirement rugueuses. Clay et Medwin (11) ont montré que la fonction densité de probabilité des hauteurs  $W(z)$  de telles surfaces peut être déduite du spectre du signal rétrodiffusé en incidence normale. A une fréquence donnée  $f$  le rapport  $P(f)$  de la pression diffusée par la surface rugueuse à la pression réfléchiée par une surface lisse de même forme est

$$P(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(z) \exp(-2ikz) dz \quad (10)$$

En utilisant comme précédemment le passage au domaine des temps on montre aisément que  $W(z)$  est proportionnelle à la transformée de Fourier inverse du spectre  $P(f)$ . Pour déterminer  $W(z)$  l'extension de l'étendue du spectre vers la fréquence nulle et les hautes fréquences présente les mêmes avantages que précédemment.

#### RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le dispositif expérimental a été décrit par ailleurs (10). Nous utilisons un dispositif de spectroscopie ultrasonore large bande et le traitement du signal est effectué par un mini-ordinateur PDP 11-03 qui utilise une transformée de Fourier rapide à 1024 points.

#### a) Cibles lisses de petites dimensions

Pour être sensiblement dans l'approximation des ondes planes, nous utilisons de petites cibles situées dans le champ lointain du transducteur. Ces cibles sont formées par l'extrémité de tiges de laiton de formes parallépipédique, cylindrique ou autre. Sur la figure 4 nous avons représenté le spectre reconstruit par la méthode indiquée dans le cas d'une cible carrée. La courbe continue est obtenue à l'aide d'un transducteur large bande B.F.; la courbe -- correspond au spectre donné par le transducteur large bande H.F. et les pointillés correspondent à l'extrapolation analytique vers la fréquence nulle. Sur la figure 5, la ligne continue est le résultat obtenu par déconvolution et la ligne pointillée le signal théorique. On remarque l'excellent accord entre les deux.

Sur la figure 6 la même comparaison est représentée dans le cas d'une cible en forme de  $\blacktriangle$ . Sur la figure 7 sont représentés les résultats obtenus selon les deux axes principaux (de rapport de longueur 2) d'une cible ellipsoïdale. Dans le cas où l'axe principal est selon celui du faisceau, nous avons ajusté l'amplitude de manière à ce qu'elle soit égale à deux fois la distance (fig. 7a). Si, sans changer aucun réglage, nous échangeons le grand et le petit axe, nous

CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

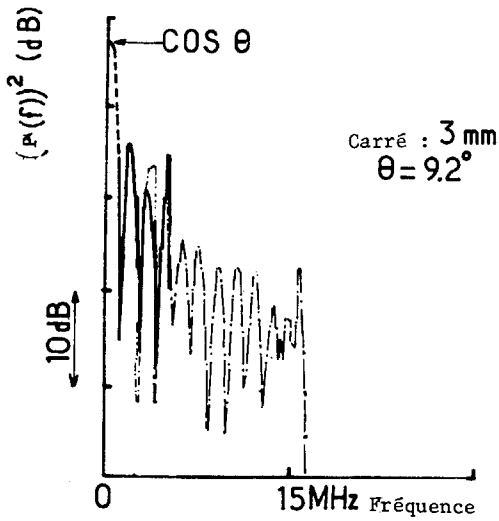


Figure 4 - Spectre reconstruit dans le cas d'une cible plane de section carrée  
— Transducteur B.F.; --- Transducteur H.F.; --- extrapolation vers les B.F.

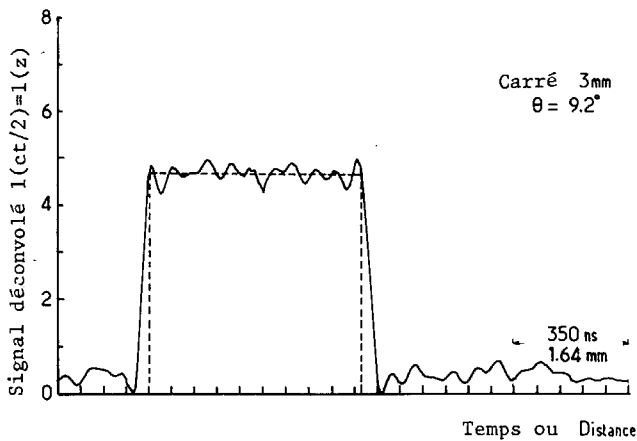


Figure 5 - Signal déconvolé (trait continu) et signal théorique (trait pointillé) pour une cible carrée.

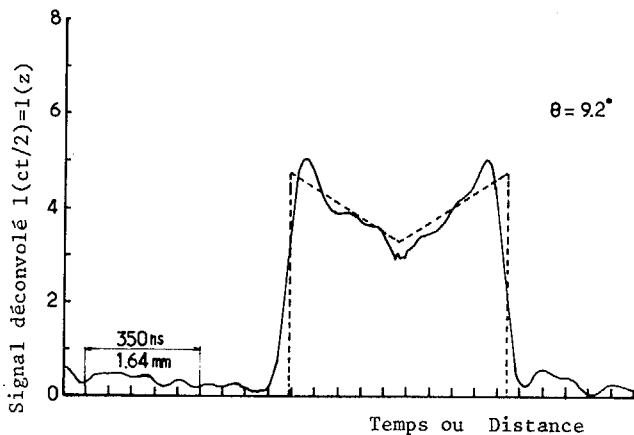


Figure 6 - Signal déconvolé (trait continu) et signal théorique (trait pointillé) pour une cible en forme de M.

devons obtenir la situation inverse, ce qui est pratiquement réalisé sur la figure 7b.

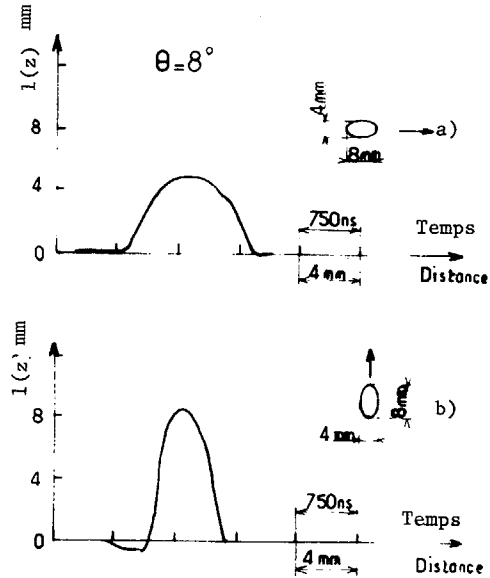


Figure 7 - Signal déconvolé pour une cible quasi-elliptique

- a) axe principal // axe du faisceau
- b) axe principal — axe du faisceau.

b) Surfaces rugueuses

Sur les figures 8 et 9 sont comparés les résultats obtenus par palpé mécanique et par déconvolution selon la méthode décrite ci-dessus dans le cas de deux surfaces aléatoirement rugueuses. Les fonctions densité de probabilité des hauteurs obtenues dans les deux cas sont sensiblement les mêmes selon les deux méthodes.

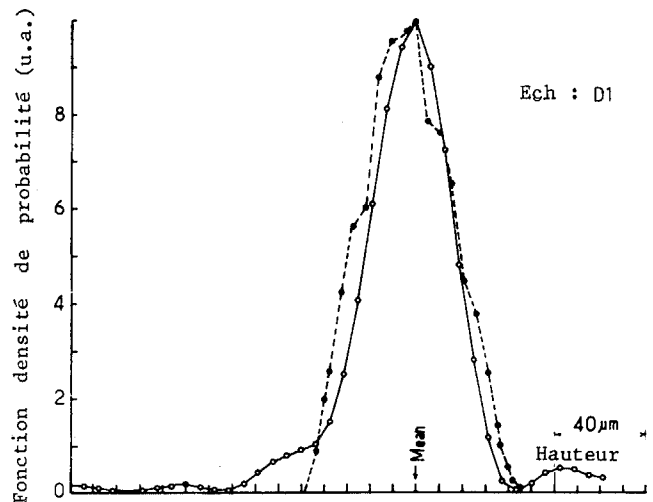


Figure 8 - Fonction densité de probabilité de l'échantillon D1

- mesurée mécaniquement
- mesurée par ultrasons.



CARACTERISATION DES SURFACES PAR DECONVOLUTION;  
METHODE D'EXTENSION DE L'ETENDUE SPECTRALE UTILISEE.

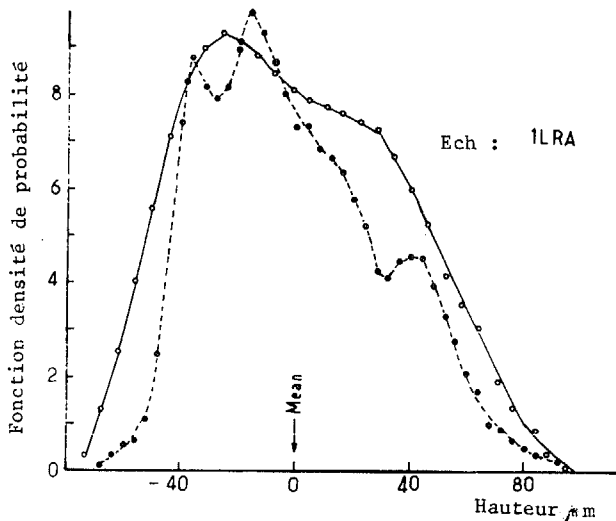


Figure 9 - Fonction densité de probabilité de l'échantillon ILRA

--- mesurée mécaniquement  
— mesurée par ultrasons.

#### CONCLUSION

Nous avons étudié théoriquement l'effet de filtrage opéré par un transducteur sur la fonction de réponse idéale d'une cible irradiée par une impulsion de Dirac ultrasonore. Nous avons proposé une méthode pour étendre la bande passante côté fréquence nulle et côté haute fréquence. Cette méthode donne des résultats satisfaisants dans le cas de cibles planes. Elle peut être utilisée pour caractériser des défauts plans dans les matériaux et nous a déjà donné des résultats prometteurs. Nous avons également commencé l'étude de son extension au cas bidimensionnel en vue d'obtenir par reconstruction une "image" de la cible diffusante.

#### Appendice

Soit  $h(t)$  un signal réel et  $F(f)$  sa transformée de Fourier

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-2i\pi ft) dt$$

Appelons  $F_1(f)$  la fonction obtenue égale à  $F(f)$  dans la bande  $(f_1, f_2)$  et  $(-f_2, -f_1)$  et nulle ailleurs.  $F_1(f)$  peut être écrite en utilisant l'échelon unité de Heaviside  $H(f)$

$$F_1(f) = F(f) \{ H(f+f_2) - H(f+f_1) + H(f-f_1) - H(f-f_2) \}$$

La transformée de Fourier inverse de  $F_1(f)$  est

$$h_1(t) = h(t) \times \left\{ \frac{\sin 2\pi f_2 t}{\pi t} - \frac{\sin 2\pi f_1 t}{\pi t} \right\}$$

Le signal reconstitué  $h_1$  dans le cas d'une bande passante  $(f_1, f_2)$  sera donc le produit convolution du signal réel par la différence des fonctions

$$\frac{\sin 2\pi f_2 t}{\pi t} \text{ et } \frac{\sin 2\pi f_1 t}{\pi t}.$$

#### REFERENCES

- (1) O.R. Gericke, Journal of Metals, 18 (8), pp. 932-937 (1966).
- (2) J.D. Achenbach, L. Adler et D.K. Lewis, Jour. Acoust. Soc. Am., 66 (4), pp. 1848-1856 (1979).
- (3) G.S. Kino, Proc. IEEE on Acoustic Imaging, 67, pp. 510-525 (1979).
- (4) E. Lloyd, Ultrasonics International Conference Proceedings, IPC London, pp. 54-57 (1975).
- (5) J.K. Cohen, N. Bleistein et R.K. Esley, Proc. of the ARPA-AFML Review, pp. 454-458, Jan. 1979.
- (6) A. Freedman, Acustica, 12 (1), pp. 10-21 (1962).
- (7) N.F. Haines et D.B. Langston, J. Acoust. Soc. Am. 67, pp. 1443-1454 (1979).
- (8) W.G. Neubauer, J. Acoust. Soc. Am., 35, 279 (1963)
- (9) D.M. Johnson, J. Acoust. Soc. Am., 59, 1319 (1976)
- (10) F. Cohen-Tenoudji et G. Quentin, DARPA/AF Review of Progress in Quantitative NDE, La Jolla 1980. A paraître.
- (11) C.S. Clay et H. Medwin, J. Acoust. Soc. Am., 47, 1412 (1970).