

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

483



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

TRAITEMENT ET MODELISATION DE TRAJECTOIRES

L. PASSERON

AEROSPATIALE - 100, Bd du Midi - BP 99 - 06322 CANNES LA BOCCA CEDEX

RESUME

Nous présentons dans cet article la synthèse d'un Filtre non linéaire permettant d'estimer en temps réel la trajectoire de cibles manoeuvrantes.

Grâce à une nouvelle approche physique, on peut donner des équations générales, en continu et en discret, du mouvement de la cible. On linéarise ensuite ces relations, ainsi que les équations de mesure, selon des méthodes originales clairement explicitées.

On montre alors que la modélisation obtenue fournit de bonnes performances pour un large faisceau de trajectoires.

SUMMARY

This paper covers the problem of synthesizing a non linear Filter so as to achieve real-time trajectory estimation for maneuvering targets.

Owing to a new physical approach, we derive (continuous as well as discrete) general relations of target motion. Dynamic and measurement equations are then linearized, using sophisticated processes to be described in this paper.

The resulting modeling, as shown hereinafter, affords good performances for a wide range of trajectories.



I. INTRODUCTION

Que ce soit dans les domaines de la navigation aérienne, spatiale ou maritime, la caractérisation de la trajectoire d'un mobile manoeuvrant est un problème fondamental qui a donné lieu à de nombreuses publications (3),(4),(5).

Notre approche se distingue essentiellement des précédentes par :

a) Une modélisation moins restrictive du mouvement de la cible :
on remplace les hypothèses classiques du modèle de Singer (4) (évolutions en x, y et z découplées, accélérations exponentiellement décorrelées sur chacun des trois axes) par des conditions de fermeture beaucoup plus générales sur l'accélération tangentielle de la cible, la courbure et la torsion de la trajectoire.

b) Un mode d'acquisition des différentes mesures plus rigoureux :
une transformation appropriée des informations reçues permet de rendre linéaires les équations de mesure et de calculer les variances des bruits qui les entachent à chaque itération.

Dans ce qui suit, on verra que cette nouvelle modélisation permet de construire un Filtre de Kalman temps réel très efficace pour un large faisceau de trajectoires.

II. POSITION DU PROBLEME - CHOIX DES REPERES ET DU SYSTEME DE COORDONNEES

II.1) POSITION DU PROBLEME

L'évolution du mobile est suivie par différents senseurs (radar, télévision, laser, etc...) situés à bord d'un navire ; ces senseurs fournissent les coordonnées polaires mesurées (site, gisement, distance : S_m, G_m, D_m) de la cible dans le repère bâtiment désigné par R_p . La centrale de cap et d'inertie du navire permet de définir le repère R_p par rapport au repère géographique noté R_g par les angles de cap, roulis, tangage mesurés : K_m, R_m, T_m . On désigne respectivement par (S, G, D) et (K, R, T) les valeurs réelles des grandeurs site, gisement, distance et cap, roulis, tangage.

Les grandeurs (s, g, d) et (k, r, t) représentant les

erreurs de mesure, et définies respectivement par les relations :

$$\begin{cases} S_m = S + s \\ G_m = G + g \\ D_m = D + d \end{cases} \quad \begin{cases} K_m = K + k \\ R_m = R + r \\ T_m = T + t \end{cases}$$

sont supposées être des bruits blancs, gaussiens, et indépendants.

II.2) CHOIX DES REPERES ET DU SYSTEME DE COORDONNEES

On peut envisager de représenter la cible par ses composantes relatives :

- au repère géographique absolu,
- au repère bâtiment.

Dans ce dernier cas, les mesures polaires délivrées par les différents senseurs sont directement accessibles et les équations de mesure très simples.

Toutefois, l'évolution des angles (K, R, T) , permettant de positionner le repère bâtiment par rapport au repère géographique, dépend essentiellement de l'état de la mer et de la structure du navire ; elle n'est donc pas prévisible et aucune hypothèse cohérente sur le mouvement de la cible ne peut être émise.

Notons également que le choix de coordonnées cylindriques ou sphériques donne lieu à des équations d'évolution très complexes, même pour des mobiles en mouvement rectiligne uniforme.

En conséquence, la cible sera repérée par ses coordonnées cartésiennes dans le repère géographique absolu.

III. OBTENTION DES EQUATIONS D'ETAT CONTINUES

Pour modéliser le mouvement de la cible par des équations d'état, il est nécessaire d'émettre certaines hypothèses. Dans la plupart des approches classiques, ces dernières sont formulées en prenant comme référence le repère géographique absolu.

Notons cependant que, vu de la cible, ce dernier est totalement arbitraire.

En conséquence, il est préférable de travailler dans un repère lié à la trajectoire et de faire ainsi apparaître des paramètres intrinsèques comme l'accélération tangentielle, l'accélération normale,

TRAITEMENT ET MODELISATION DE TRAJECTOIRES

la courbure, etc... Le choix du trièdre de Serret-Frenet s'impose alors naturellement.

Nous adoptons les notations classiques :

- M : vecteur position de la cible,
- T : vecteur unitaire de la tangente orientée,
- N : vecteur unitaire de la normale principale orientée,
- B : vecteur unitaire de la binormale,
- v : module de la vitesse,
- γ : accélération tangentielle,
- ρ : courbure,
- τ : torsion algébrique.

Les relations bien connues :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M \\ T \\ N \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v\rho & 0 \\ 0 & -v\rho & 0 & -v\tau \\ 0 & 0 & v\tau & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ T \\ N \\ B \end{bmatrix}$$

prouvent que le mouvement de la cible est parfaitement déterminé dès que l'on connaît les fonctions du temps $v(t)$, $\rho(t)$, $\tau(t)$ ou, ce qui revient au même : $\gamma(t)$, $\rho(t)$, $\tau(t)$.

Il nous faut maintenant décrire l'évolution de ces variables par un système différentiel de dimension finie.

Autrement dit, il faut choisir des conditions de fermeture sur γ , ρ et τ .

Désignons par $\phi_{\gamma\gamma}(t)$, $\phi_{\rho\rho}(t)$ et $\phi_{\tau\tau}(t)$ les fonctions d'autocorrélation respectives de γ , ρ et τ .

Nous supposons que ces variables ne varient pas trop "rapidement", ce qui permet de les représenter par un modèle exponentiellement décorrélé, i.e. :

$$\begin{aligned} \phi_{\gamma\gamma}(t) &= \sigma_\gamma^2 e^{-a|t|} \\ \phi_{\rho\rho}(t) &= \sigma_\rho^2 e^{-b|t|} \\ \phi_{\tau\tau}(t) &= \sigma_\tau^2 e^{-c|t|} \end{aligned}$$

On peut alors montrer par un calcul simple que γ , ρ et τ vérifient les équations différentielles stochastiques :

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a\gamma + w_1 \\ -b\rho + w_2 \\ -c\tau + w_3 \end{bmatrix}$$

w_1 , w_2 et w_3 désignant des bruits blancs gaussiens de densités spectrales respectives : σ_γ^2 , σ_ρ^2 , σ_τ^2 .

Il en résulte un système différentiel redondant (B est lié à T et N par la condition : $B = T \wedge N$) à seize variables :

$$\begin{bmatrix} \dot{M} \\ \dot{T} \\ \dot{N} \\ \dot{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v.T \\ v\rho.N \\ -v\rho.T - v\tau.B \\ v\tau.N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \\ -a\gamma + w_1 \\ -b\rho + w_2 \\ -c\tau + w_3 \end{bmatrix}$$

L'utilisation des quatre quaternions (q_0, q_1, q_2, q_3) définissant la position du trièdre de Serret-Frenet par rapport au repère géographique absolu, va nous permettre d'obtenir une représentation minimale du système ci-dessus.

Désignons par Ω le vecteur de rotation instantané du repère de Serret-Frenet S_f par rapport au repère géographique R_g , et par (p, q, r) les composantes respectives de Ω dans R_g .

On sait que :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{N}.B \\ \dot{B}.T \\ \dot{T}.N \end{bmatrix} \quad \text{i.e.} \quad \begin{bmatrix} p = -v\tau \\ q = 0 \\ r = v\rho \end{bmatrix}$$

et que :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = 1/2 \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

Les composantes de T dans R_g s'expriment respectivement par :

$$T = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) \end{bmatrix}$$

Posons :

$$\begin{aligned} x_1 &= x & x_2 &= y & x_3 &= z \\ x_4 &= q_0 & x_5 &= q_1 & x_6 &= q_2 \\ x_7 &= q_3 & x_8 &= v & x_9 &= \gamma \\ x_{10} &= \rho & x_{11} &= \tau \end{aligned}$$

L'équation d'état du système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 - x_7^2) x_8 \\ 2(x_5x_6 + x_4x_7) x_8 \\ 2(x_5x_7 - x_4x_6) x_8 \\ 1/2(x_5x_{11} - x_7x_{10}) x_8 \\ 1/2(-x_4x_{11} + x_6x_{10}) x_8 \\ -1/2(x_5x_{10} + x_7x_{11}) x_8 \\ 1/2(x_4x_{10} + x_6x_{11}) x_8 \\ x_9 \\ -ax_9 \\ -bx_{10} \\ -cx_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Notons que les relations ci-dessus et les équations de mesure établies au paragraphe V permettent de construire un Filtre de Kalman étendu, continu-discret. La



réalisation pratique de celui-ci nécessite cependant l'intégration numérique entre deux instants de mesure de 77 équations non linéaires couplées - les 11 premières correspondant à l'évolution de l'état du système, et les 66 autres, à l'évolution des coefficients de la matrice de covariance.

Le paragraphe suivant a pour but de supprimer cette intégration pour réduire le temps calcul.

IV. LINEARISATION ET DISCRETISATION DES EQUATIONS D'ETAT

IV.1) LINEARISATION D'UNE CERTAINE CLASSE DE SYSTEMES NON-LINEAIRES

On considère un processus p décrit par un vecteur d'état :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

et vérifiant les relations (2) :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = A[X_2(t)] \cdot X_1 \\ \dot{X}_2 = G \cdot X_2 \end{cases} \quad (2)$$

On suppose de plus que p satisfait les hypothèses (h) :

- a) $A[X_2(t)]$ est une matrice antisymétrique (n,n) ne dépendant explicitement que de X_2 ; G est une matrice (m,m) constante.
- b) $A[X_2(t)]$ obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{d}{dt} [A[X_2(t)]] = f[X_2(t)] \cdot A[X_2(t)]$$
 où $f(X_2)$ est une fonction réelle de X_2 .
- c) L'espace vectoriel engendré par les dérivées successives par rapport au temps de la fonction : $g[X_2(t)] = \text{Exp} \left[\int_{t_0}^t f[X_2(u)] du \right]$ est de dimension finie k , soit en notations symboliques :

$$\exists (\lambda_0, \dots, \lambda_{k-1}) \in \mathbb{R}^k / g^{(k)} = \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_i g^{(i)}$$

Théorème : Sous les hypothèses (h), il existe un changement d'espace fonctionnel qui permet d'obtenir une représentation linéaire du processus p .

Démonstration abrégée :

1) $A[X_2(t)]$ est une matrice diagonalisable (car normale d'après le a). Ses valeurs propres sont soit nulles, soit imaginaires pures et deux à deux opposées.

Nous ne considérons que ce dernier cas (le premier est trivial), et nous les notons :

$$\pm jD_i[X_2(t)] \quad 1 \leq i \leq K \leq n/2$$

n étant un entier pair.

2) $D_i[X_2(t)]$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d}{dt} [D_i[X_2(t)]] = f[X_2(t)] \cdot D_i[X_2(t)] \quad 1 \leq i \leq K$$

d'où :

$$D_i[X_2(t)] = \text{Exp} \left[\int_{t_0}^t f[X_2(u)] du \right] \cdot D_i[X_2(t_0)] \quad 1 \leq i \leq K$$

Le c) permet alors d'affirmer que l'espace vectoriel engendré par les dérivées successives de $D_i[X_2(t)]$ est de dimension finie.

3) Si $V_i[X_2(t)]$ (resp. $\bar{V}_i[X_2(t)]$) est un vecteur propre de $A[X_2(t)]$ pour la valeur propre $jD_i[X_2(t)]$ (resp. $-jD_i[X_2(t)]$), on peut choisir V_i de manière à ce que :

$$\frac{d}{dt} [V_i[X_2(t)]] = 0$$

Si r_i désigne l'ordre de multiplicité de la valeur propre $jD_i[X_2(t)]$, il suffit en effet de fixer les $(n-r_i)$ degrés de liberté du système :

$$[A[X_2(t)] - jD_i[X_2(t)] \cdot I] \cdot V_i[X_2(t)] = 0$$

à des valeurs constantes.

4) Soit $P[X_2(t)]$ la matrice (n,n) dont les $\frac{n}{2}$ premières colonnes sont formées des vecteurs propres $V_i[X_2(t)]$, et les $\frac{n}{2}$ dernières colonnes des vecteurs $\bar{V}_i[X_2(t)]$.

On peut montrer que les composantes $X'_{1,K}$ et $X'_{1,(n/2+K)}$ ($1 \leq K \leq n/2$) du vecteur X'_1 défini par :

$$X'_1(t) = P^{-1}[X_2(t)] \cdot X_1(t)$$

sont conjuguées.

En posant :

$$X'_{1,K}(t) = \rho'_K(t) e^{j\theta'_K(t)}$$

on obtient une représentation linéaire du système (2) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\rho}'_K = 0 \\ \dot{\theta}'_K = D_K \\ D_K^{(k)} = \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_i D_K^{(i)} \end{cases} \quad 1 \leq K \leq n/2$$

IV.2) APPLICATION

Considérons le système différentiel obtenu en conservant la partie déterministe des huit dernières équations de (1) :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = A[X_2(t)] X_1 \\ \dot{X}_2 = G X_2 \end{cases}$$

avec :

$$X_1 = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$$

$$X_2 = [v \quad \gamma \quad \rho \quad \tau]^T$$

$$A X_2(t) = 1/2 \begin{bmatrix} 0 & v\tau & 0 & -v\rho \\ -v\tau & 0 & v\rho & 0 \\ 0 & -v\rho & 0 & -v\tau \\ v\rho & 0 & v\tau & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b \end{bmatrix}$$

Nous voyons aisément que :

1) $A(v, \gamma, \rho, \tau)$ est une matrice antisymétrique vérifiant l'équation différentielle :

$$\frac{dA}{dt}(v, \gamma, \rho, \tau) = \left(\frac{\gamma}{v} - b\right) A(v, \gamma, \rho, \tau)$$

2) la fonction :

$$g(v, \gamma, \rho, \tau) = \text{Exp} \left[\int_{t_0}^t \left(\frac{\gamma(u)}{v(u)} - b \right) du \right]$$

$$= \left(\frac{v}{v_0} \right) e^{-b(t-t_0)}$$

satisfait la relation :

$$\ddot{g} = -(a+b)bg - (a+2b)\dot{g}$$

Appliquons la méthode décrite au paragraphe IV.1).

Les valeurs propres de $A[X_2(t)]$ valent :

$$\pm jD[X_2(t)]$$

avec

$$D[X_2(t)] = \frac{1}{2} v \sqrt{\rho^2 + \tau^2}$$

Le calcul des vecteurs propres de $A[X_2(t)]$ fournit l'expression de la matrice $P[X_2(t)]$ que l'on choisit de manière à avoir : $\frac{d}{dt} [P[X_2(t)]] = 0$:

$$P[X_2(t)] = \begin{bmatrix} -\frac{\tau}{\rho} & j\frac{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}}{\rho} & -\frac{\tau}{\rho} & -j\frac{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}}{\rho} \\ -j\frac{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}}{\rho} & -\frac{\tau}{\rho} & j\frac{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}}{\rho} & -\frac{\tau}{\rho} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Posons :

$$\begin{cases} x' = \frac{\tau}{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}} \\ y' = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + \tau^2}} \\ D' = \frac{1}{2} \gamma \sqrt{\rho^2 + \tau^2} \end{cases}$$

Le changement de variable défini par :

$$\begin{cases} q'_0 = \frac{1}{2} [q_2 + j[y'q_1 + x'q_3]] = \rho'_0 e^{j\theta'_0} \\ q'_1 = \frac{1}{2} [q_3 - j[y'q_0 + x'q_2]] = \rho'_1 e^{j\theta'_1} \\ q'_2 = \bar{q}'_0 \\ q'_3 = \bar{q}'_1 \end{cases}$$

conduit au modèle linéaire équivalent :

$$\begin{cases} \dot{\rho}'_0 = 0 \\ \dot{\theta}'_0 = D \\ \dot{\rho}'_1 = 0 \\ \dot{\theta}'_1 = D \\ \dot{D} = -bD + D' \\ \dot{D}' = -(a+b)D' \\ \dot{x}' = 0 \\ \dot{y}' = 0 \end{cases}$$

IV.3) LINEARISATION ET DISCRETISATION DE LA PARTIE DETERMINISTE DES EQUATIONS (1)

T désigne la période d'échantillonnage, et X_k la valeur de X à l'instant t_k .

Nous posons :

$$\begin{cases} A = \frac{1+e^{-bT}}{2} \\ B = \frac{e^{-bT}(1-e^{-aT})(1-e^{-(a+b)T})}{4a(a+b)} \\ C = \frac{(1-e^{-aT})(1-e^{-(a+b)T})}{2a(a+b)} \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = y \\ x_3 = z \end{cases}$$

Nous ne donnons que le résultat final, en ne détaillant ni l'expression littérale des variables d'état x_i ($4 \leq i \leq 12$), ni les calculs intermédiaires :

$$\begin{cases} x_{1,k+1} = x_{1,k} - 8x_{6,k} x_{12,k}^2 [x_{9,k}^2 \cos(2x_{4,k}) + x_{10,k}^2 \cos(2x_{5,k}) + 8x_{6,k} x_{11,k} [x_{9,k}^2 x_{11,k} + x_{10,k}^2 x_{11,k} + 2x_{9,k} x_{10,k} \sin(x_{5,k} - x_{4,k})] \\ x_{2,k+1} = x_{2,k} + 8x_{6,k} x_{12,k} [x_{9,k}^2 \sin(2x_{4,k}) - x_{10,k}^2 \sin(2x_{5,k}) - 2x_{9,k} x_{10,k} x_{11,k} \cos(x_{4,k} + x_{5,k})] - 16x_{6,k} x_{9,k} x_{10,k} x_{11,k} x_{12,k} \cos(x_{5,k} - x_{4,k}) \\ x_{3,k+1} = x_{3,k} + 8x_{6,k} x_{12,k} [x_{9,k}^2 x_{11,k} \cos(2x_{4,k}) - x_{10,k}^2 x_{11,k} \cos(2x_{5,k}) + 2x_{9,k} x_{10,k} \sin(x_{4,k} + x_{5,k})] + 8x_{6,k} x_{11,k} x_{12,k} [x_{9,k}^2 - x_{10,k}^2] \\ x_{4,k+1} = x_{4,k} + Ax_{6,k} x_{8,k} + Bx_{7,k} x_{8,k} \\ x_{5,k+1} = x_{5,k} + Ax_{6,k} x_{8,k} + Bx_{7,k} x_{8,k} \\ x_{6,k+1} = x_{6,k} + Cx_{7,k} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x_{7,k+1} = e^{-aT} x_{7,k} \\ x_{8,k+1} = e^{-bT} x_{8,k} \\ x_{9,k+1} = x_{9,k} \\ x_{10,k+1} = x_{10,k} \\ x_{11,k+1} = x_{11,k} \\ x_{12,k+1} = x_{12,k} \end{cases}$$

V. OBTENTION DES EQUATIONS DE MESURE

La méthode classique, qui consiste à calculer les grandeurs (S, G, D) en fonction de (x, y, z) et (K, R, T) sous la forme :

$$(S, G, D) = h(x, y, z, K, R, T)$$

puis à linéariser la fonction h (au demeurant fort complexe) autour des valeurs estimées ($\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{K}, \hat{R}, \hat{T}$) n'est pas applicable.

En effet, les variables (K, R, T) ne figurent pas dans le vecteur d'état et les seules valeurs de ($\hat{K}, \hat{R}, \hat{T}$) que l'on puisse prendre sont les valeurs mesurées (K_m, R_m, T_m). Cette démarche revient donc à négliger les effets, pourtant tout à fait comparables, des bruits (k, r, t) devant ceux des bruits (s, g, d), ce qui est physiquement inacceptable.

C'est pourquoi nous avons choisi une approche différente.

V.1) LINEARISATION SOUS-OPTIMALE DES EQUATIONS DE MESURE POUR UNE CERTAINE CLASSE DE SYSTEMES

On considère un système s décrit par les équations :

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + w \\ Y_m = h(X) + v \end{cases}$$

où X est le vecteur d'état de s, X' une partie du vecteur d'état (ou le vecteur d'état lui-même), Y_m le vecteur de mesure.

On suppose de plus que s satisfait les hypothèses (h') :

- (h')
- w et v sont deux bruits blancs gaussiens non corrélés de matrices de covariance respectives W(t) et V(t)
 - v est "petit" devant Y_m
 - la fonction non linéaire h admet une inverse h⁻¹ de classe C₁.

Dans ce qui suit, nous posons :

$$X'_m = h^{-1}(Y_m)$$

et nous désignons par G(t) la matrice des dérivées partielles de h⁻¹(Y) au point Y_m(t).

Une démonstration simple nous permet d'affirmer que :

Théorème : Sous les hypothèses (h'), l'équation de mesure de s s'écrit au premier ordre :

$$X'_m = X' + v'$$

où v' est un bruit blanc gaussien de matrice de covariance : V'(t) = G(t).V(t).G^T(t)

V.2) APPLICATION

En adoptant les conventions habituelles (tangage absolu, roulis relatif), les coordonnées géographiques (x, y, z) de la cible se déduisent des coordonnées bâtiment (x_p, y_p, z_p) par trois rotations :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos T & \sin T \\ 0 & -\sin T & \cos T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos R & 0 & -\sin R \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin R & 0 & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}$$

les composantes (x_p, y_p, z_p) étant elles-mêmes définies par les relations :

$$\begin{cases} x_p = D \cdot \cos(S) \cdot \sin(G) \\ y_p = D \cdot \cos(S) \cdot \cos(G) \\ z_p = D \cdot \sin(S) \end{cases}$$

Les expressions ci-dessus fournissent l'expression littérale de la fonction : h⁻¹(S, G, D, K, R, T), et nous permettent d'appliquer les résultats du paragraphe V.1).

Tous calculs faits, on trouve que l'équation de mesure du système prend la forme très simple :

$$X'_m = X' + v'$$

où v' est un bruit blanc gaussien de matrice de covariance : V'(t) = F₁(t).V₁.F₁^T(t) + F₂(t).V₂.F₂^T(t)

V₁ et V₂ désignant respectivement les matrices de covariance (supposées constantes) des bruits non corrélés (k, r, t) et (g, s, d), et X' le vecteur (x, y, z).

VI. CONCEPTION DU FILTRE

A partir des résultats établis aux paragraphes IV et V, et en utilisant les équations classiques figurant par exemple dans (1), nous construisons un filtre de Kalman étendu discret.

Celui-ci traite les mesures fournies à chaque période d'échantillonnage par les différents senseurs et donne une estimation en temps réel des paramètres cinématiques de la cible.

VII. RESULTATS ET CONCLUSIONS

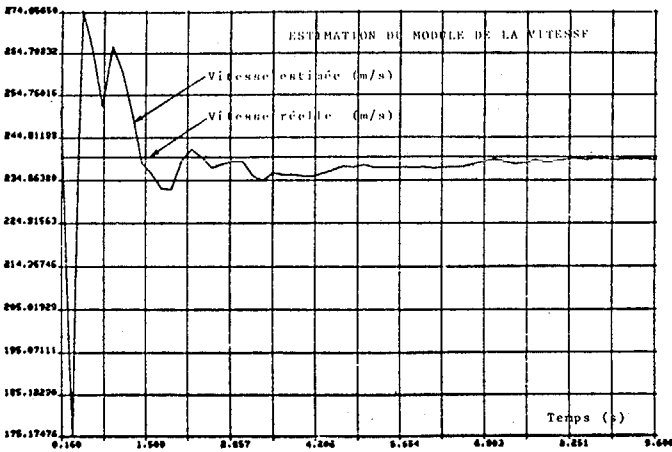
Dans les simulations informatiques, nous avons volontairement choisi des valeurs pessimistes pour les écarts types des bruits de mesure : 10 minutes d'arc pour les angles et 20 mètres pour la distance.

TRAITEMENT ET MODELISATION DE TRAJECTOIRES

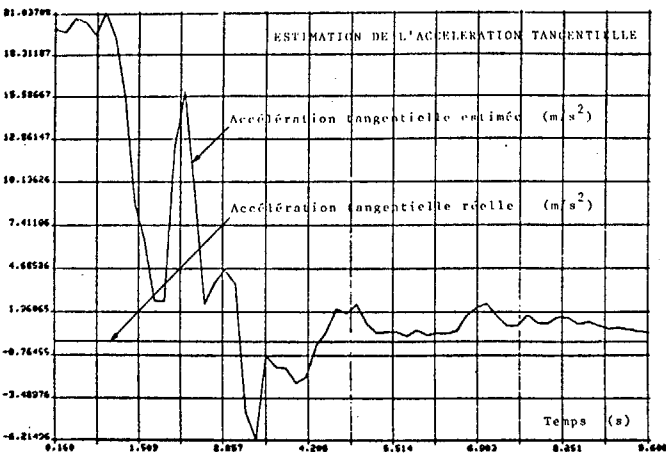
Les performances du filtre semblent n'en être guère altérées et son efficacité, par rapport aux systèmes existants, est particulièrement flagrante dans le cas de cibles évoluant sur des trajectoires curvilignes (cf. les courbes ci-dessous, où la cible se dirige vers le bâtiment à une vitesse de 240 m/s selon un arc de cercle de 2400 m de rayon).

En conclusion, la solution proposée possède les avantages suivants :

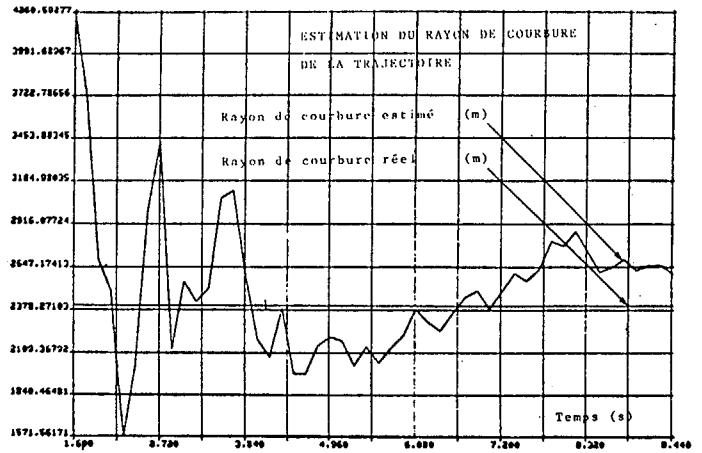
- performances indépendantes des mouvements de plateforme ;
- efficacité pour un large faisceau de trajectoires, de la ligne droite aux trajectoires à forte courbure ;
- faibles besoins en temps machine.



ESTIMATION DU MODULE DE LA VITESSE



ESTIMATION DE L'ACCELERATION TANGENTIELLE



ESTIMATION DU RAYON DE COURBURE DE LA TRAJECTOIRE

- REMERCIEMENTS -

L'Auteur tient à témoigner sa reconnaissance à Monsieur le Professeur G.ALENGRIN, à Monsieur l'Ingénieur Principal de l'Armement C.BOZZO et à Monsieur le Capitaine de Corvette G.PAQUET pour leurs conseils et suggestions.

- REFERENCES -

- (1) R.H JAZWINSKI - Stochastic Process and Filtering Theory - Academic Press - New-York.
- (2) R.S BUCY ; P.D JOSEPH - Filtering for stochastic process with application to guidance - John Wiley and Co - New-York.
- (3) R.W BASS ; V.D NORUM - Non linear filtering and target motion analysis : A practical implementation Proceedings of third Symposium on non linear estimation theory and its applications - San Diego 1972
- (4) C.BOZZO ; W.LEGRAND - Modélisation et identification des systèmes linéaires stochastiques - Quatrième colloque sur le traitement du signal et ses applications NICE 1973.
- (5) R.P WISHNER, R. E LARSON "Status of radar tracking algorithms" Proceeding of symposium of non linear estimation theory and its application - San Diego - California - Septembre 1970.

