

# HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

681



NICE du 1<sup>er</sup> au 5 JUIN 1981

---

## EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

Michel FOURNIER

LABORATOIRE CENTRAL DE TELECOMMUNICATIONS  
18-20, Rue Grange-Dame-Rose - 78141 Velizy-Villacoublay Cedex

---

### RESUME

La théorie géométrique de la diffraction montre qu'aux fréquences utilisées en radar une cible peut être assimilée à un certain nombre de points brillants dont la somme des contributions individuelles permet de calculer correctement la réponse de la cible.

L'idée qui a été développée consiste à essayer, à partir de la réponse fréquentielle d'une cible, d'inverser les formules de la théorie géométrique de la diffraction, c'est-à-dire de retrouver les amplitudes électromagnétiques, la disposition géométrique et si possible la nature de chacun des points brillants, ce qui doit pouvoir permettre d'obtenir la signature radar de la cible.

La faisabilité de cette méthode a tout d'abord été testée en l'absence de bruit sur les mesures. On a pu ainsi aboutir à un algorithme numérique qui donne, dans ce cas, une solution complète au problème inverse de la théorie géométrique de la diffraction.

La méthode a été ensuite généralisée au cas plus réaliste de mesures bruitées et a conduit à un algorithme donnant des résultats satisfaisants. Cet algorithme constitue une adaptation de l'algorithme de Prony au cas spécifique de la réponse fréquentielle d'une cible radar.

Les méthodes développées ont été validées sur des modèles de cibles réelles.

### SUMMARY

A method based on the inversion of geometrical theory of diffraction formulas was developed.

The procedure consists in determining the number of points of diffraction of the target and for each characteristic point, the phase parameter, the field amplitude and, if possible, the physical nature of the point.

The method gives an exact solution for noiseless measures. The influence of the receiver noise has been extensively investigated.

The algorithm, which is a generalization of Prony's method, gives good results, for the estimation of the number of diffraction points, phase parameters and field amplitude of diffraction points.

Simulations show that it is impossible to estimate correctly the physical nature of diffraction points with noisy measures.

Meanwhile the estimated parameters are sufficient to obtain a target identification.

The method was tested with a realistic electromagnetic model of airplane. Significant results are obtained with a signal to noise ratio larger than 20 dB.



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

### 1. POSITION DU PROBLEME

Le calcul du champ rétrodiffusé par une cible radar est un problème d'électromagnétisme qui peut s'avérer extrêmement difficile.

Pour des corps de forme complexe, les calculs analytiques donnant une solution rigoureuse sont impraticables.

Cependant, depuis un peu plus d'une décennie, on dispose pour ces cas de méthodes approximatives basées pour l'essentiel sur la théorie géométrique de la diffraction développée par KELLER [1], [2] complétée dans certains cas particuliers par les méthodes de l'optique physique. Ces méthodes reposent sur l'extension de cas canoniques traités asymptotiquement et pour lesquels s'est dégagé la notion de rayon et de points stationnaires.

Les contributions principales au champ rétrodiffusé par la cible sont de deux types :

- les réflexions sur les surfaces régulières :
    - . si le point d'observation n'appartient pas à la caustique des rayons réfléchis, le champ lointain rétrodiffusé est donné par l'optique géométrique. En fonction du nombre d'onde  $k$  de l'onde électromagnétique incidente, le coefficient de réflexion est de l'ordre de  $k^0$ .
    - . si le point d'observation appartient à la caustique des rayons réfléchis, la théorie de l'optique géométrique conduit à une formulation singulière. On utilise alors l'approximation de l'optique physique.
  - les diffractions sur les lignes de discontinuité formées par le raccordement de surfaces régulières :
    - . en dehors de la zone de la caustique des rayons diffractés, la méthode des rayons s'applique. Selon la théorie de KELLER, seuls les points stationnaires (appelés points brillants) ont une contribution non négligeable.
- Il convient de distinguer :
- les arêtes rectilignes pour lesquelles le coefficient de diffraction est de l'ordre de  $k^{-1}$ .
  - les arêtes d'ordre 1 constituées par l'intersection de deux surfaces courbes régulières. Dans ce cas, le coefficient de diffraction est de l'ordre de  $k^{-1/2}$ .
  - les arêtes d'ordre 2 constituées par des surfaces se raccordant tangentiellement, mais avec une discontinuité des rayons de courbure. Dans ce cas, le coefficient de diffraction est de l'ordre de  $k^{-3/2}$ .
- . Si la direction d'observation est tangente à l'infini à la caustique des rayons diffractés par l'arête, la méthode des rayons de KELLER est inapplicable. La représentation intégrale du champ diffracté fournie par la méthode des courants équivalents [3] permet d'opérer la correction de caustique nécessaire.

Cette théorie géométrique de la diffraction, couramment utilisée pour des objets de forme simple a été étendue avec succès à l'étude de formes plus complexes comme, par exemple, une cible de type avion [4]

Ces études ont montré que dans 50% des cas si l'on se place d'un point de vue géométrique et sans doute plus si l'on considère un point de vue opérationnel (observation du secteur frontal de la cible), le champ

diffracté par une cible de type avion peut être expliqué par la formule :

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^m a_i \left(\frac{1}{\omega}\right)^{\nu_i} e^{j\omega \frac{L_i}{c}} \quad (1)$$

expression où :

$m$  est le nombre de points brillants de la cible.

$a_i$  est l'amplitude électromagnétique complexe du point brillant considéré.

$\nu_i$  est un coefficient numérique qui caractérise la nature physique du point brillant :

$$\nu_i \in \{ 0, 0,5, 1, 1,5 \}$$

Comme nous l'avons vu précédemment (ordre du coefficient de diffraction) :

$\nu_i = 0$  correspond à une réflexion sur une surface convexe.

$\nu_i = 0,5$  correspond à une diffraction sur une arête du 1er ordre.

$\nu_i = 1$  correspond à une diffraction sur une arête rectiligne.

$\nu_i = 1,5$  correspond à une diffraction sur une arête du 2ème ordre.

$\omega = 2\pi f$  où  $f$  est la fréquence de l'onde électromagnétique incidente.

$L_i$  est la projection sur l'axe de visée du radar de la distance du point brillant considéré au centre de phase de la cible qui peut être choisi d'une manière arbitraire.

$c$  est la vitesse de la lumière.

La relative simplicité de la formule (1) suggère de chercher à l'inverser, c'est-à-dire, à partir d'un nombre suffisant de mesures de  $S(\omega)$ , de retrouver les coefficients  $m$ ,  $a_i$ ,  $L_i$  et  $\nu_i$  qui caractérisent la cible. La détermination de ces coefficients jointe à des indications sur les paramètres cinématiques de la cible permet d'envisager son identification.

Nous exposons ici les méthodes à mettre en oeuvre pour déterminer les coefficients caractéristiques de la cible et les difficultés que cela peut soulever.

### 2. LA METHODE DE PRONY

- Principe de la méthode [5], [6]

Dans la méthode de Prony telle qu'elle a été originellement développée, les coefficients de pondération en  $\left(\frac{1}{\omega}\right)^{\nu_i}$  n'existent pas et l'on cherche seulement les coefficients d'une décomposition de la forme :

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^m a_i e^{j\omega \frac{L_i}{c}} \quad (2)$$

Cette méthode ne peut donc s'appliquer qu'à une cible ne présentant que des points de réflexion, ce qui est trop restrictif pour le type de cible qui nous intéresse. Elle doit être étendue à des cas plus généraux ; son exposé sert ici d'introduction aux méthodes générales de résolution du problème inverse de la théorie géométrique de la diffraction. On suppose, en outre, que les mesures dont on dispose ne sont pas entachées d'erreur.



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

Pour résoudre le système (2), on considère un certain nombre de fréquences équiréparties :

$$S_m(\omega_0 + m\Delta\omega) = \sum_{i=1}^m a_i e^{j \frac{L_i}{c} (\omega_0 + m\Delta\omega)}$$

$$m = 0, 1, \dots, 2n-1$$

En faisant le changement de variable :

$$c_i = a_i e^{j \omega_0 \frac{L_i}{c}}$$

$$\mu_i = e^{j \Delta\omega \frac{L_i}{c}}$$

le système à résoudre peut s'écrire :

$$S_m = \sum_{i=1}^m c_i \mu_i^m \quad (3)$$

Prony a montré (1796) que ce système non linéaire pouvait être résolu en remarquant que les  $\mu_i$  sont les racines du polynôme :

$$P(\mu) = \mu^m + \alpha_m \mu^{m-1} + \dots + \alpha_2 \mu + \alpha_1$$

dont les coefficients  $\alpha_i$  sont solution du système linéaire :

$$\begin{cases} S_1 \alpha_1 + S_2 \alpha_2 + \dots + S_m \alpha_m = -S_{m+1} \\ S_2 \alpha_2 + S_3 \alpha_3 + \dots + S_{m+1} \alpha_m = -S_{m+2} \\ \vdots \\ S_n \alpha_1 + S_{n+1} \alpha_2 + \dots + S_{2m-1} \alpha_m = -S_{2m} \end{cases}$$

Les  $\mu_i$  sont calculés en recherchant numériquement les racines du polynôme en  $\mu$  et les  $c_i$  sont facilement obtenus en résolvant le système (3) qui est linéaire en  $c_i$ .

La méthode de Prony permet donc de résoudre le système d'équations non linéaires donnant la solution de notre problème, d'une manière bien adaptée réduisant au maximum les processus de recherche itérative, puisque le système non linéaire de  $2m$  équations à  $2m$  inconnues du départ est décomposé en deux systèmes linéaires de  $m$  équations à  $m$  inconnues, ceci au prix de la recherche des racines d'un polynôme de degré  $m$ . De plus, les systèmes linéaires présentent certaines particularités qui facilitent leur résolution. L'un est symétrique avec une très forte redondance des termes tandis que l'autre contient une matrice de Vandermonde dont l'inversion est analytique et ne nécessite aucun traitement récursif particulier.

#### - Problème de l'ambiguïté

La méthode qui vient d'être exposée permet de calculer les coefficients  $c_i$  et  $\mu_i$  du système (3). Une difficulté subsiste néanmoins. En effet, l'inversion des formules ayant servi au changement de variable pour écrire le système sous la forme (3) donne :

$$L_i = -\frac{c}{\Delta\omega} (j \log \mu_i + 2k_i \pi)$$

$$a_i = e^{\frac{\omega_0}{\Delta\omega} (-\log \mu_i + 2j k_i \pi)}$$

L'examen de ces formules montre qu'il y a une ambiguïté qu'il est nécessaire de lever.

Il convient cependant de faire ici deux remarques :

- L'ambiguïté sur la distance d'un point brillant par rapport au centre de phase est une fonction de l'incrément de fréquence et non pas de la fréquence porteuse.

Par un choix judicieux de  $\Delta\omega$ , on peut agir de façon à ce que l'ambiguïté en distance :

$$\Delta L_B = 2\pi \frac{c}{\Delta\omega}$$

soit supérieure aux dimensions présumées des cibles que l'on envisage, ce qui permet de s'affranchir du problème de l'ambiguïté.

On ne peut cependant aller trop loin dans cette voie, car alors le polynôme en  $\mu$  tend vers une forme :

$$P(\mu) = (1 - \mu)^m$$

et sa résolution numérique devient de plus en plus délicate au fur et à mesure que  $\Delta\omega$  diminue [7].

- En choisissant  $\omega_0$  et  $\Delta\omega$  de façon que leur rapport soit un nombre entier, il n'y a pas d'ambiguïté sur les coefficients  $a_i$ . De toute façon, on voit que  $|a_i| = |c_i|$  puisque  $\log \mu_i$  est un nombre imaginaire pur.

Si malgré ces deux remarques, la levée d'ambiguïté s'avère nécessaire compte tenu des dimensions des cibles présumées, on peut utiliser une méthode consistant à faire intervenir les coordonnées de chacun des points brillants et à considérer quatre présentations successives de la cible. On obtient ainsi un système linéaire où les coordonnées de chaque point brillant et son coefficient d'indétermination sont les inconnues. Cette méthode nécessite une estimation assez précise des angles de présentation de la cible. Le choix des instants où l'on détermine les angles de présentation doit obéir à deux impératifs antagonistes :

- être suffisamment distants pour que les variations, observées soient significatives.
- faire en sorte que le déplacement de la cible soit inférieur à une distance telle que les coefficients d'indétermination s'incrémentent d'une unité.

#### - Détermination du nombre de points brillants

La méthode de Prony telle qu'elle a été exposée plus haut suppose pour être mise en application que le nombre de points brillants est connu. Opérationnellement cela n'est pas le cas pour une cible inconnue que l'on cherche à identifier et pour laquelle on n'a pas d'indications a priori, sauf peut-être sa taille.

On a vu que la première étape de l'algorithme de Prony consiste à calculer les coefficients  $a_i$  du polynôme en  $\mu$ . Ces coefficients sont donnés par un système linéaire dont la résolution nécessite d'inverser la matrice :



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

$$S = \begin{vmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_m \\ S_2 & S_3 & \dots & S_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_m & S_{m+1} & \dots & S_{2m-1} \end{vmatrix}$$

Compte tenu de la forme de chacun des termes de la matrice  $S$  :

$$S_m = \sum_{i=1}^m c_i \mu_i^m$$

$$m = 0, 1, \dots, 2m-1$$

on peut montrer que cette matrice est de rang  $m$ . En revanche, si l'on ignore qu'il y a  $m$  points brillants et que l'on en cherche un nombre  $m$  supérieur à  $m$ , on montre également que la matrice  $S$  qui a alors  $m$  lignes et  $m$  colonnes reste de rang  $m$  [8]. Cette matrice est donc singulière. Si l'on diagonalise la matrice  $S$ , on obtiendra  $m$  valeurs propres non nulles et  $m-m$  valeurs propres nulles. D'où un algorithme pour déterminer le nombre de points brillants : cet algorithme consiste à chercher des décompositions successives à 1, 2, ...,  $k$  points brillants, à chaque fois on forme la matrice  $S$  et on la diagonalise, tant que les valeurs propres ne sont pas nulles, on augmente le nombre de points brillants d'une unité ; dès que l'on a une valeur propre nulle, on sait que l'on a dépassé de une unité le nombre de points brillants significatifs qui est ainsi déterminé.

Cet algorithme présente l'avantage de pouvoir également fonctionner en présence de bruit sur les mesures. On peut montrer qu'alors le seuil sur les valeurs propres qui doit être introduit est de l'ordre de grandeur de la variance du bruit de mesure.

### 3. CAS GENERAL EN L'ABSENCE DE BRUIT

#### - Nombre de points brillants connu

L'introduction de coefficients  $(\frac{1}{\omega})^{\nu_i}$  conduit à une non-linéarité supplémentaire dans le système d'équations à résoudre et la méthode de Prony ne peut plus être appliquée sans modifications.

La forme analytique des fonctions  $f_i = (\frac{\omega_0}{\omega})^{\nu_i}$

$$\nu_i \in \{ 0,5, 1, 1,5 \}$$

suggèrent qu'elles peuvent être approchées dans l'intervalle  $[\omega_0, \omega_0 + (2m-1)\Delta\omega]$  par une famille de fonctions de la forme :

$$f_i \approx e^{-\alpha_i} \frac{\omega - \omega_0}{(2m-1)\Delta\omega}$$

où :

$$\alpha_i = -\nu_i \log \left[ \frac{\omega_0}{(2m-1)\Delta\omega} \right]$$

On voit que la fonction approximative est rigoureusement égale à la fonction exacte aux deux bornes de l'intervalle d'approximation. D'autre part, un calcul numérique montre que pour l'ensemble des fonctions  $f_i$  l'erreur commise est au plus égale à 3% dans un intervalle d'un demi-octave.

Comme dans la méthode de Prony, nous poserons :

$$c_i = e^{j\omega_0 \frac{L_i}{c}}$$

$$\mu_i = e^{-\left[ \frac{\alpha_i}{2m-1} + j\Delta\omega \frac{L_i}{c} \right]}$$

Dans ces conditions, le système (1) s'écrit sous la forme approximative :

$$S_m = \sum_{i=1}^m c_i \mu_i^m$$

$$m = 0, 1, \dots, 2m-1$$

que l'on peut résoudre par l'algorithme de Prony.

Contrairement au cas précédent, les  $\mu_i$  ne sont plus de module unité. L'estimation de ce module devrait théoriquement permettre de déterminer  $\nu_i$  et donc la nature physique du point brillant considéré.

Cette méthode de calcul a été testée numériquement sur un certain nombre de configurations simples de points brillants. Ces essais montrent que pour un nombre de points brillants assez faible de l'ordre de 3 ou 4, on peut retrouver assez correctement les amplitudes et les retards optiques correspondant à chacun des points brillants.

Cependant, dès que le nombre de points brillants devient important, de l'ordre de 10, il y a des configurations géométriques où cette méthode ne donne pas de bons résultats. Il convient donc d'envisager un procédé plus performant.

Au cours des différents essais numériques effectués, on a remarqué que entre le terme  $S_m$  et le terme  $S_{m-1}$  que l'on obtient en approximant les fonctions  $f_i(\omega)$  par une exponentielle, l'erreur est toujours faible et de l'ordre de quelques pour cent en module, d'où l'idée consistant à dire que si l'on biaise chaque terme  $S_m$  d'une valeur  $\epsilon_m$  très petite mais judicieusement choisie, on pourra atteindre la solution d'une manière exacte à l'aide de l'algorithme de Prony :

$$S_m - \epsilon_m = \sum_{i=1}^m c_i \mu_i^m$$

$$\mu_i = e^{-\theta_i \xi_i}$$

$$\xi_i = e^{-j\Delta\omega \frac{L_i}{c}}$$



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

Bien entendu ce terme  $\epsilon_m$  n'est pas connu, il est donné théoriquement par l'expression :

$$\epsilon_m = \sum_{i=1}^m c_i \left[ \left( \frac{\omega_0}{\omega_0 + m \Delta \omega} \right)^{v_i} - e^{m \theta_i} \right] \xi_i^m$$

On voit que  $\epsilon_m$  peut s'écrire implicitement sous la forme :

$$\epsilon_m = F(S_m - \epsilon_m) \quad (4)$$

Le système (4) est un système non linéaire qui se présente sous une forme pouvant être aisément résolue par un processus itératif.

Il en est résulté un algorithme dit algorithme de l' $\epsilon$  qui a été testé et a donné entière satisfaction sur tous les cas de cible qui ont été essayés. La convergence du processus itératif utilisé est excellente. Le coefficient le plus sensible est  $v_i$ , il peut cependant être estimé correctement au bout d'environ 5 itérations.

L'annexe jointe donne l'algorithme décrit.

#### - Nombre de points brillants inconnu

Les fonctions de pondération  $f_i = \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{v_i}$  peuvent être approchées par une somme de fonctions exponentielles dont les coefficients sont déterminés par la méthode de Prony :

$$f_i \approx \sum_{k=1}^m b_k e^{\lambda_k \omega}$$

La fonction approchée prend exactement la valeur de la fonction  $f_i$  pour  $2m$  valeurs de  $\omega$  équiréparties sur l'intervalle d'approximation considéré. Ceci est vrai pour n'importe quelle fonction développée en somme d'exponentielles à l'aide de l'algorithme de Prony. Tel quel, on ne possède aucune indication sur le comportement de la fonction approchée en dehors des points de coïncidence. Il faut pour que cette approximation soit satisfaisante que le développement des fonctions  $f_i(\omega) = \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{v_i}$  soit régulièrement convergent, c'est-à-dire que sur l'intervalle d'approximation, l'on est :

$$\max | \epsilon_m | < \max | \epsilon_{m-1} |$$

où  $\epsilon_m$  est ici l'erreur entre la fonction exacte et la fonction approchée obtenue par un développement en termes exponentiels à l'ordre  $m$ .

Une étude numérique montre que les fonctions  $f_i(\omega)$  peuvent être approchées d'une manière excellente par un très petit nombre de termes exponentiels : 3 ou 4 tout au plus sur un intervalle d'approximation d'un demi-octave.

Compte tenu de cette propriété, on voit que (1) peut s'écrire approximativement :

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{m_i} a_i b_{ki} (e^{\lambda_{ki} \Delta \omega} \xi_i)^m$$

Cette expression montre que si l'on se donne

$N = 2 \sum_{i=1}^m m_i$  mesures de  $S(\omega)$  et que l'on cherche un développement en termes exponentiels de  $S(\omega)$  à l'aide de l'algorithme de Prony, on peut espérer retrouver approximativement les termes  $a_i b_{ki}$  et  $e^{\lambda_{ki} \Delta \omega} \xi_i$  et que l'approximation ainsi faite sera d'autant meilleure que  $N$  est grand.

En remarquant que  $\xi_i$  est de module unité et que le terme  $e^{\lambda_{ki} \Delta \omega}$  est réel, on voit que les  $N$  termes complexes  $e^{\lambda_{ki} \Delta \omega} \xi_i$  doivent avoir seulement

$m$  valeurs d'argument différentes. D'où la méthode suivante pour déterminer le nombre de points brillants : on développe  $S(\omega)$  à l'aide de l'algorithme de Prony en prenant  $2N$  valeurs équiréparties ; si  $N$  est suffisamment grand, dans le développement obtenu, les termes  $e^{\lambda_{ki} \Delta \omega} \xi_i$  auront  $m$  valeurs d'argument différentes réparties entre les  $N$  termes trouvés, d'où l'estimation de  $m$  nombres de points brillants que l'on cherche.

Les essais numériques ont permis de vérifier cette conjecture.

#### 4. CAS GENERAL - MESURES BRUTEES

Par essence, l'algorithme de l' $\epsilon$  est très sensible au bruit puisque l'erreur contrôlée qui doit être introduite pour résoudre le système d'équations non linéaires est de l'ordre du centième en module de la valeur des mesures, donc du même ordre de grandeur que le bruit que l'on peut envisager dans une situation réelle.

Cependant, dans le cas général et en présence de bruit, la difficulté peut être tournée car la méthode qui vient d'être décrite ci-dessus pour estimer le nombre de points brillants est aussi applicable en présence de bruit, de plus convenablement adaptée, elle permet aussi une estimation des paramètres électromagnétiques et des retards optiques.

De nombreux essais numériques effectués à l'aide de modèles réalistes de cibles ont montré que dans le développement cherché à l'aide de la méthode de Prony, il est possible de mettre en oeuvre un critère de tri basé sur la stabilité numérique des solutions obtenues permettant de distinguer celles qui appartiennent réellement à la cible de celles qui sont introduites d'une manière fictive en étendant artificiellement, pour les besoins du calcul, la base des fonctions sur laquelle s'effectue la décomposition.

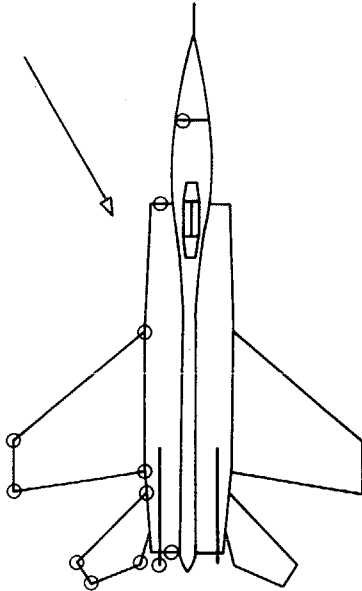
Pour illustrer notre propos, la méthode exposée est appliquée à la cible figurée ci-après. Sa réponse peut être appliquée par 12 points brillants dont 8 sont considérés comme significatifs.

L'exploration fréquentielle est faite à l'aide de 60 fréquences équiréparties espacées de 10 MHz, la fréquence la plus basse étant de 3,5 GHz.

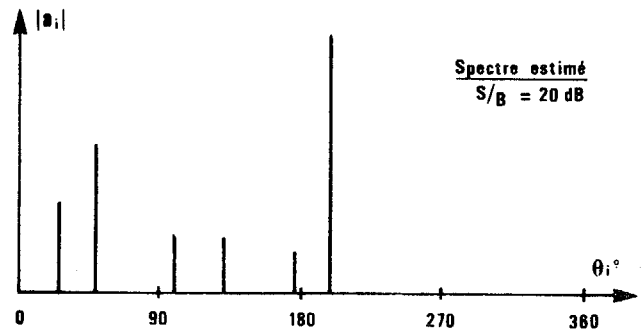
Les figures qui suivent montrent le spectre vrai ainsi que les spectres estimés avec respectivement un rapport signal sur bruit de 30 dB et de 20 dB.



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION



Croquis de l'avion modélisé



On voit qu'avec un rapport signal sur bruit de 20 dB, on peut estimer très correctement les amplitudes et les retards optiques des points brillants les plus significatifs.

Dans le cas présent, le problème de l'ambiguïté ne se pose pas car la distance d'ambiguïté est de l'ordre de 30 mètres, donc supérieure aux dimensions de la cible présumée.

#### 5. CONCLUSION

Cet exposé avait pour but de faire le point sur les méthodes à mettre en oeuvre pour inverser les formules de la théorie géométrique de la diffraction lorsque celle-ci peut s'appliquer à la description d'une cible complexe, comme par exemple un avion.

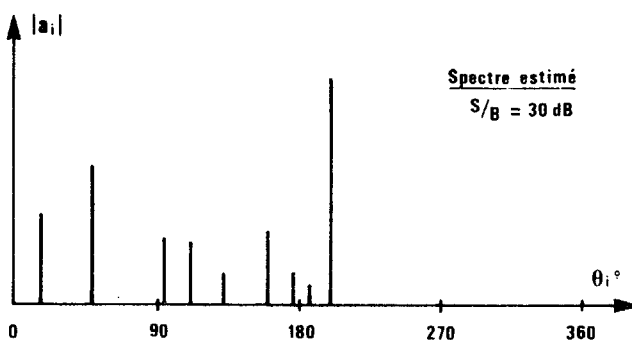
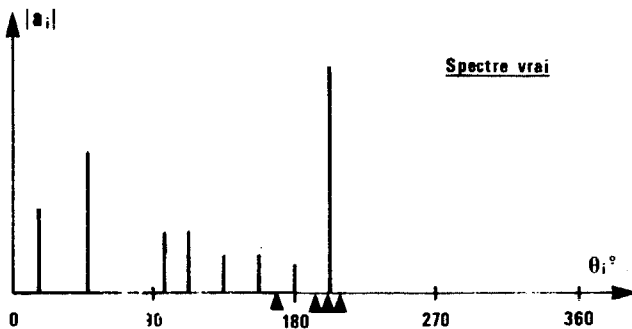
Le problème se présente sous deux aspects distincts :

- détermination du nombre de points brillants.
- estimation des coefficients électromagnétiques et du retard optique de chacun des points brillants.

Même en l'absence de bruit, les fonctions de pondération  $f_i(\omega) = \left(\frac{\omega a_i}{c}\right)^{1/2}$   $\forall i \in \{0, 0,5, 1, 1,5\}$  introduites par la théorie géométrique de la diffraction, quoique analytiquement très simples, conduisent à de sérieuses difficultés numériques dans la résolution du système d'équations non linéaires lorsque le nombre de points brillants devient élevé. Un algorithme bien adapté au problème a été développé dans ce cas. Cet algorithme généralise la méthode de Prony pour tenir compte de la non-linéarité supplémentaire introduite par ces fonctions de pondération.

En présence de bruit l'idée qui est utilisée consiste à étendre à un ordre supérieur, la décomposition des fonctions de poids en termes exponentiels et à chercher par la méthode de Prony une estimation ayant plus de termes (de l'ordre de 3 à 4 fois plus) que la réponse fréquentielle de la cible n'en contient réellement.

On a pu établir d'une manière heuristique que seuls les termes ayant une bonne stabilité numérique correspondent à des points de la cible alors que ceux qui sont numériquement instables sont ceux qui ont été introduits d'une manière artificielle en décomposant les fonctions de pondérations en une somme de termes exponentiels.



EXTRACTION DE LA SIGNATURE RADAR D'UNE CIBLE PAR INVERSION DES FORMULES  
DE LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION

Cette méthode permet d'une part, par un tri sur la stabilité des termes d'estimer le nombre de points brillants ayant une contribution significative dans la réponse fréquentielle et d'autre part, d'estimer correctement la valeur des coefficients électromagnétiques et géométriques de la cible. En présence de bruit de mesure, il s'avère illusoire de déterminer la nature physique des points brillants qui est caractérisée par les coefficients  $\hat{\nu}_i$ . En effet, les variations des fonctions de poids sont trop faibles dans une gamme raisonnable de fréquences pour que leur influence ne soit pas noyée dans le bruit. De plus, ces fonctions sont quasi linéairement dépendantes entre elles. Leur présence rend cependant nécessaire l'extension du développement qui a été évoquée ci-dessus.

Pour lutter efficacement contre le bruit, la multiplication des mesures est mise à profit en résolvant les systèmes linéaires surabondants qui apparaissent dans l'algorithme par la méthode de la pseudo-inverse.

Du point de vue pratique du radariste, la mise en oeuvre de la méthode exposée ici nécessite un radar multifréquence dont le signal émis est constitué de  $2N$  fréquences équiréparties. Le traitement effectué pour chacune de ces fréquences doit être cohérent, c'est-à-dire qu'il est nécessaire de mesurer la phase et l'amplitude pour chacune des fréquences reçues.

Dans l'exemple qui a été donné, 60 fréquences espacées de 10 MHz sont nécessaires. On remarquera que la bande occupée (600 MHz) n'est pas pleine puisque le signal émis est constitué par un peigne de fréquences pures équiréparties. Cette faible occupation du spectre peut constituer un avantage du point de vue du traitement du signal, en particulier au niveau du bruit, chaque fréquence prise isolément pouvant être traitée dans une bande très étroite définie uniquement par la technologie employée. Pour obtenir une estimation correcte des paramètres de la cible, un rapport signal sur bruit de l'ordre de 20 dB s'avère nécessaire.

Jointe à une estimation des paramètres cinématiques et du Doppler de la cible, une telle méthode peut s'avérer intéressante dans une application à l'identification d'une cible radar de type avion. Elle pourrait présenter un intérêt pratique encore plus évident, par rapport à l'emploi d'un radar à large bande au sens classique du terme, dans le cas d'une cible pouvant être modélisée par un nombre de points brillants significatifs très réduit.

ANNEXE

Algorithme de l' $\mathcal{E}$

Il s'agit de résoudre le système :

$$\sum_{i=1}^m c_i \left( \frac{\omega_0}{\omega_0 + m \Delta \omega} \right)^{j_i} \hat{\xi}_i^m = S_m$$

$$\hat{\xi}_i \hat{\xi}_i^* = 1 \quad m = 0, 1, \dots, 2N-1$$

$\hat{\xi}_i, \hat{\nu}_i, \hat{c}_i$  sont les  $k$ ème itérées de la solution.

L'algorithme est le suivant :

$$\mathcal{E}_{m1} = 0.$$

$$S_m - \mathcal{E}_{mk} \xrightarrow{\text{PRONY}} \sum_{i=1}^m \hat{c}_i \hat{\mu}_i^m$$

$$\hat{\xi}_i = \frac{\hat{\mu}_i}{|\hat{\mu}_i|} \quad \hat{\theta}_i = \text{Log} |\hat{\mu}_i|$$

$$\hat{j}_i = \frac{2N-1}{\text{Log} \left[ \frac{\omega_0}{\omega_0 + (2N-1)\Delta\omega} \right]} \hat{\theta}_i$$

$$\hat{S}_{mk} = \sum_{i=1}^m \hat{c}_i \left( \frac{\omega_0}{\omega_0 + m \Delta \omega} \right)^{j_i} \hat{\xi}_i^m$$

$$\mathcal{E}_{m,k+1} = \mathcal{E}_{mk} + \hat{S}_{mk} - S_m$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.B. KELLER  
Geometrical theory of diffraction.  
Journal of the Opt. Soc. of America,  
Vol. 52 N° 2, pp. 116-121, Feb. 1962.
- [2] R.G. KOUYOUMJIAN, P.H. PATHAK  
A uniform geometrical theory of diffraction  
for an edge in a perfectly conducting surface.  
Proc. IEEE, Vol. 62 N° 11, pp. 693-695, Nov. 1974
- [3] E.F. KNOTT, T.B.A. SENIOR  
Equivalent currents for a ring discontinuity.  
IEEE Trans. AP, Vol. 21 N° 5, pp. 693-695,  
Sept. 1973.
- [4] C. LOUET  
Champ électromagnétique diffracté par une cible  
de forme complexe.  
Annales des Télécommunications, Tome 32  
Nos 5-6, pp. 171-178, mai-juin 1977.
- [5] F.B. HILDEBRAND  
Introduction to numerical analysis.  
Mac Graw-Hill, New-York, 1956.
- [6] M.L. VAN BLARICUM, RAJ MITTRA  
A technique for extracting the poles and  
residus of a system directly from its transient  
response.  
IEEE Trans. AP, Vol. 23 N° 6, pp. 777-781,  
Nov. 1975.
- [7] L.G. BEATTY, J.D. GEORGE, A.Z. ROBINSON  
Use of the complex exponential expansion as a  
signal representation for underwater calibration  
J. Acoust. Soc. Am 53 (6), pp. 1782-1794,  
June 1978.
- [8] M.L. VAN BLARICUM, RAJ MITTRA  
Problems and solutions associated with Prony's  
method for processing transient data.  
IEEE Trans. AP, Vol. 26 N° 1, pp. 174-182,  
Jan. 1978.

