

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

457



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Claude A. BOZZO

C. BLONDEL, A. GUILBERT, E. SIFFREDI

Centre d'Analyse de Systèmes

CAPCA/GESTA

Les Oursinières - 83200 Le PRADET -

Article rédigé en Collaboration avec

L. PASSERON*, Ph. de LARMINAT**, C. DONCARLI**

RESUME

Les méthodes de modélisation constituent une étape essentielle dans la synthèse des filtres associés à la détermination des éléments de cinématique d'une cible manoeuvrante.

Le modèle adopté par la plupart des auteurs (modèle de SINGER) ne rend compte que de façon très imparfaite des caractéristiques de la trajectoire et des lois de mouvement.

Une approche plus systématique a été introduite et développée depuis 1977 par C. BOZZO et A. GUILBERT dans le cadre des travaux effectués au Centre d'Analyse de Systèmes de la DCAN de TOULON (CAPCA). Elle consiste à effectuer les choix fondamentaux relatifs au système de coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques) et au repère (lié à la plateforme, à l'antenne ou à la trajectoire) à partir de la connaissance de la structure du vecteur d'état imposée par les variables à estimer (position, vitesse, accélération, etc...), les variables de fermeture (équations aux contraintes au premier et au second ordre, etc...) et les variables de pilotage (Q-commandabilité du filtre).

On justifie par cette approche les résultats satisfaisants obtenus avec les modèles qui avaient été déterminés dans le passé de façon intuitive (modèles en $\frac{1}{D}$, $\log D$, $\tan A$, etc...).

SUMMARY

Model designing methods are an essential step towards the synthesis of filters associated with the problems of determining the kinematics of a target in motion.

The model selected by most authors (SINGER model) only gives a very incomplete account of both the path characteristics and the laws of motion.

A more systematic approach has been introduced and developed since 1977 by C. BOZZO and A. GUILBERT as part of works carried out by the "Centre d'Analyse de Systèmes" of the DCAN in TOULON (CAPCA). Such an approach consists in taking the fundamental choices relating both to the system of co-ordinates (Cartesian, polar, cylindrical/co-ordinates) and to the reference system (connected with the platform, the antenna or the trajectory) on the basis of the knowledge of the status vector structure required by the variables to be calculated (position, speed, acceleration, etc...), by the closing variables (first and second order stress equations, etc...) and by the control variables (filter Q-controllability).

This approach is fully justified by the satisfactory results obtained with models which had been intuitively determined in the past ($\frac{1}{D}$, $\log D$, $\tan A$, models, etc...).

* SNIAS (CANNES)

** Laboratoire d'Automatique de l'ENSM (NANTES)



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

1. - INTRODUCTION POSITION DU PROBLEME

On s'intéresse à la conduite d'un processus supportant un ensemble de senseurs permettant d'effectuer une poursuite en trois dimensions ("Poursuite 3D") ou en deux dimensions (problème plan ou "Poursuite 2D"). Nous traiterons, dans ce qui suit, le cas général de la poursuite en trois dimensions, le problème plan et celui de la poursuite angulaire sans connaissance de la distance (goniométrie passive, problème dit de "l'azimétrie" etc...) étant représentés comme des cas particuliers (cf. Paragraphe 3) du problème général.

Le problème envisagé consiste donc à déterminer avec précision la position d'un objet (mobile) supposé non coopératif (mobile manoeuvrant) et les paramètres caractérisant sa trajectoire ainsi que la loi de mouvement sur cette trajectoire.

On fait l'hypothèse que l'on dispose (cf. Figure 2) d'éléments d'écartométrie (écart latéral et écart sital) définis par deux angles (entre l'axe "observateur-mobile" et la position instantanée de l'axe caractérisant le dispositif de poursuite angulaire). Les mesures obtenues dépendent étroitement de la nature du senseur envisagé :

a) Radar : le radar fournit le gisement G et le site S , les écartométries sitale et latérale. (Radar de poursuite), la distance D du point visé (chaîne de télémétrie) et, éventuellement, la vitesse radiale. Les radars à balayage électronique mesurent par contre en général D , u et v , u et v étant les cosinus directeurs de la ligne de visée.

b) Optronique : Le télémètre laser fournit une distance qui peut être associée à une écartométrie radar ou bien à une écartométrie infra-rouge ou télévision.

c) Sonar actif : le sonar actif fournit une distance, (éventuellement un vitesse radiale) et un azimut (ou un gisement) du point visé.

d) Sonar passif : il fournit uniquement un azimut du point visé et peut, parfois, être associé à un télémètre passif (sur front d'ondes ou sur réflexion et trajets multiples) qui fournit la distance ou l'inverse de la distance.

e) Radio : un récepteur passif peut fournir des informations relatives à la direction dans laquelle a lieu l'émission écoutée etc...

Les senseurs sont donc très divers, (actifs ou passifs, à antenne à balayage électronique ou à scanning mécanique, écartomètres ou télémètres etc...) et leurs modes d'exploitation sont également très divers. Par ailleurs la nature des applications envisagées est également très vaste:

- Problèmes de veille
- Problèmes de poursuite
- Contrôle aérien
- Télécommande de missile
- Trajectographie de missile etc...

En général, il est nécessaire d'envisager "globalement" le problème de la poursuite sous le double aspect de la commande et de l'estimation. Compte tenu du concept de dualité estimation-commande, c'est l'ensemble "algorithme d'estimation - algorithme de commande" qui doit être optimisé de façon adaptative.

Dans ce qui suit, nous ne présenterons que le problème d'estimation, le problème de commande étant traité par ailleurs [B39].

La présentation de la modélisation du processus de poursuite sera faite dans le cas tridimensionnel et en faisant l'hypothèse que le senseur est porté par un dispositif de pointage, ou tourelle, qui permet de réaliser la poursuite angulaire. La poursuite en distance sera idéalisée, l'étude de chaque cas particulier ne posant pas de difficultés spécifiques (si l'on excepte la caractérisation des bruits).

La modélisation envisagée sera donc relative aux systèmes de poursuite Radar classiques, les aspects plus particuliers liés à la veille Radar, à l'Optronique, au Sonar, et, de façon plus générale, au traitement d'informations obtenues à partir d'antennes à balayage électronique, etc... pouvant être introduits, dans des développements annexes.

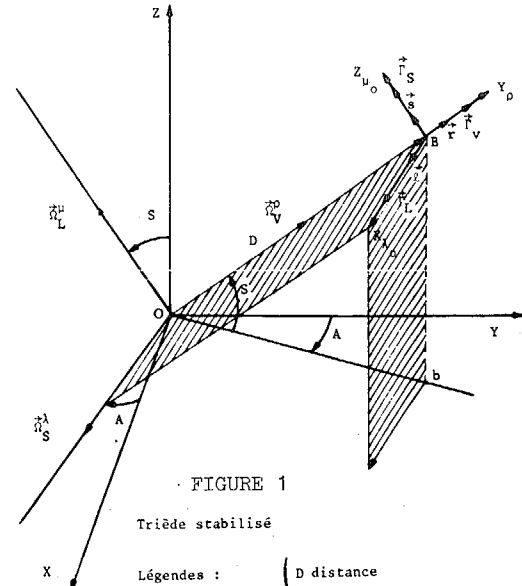


FIGURE 1

Triade stabilisée

Légendes :

D	distance
A	Azimut
S	Site
\vec{r}_L	Vecteur accélération dans ($\vec{Ox}'_L, \vec{Oy}'_L, \vec{Oz}'_L$)
\vec{r}_V	
\vec{r}_S	
$\vec{\omega}_S$	Vecteur de rotation dans le triade ($\vec{Ox}'_S, \vec{Oy}'_S, \vec{Oz}'_S$) (vitesses gyroscopiques)
$\vec{\omega}_V$	
$\vec{\omega}_L$	

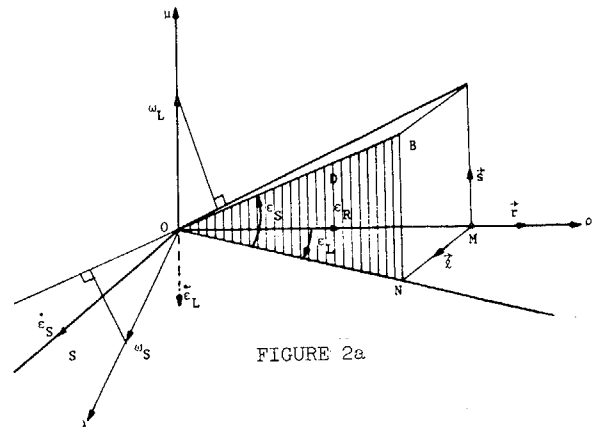


FIGURE 2a

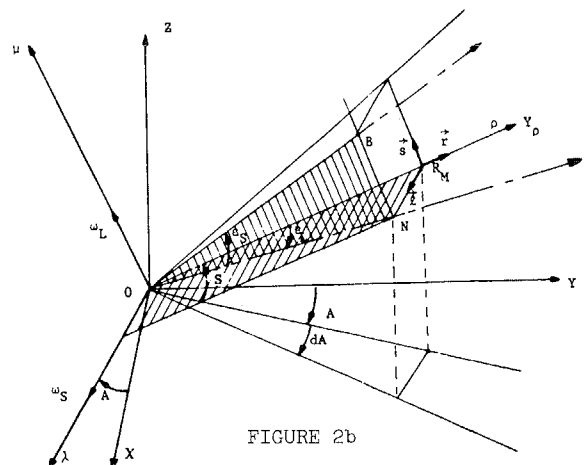


FIGURE 2b



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Le problème d'estimation envisagé se présente donc de la façon suivante: à partir de mesures effectuées en temps discret (en général) et entachées de bruit, d'un certain nombre d'états caractérisant de façon plus ou moins complète les manoeuvres d'un mobile poursuivi (coordonnées angulaires, distances, vitesses gyrométriques, radiale, écarts de poursuite, etc...), déterminer en temps réel les "paramètres" associés à la représentation de la trajectoire du mobile et des lois de mouvement sur cette trajectoire. On cherche donc à obtenir des estimées des différentes variables associées aux éléments de cinématique du mobile considéré comme ponctuel (vitesse, accélération, position extrapolée, nature de la trajectoire suivie, etc...)

2. - PROBLEMES DE CARACTERISATION ET DE MODELISATION

Cette question, prise dans son ensemble, est très vaste et très complexe. Elle peut, en effet, être envisagée sous le triple aspect :

- de la modélisation et de la caractérisation des processus envisagés (dynamique et bruits),
- de la détermination de l'algorithme adaptatif permettant d'effectuer l'estimation optimale (et la commande quand se pose un problème de commande),
- du choix des moyens de traitement et des méthodes d'implémentation des algorithmes.

2.1 - Caractérisation des processus envisagés

Cette caractérisation fait référence à un certain nombre de notions fondamentales qu'il est souhaitable d'analyser vis-à-vis des méthodes classiques d'estimation et de filtrage (filtre de KALMAN, filtre de KALMAN étendu, filtre non linéaire, etc...)

On peut citer :

- l'aspect "continu-discret" des processus envisagés,
- l'aspect non linéaire des équations de dynamique et de mesure,
- le choix de l'espace paramétrique envisagé, et donc le choix du type de représentation (relatif ou absolu), de la nature du repère et du système de coordonnées adoptés pour représenter la dynamique du mobile poursuivi, de la composition du vecteur d'état etc... L'équation d'état du système représente donc, aussi fidèlement que possible, le comportement "moyen" du processus envisagé,
- les caractéristiques propres des bruits (Caractère Gaussien ou non Gaussien, non stationnarité, non additivité, corrélation etc...). Nous appellerons "variables de mesure", les variables qui permettent de corriger la connaissance que l'on a "a priori" de l'état du système et auxquelles est associée la notion de R-observabilité du modèle.
- le choix des paramètres statistiques associés aux variables (bruits de dynamique) permettant de caractériser les manoeuvres du mobile poursuivi, manoeuvres qui ne sont pas connues "a priori" de l'observateur et qui doivent donc être modélisées dans le cadre d'une approche probabiliste. Nous appellerons "variables de pilotage" les variables aléatoires qui interviennent de la sorte dans la Q-commandabilité du modèle (cf. Paragraphe 2.45)

Nous n'envisagerons, dans ce qui suit, que les mouvements du centre de gravité du mobile poursuivi (ou plus exactement du point de visée) et non les mouvements autour du centre de gravité. Le mobile sera donc considéré comme ponctuel pour simplifier la présentation effectuée. Il est évident que cette hypothèse simplificatrice n'est que rarement vérifiée. On peut, par exemple, citer le cas de la poursuite radar sur bâtiment de surface (avec un radar à faisceau étroit), de la poursuite télévision ou infra-rouge à faible

distance etc... pour lesquelles la cible ne peut pas être considérée comme ponctuelle. Le "point visé" ("point brillant" dans le cas du radar) n'est pas fixe et se déplace le long du mobile poursuivi. Ce "point visé" n'est d'ailleurs pas le même quand on exploite un senseur Radar, ou un senseur optronique. L'estimateur de cinématique associé doit donc en tenir compte (en considérant, par exemple, que les "sauts" de la ligne de visée correspondent à des biais entachant la mesure des coordonnées angulaires).

Notons également que nous n'envisagerons pas, dans ce qui suit, le problème constitué par la poursuite d'un objet ayant une trajectoire prédéterminée et bien connue (engins en phase balistique, satellites etc...); dans ce cas particulier, le filtrage consiste à prendre en compte les effets liés aux petits mouvements autour d'une trajectoire moyenne déterministe connue a priori ou pré-calculée (imprécision de la trajectoire, effets perturbateurs divers etc...)

2.2 - Aspect continu-discret des processus

L'équation d'état du système est, par essence, continue. L'équation d'observation est par contre discrète, les dispositifs de traitement du signal et la mise en oeuvre des algorithmes d'estimation et de commande faisant, de façon très générale, intervenir un ensemble de traitement numérique. Le processus global considéré est donc "continu-discret". On peut envisager deux classes principales de méthodes pour traiter ce processus "continu-discret" :

a) Discrétiser l'équation d'évolution en faisant l'hypothèse que la période d'échantillonnage est constante, que les entrées et les bruits sont bloqués entre deux échantillonnages successifs et que la durée de prélèvement est négligeable devant la période d'échantillonnage. Dans le cas d'un modèle linéarisé, on peut donc exploiter les méthodes classiques de discrétisation (cf. la présentation du modèle SINGER par BOZZO dans [B27] à [B31] à titre d'exemple). Mais, pour un modèle sous forme non linéaire, le problème est nettement plus délicat à traiter. De plus faut-il discrétiser puis linéariser ou faire l'inverse? (voir à ce sujet le problème de la poursuite 2D traité par GUILBERT dans [H26]).

PASSERON propose, dans [A4], une méthode de discrétisation pour un modèle de poursuite non linéaire particulier et qui consiste à effectuer un changement de base en exploitant la base formée à l'aide des vecteurs propres de la matrice de dynamique $f(x, t)$ (cf. Paragraphe 2.31 pour les notations). Quand f dépend du temps, il n'existe pas de méthode générale permettant de déterminer la matrice de passage $\mathcal{L}(t)$ qui diagonalise f . Cependant, l'expérience montre que le calcul peut être, malgré tout, effectué et conduit à des résultats pratiques intéressants (cf. [B40]).

SALUT ([B20] en particulier) propose d'exploiter un modèle "PARMA" (Pseudo-Auto-Regressive Moving Average) et qui est partiellement non linéaire. Ce modèle comporte une partie "AR" non linéaire et une partie "MA" linéaire et certains des résultats du filtrage optimal classique peuvent lui être appliqués, ce qui simplifie le problème posé par la discrétisation de la caractérisation continue. On remarquera (cf. modèle de SINGER) que, même dans le cas linéaire, la discrétisation conduit à certaines difficultés : en particulier la matrice de covariances Q des bruits de dynamique comporte des termes faisant intervenir la matrice de transition F du processus continu. De plus, il est souvent très difficile de factoriser la matrice Q , ce qui complique notablement le modèle.

b) Exploiter le modèle sous sa forme continue-discrete

Il est évident que l'exploitation d'un modèle non linéaire est rendue beaucoup plus simple par cette approche, surtout pour ce qui concerne la caractérisation des statistiques des bruits de dynamique.



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Si l'on utilise un ordinateur hybride, l'équation de dynamique et les équations de l'estimateur sous optimal associé sont réalisées sur la partie continue du calculateur. Sur ordinateur numérique, on utilise deux récurrences de calcul. Une de ces récurrences, T , correspond à la période d'échantillonnage des mesures (qui peut ne pas être constante quand les mesures sont discrètes et asynchrones, ce qui est souvent le cas en goniométrie passive), l'autre, $\frac{T}{n}$, correspond à la représentation (au sens de l'analyse numérique) de l'équation différentielle correspondant à la caractérisation de la dynamique : on peut, par exemple, exploiter des méthodes d'intégration à pas libres (RUNGE-KUTTA) ou à pas liés etc...

On trouvera dans [A4] une analyse relativement exhaustive des approches a) et b) dans le cas particulier du modèle élaboré dans un repère lié à la trajectoire (cf. Paragraphe 2.4).

2.3 - Aspect non linéaire des équations de dynamique et de mesure

2.31 - Modèle non linéaire et non linéarités intrinsèques

Quel que soit le système de coordonnées retenu et le vecteur d'état adopté, les équations de dynamique et de mesure sont toujours non linéaires. Dans certains cas très particuliers, et pour certaines trajectoires, il est possible de rendre linéaire l'une ou l'autre de ces deux équations. Mais les trajectoires n'étant pas déterminées a priori, ces cas très particuliers doivent être considérés comme exceptionnels.

Les deux équations définissant le processus ont donc la forme suivante qui n'est pas la forme la plus générale, dans la mesure où l'on fait implicitement l'hypothèse que les bruits sont additifs (or il n'y a, a priori, aucune raison pour qu'ils le soient) :

- dans le domaine continu :

$$(1) \begin{cases} dx_t = f(x_t, t) dt + G(x_t, t) d\beta_t \\ dz_t = h(x_t, t) dt + dn_t \end{cases}$$

- dans le domaine discret :

$$(2) \begin{cases} x_{k+1} = \phi(x_k, k) + \Gamma(x_k, k) w_k \\ z_k = h(x_k, k) + v_k \end{cases}$$

β_t et n_t étant des processus de mouvements Brownien avec :

$$(3) \begin{cases} EM[d\beta_t d\beta_t^T] = Q(t) \delta(t) \\ EM[dn_t dn_t^T] = R(t) \delta(t) \end{cases}$$

w et v étant des bruits de matrice de covariance Q et R , x étant l'état et z la mesure.

On notera $Z_k = \{z_0, z_1, \dots, z_k\}$ avec une notation de même type pour x .

L'application de la théorie du filtrage non linéaire conduirait, à l'évidence, à des estimateurs trop complexes et impossibles à implémenter. Il est donc toujours nécessaire de linéariser au premier ou second ordre et cette linéarisation induit de nombreuses difficultés :

a) le processus même de linéarisation peut être très complexe. Il conduit, en particulier lors du choix d'un vecteur d'état en coordonnées cartésiennes ou polaires, à des équations liant les différentes variables et leurs dérivées que nous appellerons "équations aux contraintes". (cf. Paragraphe 3).

b) l'estimateur linéarisé est, par définition, sous-optimal. Il se pose donc un problème de convergence (qui ne peut être, en général, démontré) et de choix de la méthode et du critère d'estimation. Contrairement à ce qui se produit dans le cas linéaire, les estimateurs MAP, MV, MIV, MC ne conduisent pas tous au même résultat.

c) il est évident, par ailleurs, que l'hypothèse classique du caractère Gaussien du modèle envisagé ne peut plus être adoptée. Car, même si les perturbations sont Gaussiennes, le caractère Gaussien est détruit par l'aspect non linéaire des équations. Rappelons cependant que le filtre MIV est le meilleur filtre linéaire, que les bruits soient ou non Gaussiens.

2.32 - Estimateurs sous-optimaux obtenus par linéarisation

Le choix de la méthode (et du critère) d'estimation va donc conduire à des estimateurs de nature différente et dont les modes de convergence sont eux-mêmes différents.

Les algorithmes correspondants peuvent être classés de la façon suivante :

- Filtre de KALMAN linéarisé (MIVL),
- Filtre de KALMAN étendu (FKE au premier ou second ordre),
- Linéarisation Statistique FLS,
- Estimateurs minimisant la variance d'erreur (MIV au premier ou au second ordre),
- Estimateurs MAP (Maximisant la densité de probabilité a posteriori) et estimateurs MC (Moindres Carrés),
- Filtre de KALMAN étendu généralisé (Approximation par une somme de densités Gaussiennes) FASG.

Les méthodes envisageables peuvent être ramenées aux catégories principales suivantes :

a) Linéarisation des fonctionnelles non linéaires ϕ , Γ et h intervenant dans le modèle et application du filtre de KALMAN.

b) Analyse de l'évolution de la densité de la probabilité a posteriori $P(x_k | Z_k)$

* Cas continu : On peut alors considérer l'équation de FOKKER-PLANCK qui décrit l'évolution de la densité de probabilité conditionnelle et permet donc :

- soit d'élaborer une solution exacte au sens de la moyenne conditionnelle,
- soit d'élaborer une solution approchée au premier ou second ordre en développant les fonctions non linéaires intervenant dans le modèle en série de TAYLOR autour de l'estimée optimale au sens de la moyenne conditionnelle \hat{x} (filtres MIV).

* Cas discret : un certain nombre de restrictions interviennent ; elles sont liées au fait que le théorème de la projection dans le domaine non linéaire n'est pas vérifié par les systèmes discrets. Il faut donc, pour déterminer les filtres tronqués, adopter d'autres hypothèses et, en particulier, l'hypothèse du caractère Gaussien.

On peut remarquer, quand on élabore l'estimateur par chacune de ces méthodes, que :

- dans le cas où l'équation de mesure est linéaire, les estimateurs EKF, MAP et MIV à l'ordre 1

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

sont identiques et très proches de l'estimateur FLS, - quand les échantillons deviennent denses (et que la période d'échantillonnage tend donc vers zéro), les estimateurs discrets se réduisent, en général (ceci n'est pas vrai pour l'estimateur MIV), aux estimateurs continus.

Les mesures étant effectuées en coordonnées polaires, on constate donc qu'il existe un intérêt théorique à faire la synthèse des filtres dans un repère polaire. Cette conclusion doit cependant être amendée dans de nombreux cas pratiques en raison :

- du caractère relatif du repère de mesures (cf. Paragraphe 2.33),
- des contraintes introduites par les conditions de fermeture (cf. Paragraphe 2.43).

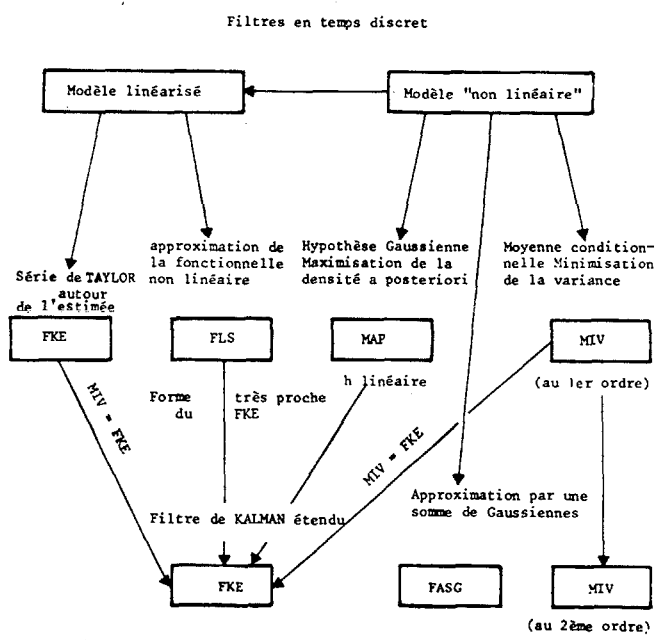


FIGURE 3

2.33 - Aspect absolu ou relatif

Si, de plus, le senseur envisagé est embarqué, la plateforme de référence est soumise à des mouvements angulaires (Roulis, tangage etc...) et à des déplacements (pilonnement etc...). L'estimation peut donc être effectuée en axes relatifs (liés à la plateforme ou à l'antenne) ou en axes absolus (Nord, Est, Verticale).

Les mesures sont, en général, effectuées en coordonnées polaires relatives, et il existe donc des perturbations dues aux mouvements de plateforme (Roulis, tangage, lacet, pilonnement, cavalement, embarquée sur un navire, par exemple) qui conduisent à des changements de coordonnées et introduisent une non linéarité supplémentaire au niveau de la mesure.

Une solution approchée peut consister à envisager les mouvements de plateforme comme une perturbation entachant les coordonnées polaires absolues considérées fictivement comme étant la mesure. Cette solution conduit aux deux représentations suivantes :

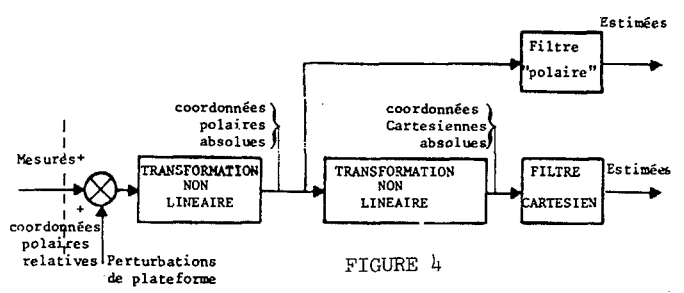


FIGURE 4

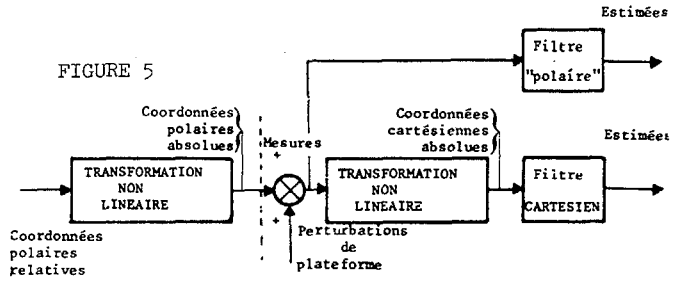


FIGURE 5

Ces transformations font apparaître de nouvelles difficultés. En effet, il faudra estimer ou mesurer les vitesses ou accélérations d'entraînement d'un repère par rapport à l'autre, ce qui peut conduire à implanter des capteurs précis et onéreux (gyromètres par exemple) ou à développer des filtres complémentaires.

D'autre part, un bruit additif en relatif ne l'est plus après transformation non linéaire, dans le système absolu. (cas des coordonnées polaires, cf. Paragraphe 2.422 à ce sujet).

Si le filtrage est effectué en axes relatifs, on évite bien entendu ces difficultés, mais des phénomènes parasites s'introduisent au niveau de la caractérisation statistique de l'état et des bruits.

Le problème est naturellement beaucoup plus simple dans le plan.

2.4 - Choix des repères et des systèmes de coordonnées

2.41 - Analyse des choix fondamentaux

On peut, a priori, envisager toutes les associations des trois types principaux de choix suivants :

Choix A (Etat) : choix d'un repère lié à l'observateur (navire par exemple), au senseur (son antenne par exemple) ou à la trajectoire.

Choix B (Etat) : choix d'un système de coordonnées cartésiennes, cylindriques ou polaires.

Choix C (Mesure) : choix d'un repère absolu ou relatif.

Notons cependant que :

- les mesures sont toujours polaires par essence : angles d'azimut et de site, distance, Doppler, vitesses gyrométriques, écartométries etc...

- les mesures sont, en général, élaborées "en relatif" et, quand elles sont délivrées en absolu, la transformation "relatif → absolu" est effectuée au niveau du senseur : ceci conduit d'ailleurs à des difficultés d'estimation, les mouvements de plateforme qui sont des perturbations "basse fréquence" étant alors difficiles à séparer des mouvements du mobile poursuivi.

* Il faut remarquer à ce sujet que ce trièdre, dont l'utilisation semble très séduisante (cf. PASSERON [B39] et BOZZO [H18]), pose un certain nombre de problèmes, en particulier, dans le cas d'une trajectoire rectiligne.

Nous ne considérerons, dans ce qui suit, que les associations {A,B,C} les plus classiques. En particulier, nous envisagerons :

- le cas des coordonnées cartésiennes (qui est traité de façon détaillée pour le modèle dit de SINGER dans les références [D1] à [D17]) et celui des coordonnées polaires, les coordonnées cylindriques ne représentant qu'un intérêt restreint,

- le cas du repère cartésien lié à l'observateur, celui du repère lié à l'antenne et celui du repère lié à la trajectoire.

Le problème posé, par le passage de coordonnées ou mesures relatives à des coordonnées ou mesures absolues peut être traité en envisageant trois méthodes :

- adjonction d'un bruit de mesure complémentaire représentant les perturbations liées aux mouvements de plateforme (cf. références [B27], [B28], [B29], [D14] et [D15])

- linéarisation de l'équation de mesure $z = h(x)$ tenant compte des non linéarités associées aux transformations absolu \rightarrow relatif. Cette méthode est complexe et ne sera pas envisagée dans ce qui suit.

- linéarisation de l'inverse (si elle existe) de l'équation de mesure $x = h^{-1}(z)$ (cf. références [F19], [B16], [B39]).

Il faut naturellement vérifier que le système obtenu est observable.

2.42 - Passage de coordonnées ou mesures relatives à des coordonnées absolues.

2.421 - Filtre linéaire. Méthode consistant à introduire un bruit de mesure fictif.

Cette méthode, introduite par BOZZO et LEGRAND dès 1970 ([B28]), consiste à prendre en compte uniquement, au niveau du filtre, les coordonnées absolues qui sont alors considérées comme étant les mesures réelles.

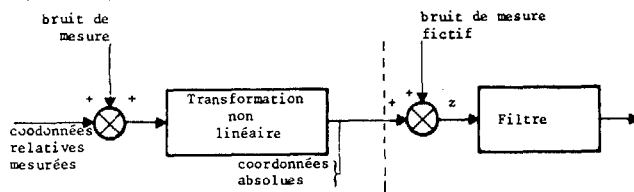


FIGURE 6

On ajoute à ces mesures fictives un bruit qui est modélisé comme étant la somme d'un bruit blanc de moyenne nulle et d'un bruit coloré qui représente l'erreur liée à la transformation non linéaire "relatif \rightarrow absolu". Au plan spectral, ce bruit est caractérisé, par exemple, par un spectre de la forme :

$$(4) \quad \phi_{uu}(p) = \frac{\alpha_1}{p^2 + 2\beta p + \omega_0^2}$$

dont les paramètres peuvent être ou non identifiés en temps réel et qui représente les perturbations associées aux mouvements de l'observateur autour de son centre de gravité (roulis et tangage).

Cette méthode présente l'avantage d'être simple et de conserver à l'équation de mesure son caractère linéaire. Elle conduit, par contre, à modifier l'estimateur en y introduisant les états correspondant à la variable u . De plus, il est évident que l'approximation est relativement grossière.

2.422 - Filtre linéarisé - Linéarisation de l'équation de mesure ou de son inverse

a) Introduction :

Cette méthode a été proposée par de nombreux auteurs et, en particulier, par de LARMINAT en 1972 (cf. [B16] en particulier) (elle a été reprise par PASSERON en 1980 [A4]). Elle présente, bien entendu, l'inconvénient de compliquer notablement l'algorithme de filtrage.

*Le fait de choisir un vecteur d'état en coordonnées cartésiennes conduit aux équations non linéaires suivantes :

$$(5) \quad \begin{cases} X = D \cos S \sin A = y_1 \\ Y = D \cos S \cos A = y_2 \\ Z = D \sin S = y_3 \end{cases}$$

Les grandeurs polaires mesurées, dans un repère stabilisé étant :

$$(6) \quad \begin{cases} D_m = D + v_D \\ A_m = A + v_A \\ S_m = S + v_S \end{cases}$$

On fait l'hypothèse que v_D , v_A , et v_S sont des bruits blancs indépendants de moyenne nulle et ayant respectivement comme écarts types σ_D , σ_A et σ_S .

*Par ailleurs, les mesures sont, en général, effectuées en coordonnées relatives et il faut tenir compte, pour passer du site relatif S_r et du gisement relatif G_r au site absolu S_a et à l'azimut A , des rotations de cap, roulis et tangage (dans le cas d'un navire).

En général, on considère des centrales délivrant le roulis relatif R_r et le tangage absolu T_a . On passe donc du trièdre cartésien relatif au trièdre géographique par un produit de trois rotations que nous noterons

$$M = [-K][-T_a][-R_r]$$

La matrice M de passage correspondante étant :

$$(7) \quad \begin{matrix} \cos K \cos R + \sin K \sin R \sin T & \sin K \cos T & -\cos K \sin R + \sin K \cos R \sin T \\ -\sin K \cos R + \cos K \sin R \sin T & \cos K \cos T & \sin K \sin R + \cos K \cos R \sin T \\ \sin R \cos T & -\sin T & \cos R \cos T \end{matrix}$$

en omettant les indices r et a pour simplifier les notations.

On fait également l'hypothèse que les quantités K , R et T sont entachées de perturbations additives blanches v_K , v_R et v_T , centrées, indépendantes et d'écarts-types respectifs σ_K , σ_R et σ_T .

On considère donc le cas général dans lequel on mesure le site relatif et le gisement relatif (entachés de bruits σ_S et σ_G). Le cas de la plateforme absolue (mesures) S_a et A s'en déduit sans difficultés.

b) Principe de la méthode

On considère, dans ce qui suit, que toutes les composantes du vecteur d'état sont mesurées, c'est-à-dire que $n = m$ (la généralisation à $m < n$ ne présente aucune difficulté)

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

forme $z = h(x) + v = y + v$ (8)
 La mesure est de la
 On fait l'hypothèse que $y = h(x)$ est inversible et permet d'élaborer un vecteur d'état "mesuré" x_m

$$x_m = h^{-1}(z)$$

Le vecteur d'état vérifie l'équation :

$$(9) \quad x = h^{-1}(y) = h^{-1}(z - v)$$

En développant (9) au premier ordre il vient :

$$(10) \quad x = h^{-1}(z) - \left\{ \left[\frac{\partial h^{-1}}{\partial y} \right] y = z \right\} v$$

et donc :

$$(11) \quad x_m = z_\ell = x + J v = x + v_m$$

z_ℓ étant la mesure linéarisée et J étant la matrice des dérivées partielles de $h^{-1}(y)$ au point $y = z$

L'équation de mesure est alors linéaire et le bruit de mesure correspondant a pour covariance la covariance de J v.

Cette méthode, proposée par de LARMINAT, a été utilisée avec succès pour la résolution des problèmes d'azimétrie (cf. [H18], [H19]) et par BOZZO et GUILBERT, LEFEVRE et CAVALLO pour les problèmes de poursuite 3D avec commutation de senseurs (cf. [F19]).

2.43 - Choix de la composition du vecteur d'état

La composition du vecteur d'état résulte des choix suivants :

α) Choix des variables primaires (coordonnées cartésiennes ou polaires ; variables ou fonctions des variables devant être estimées).

β) Choix des variables secondaires : expression des équations aux contraintes, des conditions de fermeture) et choix des variables de pilotage.

γ) Choix des états complémentaires permettant d'adapter le filtre (cf. Paragraphe 2.5) : innovation, gains etc...

Il est évident que le choix des composantes du vecteur d'état va intervenir sur la relation $z = h(x, v, t)$ en la rendant plus ou moins complexe. Ce choix peut être également plus ou moins favorable vis-à-vis des paramètres dynamiques auxquels il est nécessaire d'accéder pour la commande (accélérations, vitesse d'entraînement) ou le guidage (vitesse et accélération angulaires de la ligne de visée) etc... Il n'existe donc pas de choix optimal, mais des classes de choix assurant la cohérence des hypothèses effectuées vis-à-vis de la réalité du problème envisagé.

Dans la très grande généralité des cas traités, on fera l'hypothèse (qui n'est pas évidente) de bruits de mesure et de dynamique additifs. Ces bruits de dynamique vont permettre de définir les variables de pilotage et le choix simultané de l'état et des variables de pilotage sera donc fondamental.

2.44 - Equations aux contraintes et conditions de fermeture

C'est dans ce domaine que le choix à effectuer est le plus délicat car la représentation de la trajectoire moyenne du mobile poursuivi sera plus ou moins bonne en fonction des hypothèses retenues.

Après avoir défini la notion de conditions de fermeture et écrit ces conditions générales dans les deux repères les plus inté-

ressants, c'est-à-dire dans le repère lié au senseur et dans le repère lié à la trajectoire (les conditions dans le repère lié à l'observateur s'en déduisent sans difficultés), nous envisagerons sommairement les solutions approchées qu'il est possible d'envisager.

2.441 Conditions de fermeture - Solutions générales

Une fois le vecteur d'état primaire choisi et les variables primaires fixées, il est nécessaire, pour élaborer l'équation de dynamique, d'écrire les relations liant les dérivées de ces différentes variables.

Si l'on envisage, par exemple, le problème 2D, un choix possible consiste à adopter, pour variables primaires, l'azimut A et la distance D. L'équation de dynamique sera donc de la forme (au premier ordre) :

$$(12) \quad \begin{cases} \dot{A} = \varphi(A, D, x_1, \dots, w_A) \\ \dot{D} = \psi(A, D, x_j, \dots, w_D) \end{cases}$$

De façon plus générale, on écrira l'expression de la dérivée à l'ordre n de chaque variable primaire (et ce pour un modèle dit d'ordre n). Les variables de pilotage w seront les entrées ou commandes des systèmes non linéaires définis par les équations de type (12).

Les relations entre les variables primaires, leurs dérivées et les autres composantes du vecteur d'état ne peuvent être élaborées sans tenir compte des "équations aux contraintes" ou "conditions de fermeture" au premier ou second ordre qui font intervenir les vitesses et les accélérations linéaires et angulaires et qui résultent des équations fondamentales de la cinématique du point.

Si l'on considère, par exemple, le problème 3D décrit par la figure 1, il est facile de montrer que, dans le trièdre antenne par exemple, il existe les relations suivantes :

$$(13) \quad \begin{cases} \Gamma_L = -D \dot{\Omega}_L - 2\dot{D} \Omega_L + D \Omega_S \Omega_V \\ \Gamma_V = \dot{D} - D(\Omega_L^2 + \Omega_S^2) \\ \Gamma_S = D \dot{\Omega}_S + 2\dot{D} \Omega_S + D \Omega_L \Omega_V \end{cases}$$

Dans ce trièdre et pour les variables primaires A, S, et D, les variables secondaires les plus naturelles sont les dérivées premières des variables primaires ou, plutôt, des fonctionnelles de ces dérivées.

$$(14) \quad \begin{cases} -D \Omega_L = D \dot{A} \cos S = V_L \\ D \Omega_D = \dot{D} = V_D \\ D \Omega_S = D \dot{S} = V_S \end{cases} \quad \text{avec } \Omega_D = \frac{\dot{D}}{D}$$

et, pour ce modèle "d'ordre deux", les dérivées secondes, c'est-à-dire les accélérations linéaires ($\ddot{\Gamma}_L, \ddot{\Gamma}_V, \ddot{\Gamma}_S$) et angulaires ($\ddot{\Omega}_S, \ddot{\Omega}_V, \ddot{\Omega}_L$).

Les équations (13) se présentent comme des conditions aux contraintes pour les différentes composantes du vecteur d'état et permettent d'assurer la condition de fermeture au second ordre, c'est-à-dire la possibilité d'écrire une relation matricielle liant toutes les dérivées d'ordre deux d'un état primaire polaire {A, S, D} ou {α(A), β(S), δ(D)} et d'élaborer une équation de dynamique homogène et complète.

Il est facile de constater qu'un modèle exploitant les conditions de fermeture est de la forme (cf. Paragraphe 3) :



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

$$(15) \quad \begin{cases} dx_t = f(x_t, t) dt + L d\beta_t \\ dz_t = h(x_t, t) dt + dn_t \end{cases} \quad (\text{cf. notations des formules (1)})$$

L étant une matrice stationnaire et $h(x_t, t)$ étant linéaire quand le vecteur d'état choisi comporte dans ses composantes primaires les variables polaires mesurées réellement : azimut et distance, ou azimut et inverse de la distance, dans le problème 2D par exemple.

Un modèle qui n'exploite pas les conditions de fermeture sera de la forme :

$$(16) \quad \begin{cases} dx_t = f(x_t, t) dt + G(x_t, t) d\beta_t \\ dz_t = h(x_t, t) dt + dn_t \end{cases}$$

et sera donc beaucoup plus difficile à exploiter, le bruit de dynamique étant dépendant de l'état. Il est, bien entendu, toujours possible d'élaborer des équations plus simples en omettant certaines hypothèses (corrélation des coordonnées par exemple, comme dans le modèle de SINGER [D] cf paragraphe 4) et en acceptant de dégrader les performances des filtres associés.

2.442 - Solutions approchées

Pour simplifier les équations d'état, on peut adopter une des approches suivantes :

a) Faire l'hypothèse que la trajectoire appartient à une classe prédéterminée et connue.

C'est le cas, bien entendu, des problèmes de poursuite de satellite ou de missiles en phase balistique, problèmes qui sortent du cadre de notre étude. Pour ce qui concerne le problème de la poursuite de mobiles manoeuvrants, on adopte, en général une des deux hypothèses suivantes :

- la trajectoire du mobile est rectiligne, ou rectiligne par morceaux.

- la trajectoire du mobile est décrite par une condition aux contraintes qui vient se superposer aux conditions de fermeture et qui correspond, en général, à une hypothèse (forte) sur les lois de mouvement (guidage) du mobile poursuivi : dans le cas des missiles, par exemple, on fait, en général, l'hypothèse d'une loi de navigation proportionnelle qui conduit à des relations entre certaines composantes du vecteur d'état (cf. paragraphe 3.2.).

b) Simplifier l'équation matricielle de dynamique en effectuant des hypothèses sur les lois de mouvements.

Les hypothèses les plus courantes consistent à :

- admettre que les accélérations ne peuvent s'effectuer que dans un plan normal au vecteur vitesse du mobile poursuivi, ce qui conduit à la condition de fermeture complémentaire suivante :

$$(17) \quad D(\dot{\Omega}_L \Omega_L + \dot{\Omega}_S \Omega_S) + (2\dot{D} - \Omega_D D)(\Omega_L^2 + \Omega_S^2) + \Omega_D \ddot{D} = 0$$

qui s'écrit encore :

$$(18) \quad (\dot{\Omega}_L \Omega_L + \dot{\Omega}_S \Omega_S) + \frac{\dot{D}}{D}(\Omega_L^2 + \Omega_S^2) + \frac{\ddot{D}}{D^2} = 0$$

- utiliser des modèles de SINGER indépendants sur chaque coordonnée cartésienne, ce qui revient, en fait, à supprimer les conditions de fermeture (et donc à "décorrélérer" les mouvements projetés, ce qui constitue bien entendu une hypothèse très grossière)

- faire l'hypothèse du mouvement rectiligne uniforme etc...

Nous donnerons, dans ce qui suit, des exemples d'applications des hypothèses restrictives de la classe a ou de la classe b. L'adoption implicite de ces hypothèses par de nombreux auteurs a conduit à des applications variées à partir des travaux de base de SINGER, applications dont le caractère limitatif est évident.

2.45 - Variables de pilotage

Les variables choisies comme variables de pilotage sont supposées Markoviennes et représentées par un processus Markovien dont l'ordre (degré de l'équation de dynamique associée) et les paramètres permettent de caractériser la Q-commandabilité du processus envisagé et donc les possibilités d'évolutions (manoeuvres) du mobile poursuivi autour de la trajectoire moyenne identifiée. Si l'on considère, par exemple (cf. modèle de SINGER), le cas d'ordre 1 (mais cela n'est pas obligatoire) la variable de pilotage β sera caractérisée par une fonction de corrélation exponentielle de la forme :

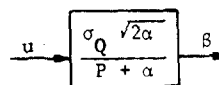


FIGURE 6

avec :

$$(19) \quad \varphi_{\beta\beta}(\tau) = \sigma_Q^2 e^{-\alpha\tau}$$

L'inverse du paramètre α caractérise la durée moyenne d'une évolution ("manoeuvre") sur la variable de pilotage considérée.

La variance du bruit blanc u intervenant dans le filtre formateur de β caractérise l'amplitude des évolutions.

On rappelle, par exemple, que si l'on considère une variable aléatoire β (basculeur Poissonien généralisé) constituée par une suite d'échelons aléatoires indépendants dont les valeurs sont positives ou négatives et sont distribués d'un intervalle de temps à un autre (t_i, t_{i+1}) selon une loi de moyenne nulle et d'écart type σ_Q et tirés selon un processus de POISSON de constante $\frac{1}{\alpha}$, sa fonction d'auto-corrélation a la forme (19).

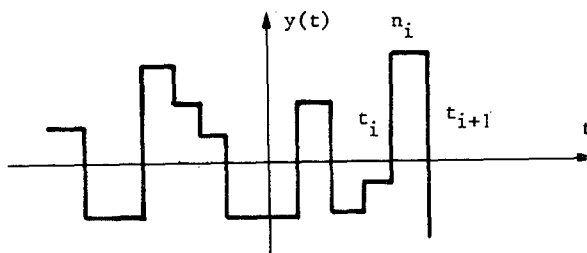


FIGURE 7

CHARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Le choix des variables de pilotage est donc fondamental. Il est en effet très important que le processus Markovien associé à la variable physique soit représentatif des "capacités" d'évolution réelles du mobile poursuivi. Il est évident par ailleurs que, quand ces capacités se modifient, les caractéristiques statistiques correspondantes doivent être identifiées en temps réel.

En général, le choix effectué consiste à prendre les accélérations cartésiennes $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$ (modèle de SINGER [D1] et [D2] ou polaires Γ_L, Γ_S (modèle de PERROT - MATHONNA [B4], modèle de BOZZO, BLONDEL et SIFFREDI [B31]) comme variables de pilotage. Cependant, d'autres choix sont possibles et donnent également de bons résultats :

- vitesse du mobile V_B , altitude θ_B et cap K_B (modèle de GUILBERT [H18]^B et [H26], et cf. paragraphe 3),

- accélération tangentielle γ , courbure ρ et torsion algébrique J (modèle de PASSERON [B39] et cf. paragraphe 3).

Il faut naturellement vérifier que ces choix conduisent bien à un système global Q-commandable.

2.5 - Filtrage adaptatif

Il est certain que le filtre associé au modèle de poursuite ne peut se concevoir qu'adaptatif. Il existe en effet de nombreuses raisons d'adapter les paramètres du modèle adopté (et donc du filtre) en fonction du temps.

2.51 - Paramètres relatifs aux bruits de mesure.

Les bruits et perturbations ne sont en général pas stationnaires et il est donc nécessaire de recalculer en temps réel leurs caractéristiques statistiques ou, du moins, celles qui ont été introduites dans le modèle. Dans le cas de la poursuite de type "multi-senseurs" par exemple, la commutation d'un senseur sur l'autre conduit à des variations très brutales des caractéristiques de bruit (variance en particulier). Ces caractéristiques fluctuent par ailleurs avec certains paramètres (la distance par exemple). Il existe parfois des biais qu'il est nécessaire d'identifier (voir par exemple à ce sujet les travaux de MAUDUIT [B12]) et des perturbations de nature déterministe sur la mesure ("régulation" d'antenne, courbes de calibration d'antenne etc...).

On peut classer les bruits de mesure, ou les perturbations sur cette mesure, en trois catégories principales :

- bruits à moyenne nulle et de répartition connue ou inconnue à identifier (matrice de covariance etc...). Ces bruits sont, en général, considérés comme blancs et peuvent être introduits dans le modèle, même quand ils sont corrélés (a condition, bien entendu, de connaître le modèle de corrélation, ce qui est souvent possible).

- biais à caractère aléatoire, apparaissant à des instants aléatoires (répartis, par exemple, selon une loi de POISSON) et dont l'amplitude est elle-même aléatoire. On peut citer, par exemple, les problèmes de dépointage par fluctuation du point brillant (ou du point visé), et, de façon plus générale, certains problèmes de quantification, de pointage manuel etc

- biais à caractère déterministe permanent et dont la caractéristique peut être connue (mesurée) : dissymétrie au niveau des antennes, courbes de régulation etc...

2.52 - Paramètres relatifs aux bruits de dynamique.

Les bruits de dynamique vont traduire la commandabilité du mobile poursuivi. Lors des manoeuvres importantes, il sera donc nécessaire d'identifier les nouvelles caractéristiques de ce bruit de dynamique pour éviter des divergences du filtre associé (le modèle n'étant plus représentatif des conditions d'évolution réelles du mobile).

On peut chercher à identifier la matrice de covariance du bruit de dynamique et (ou) sa moyenne quand celle-ci n'est pas nulle. C'est l'hypothèse que font MOOSE, MC CABE et GHOLSON ([D3] à [D7]), hypothèse qui a été étudiée dans le détail par SIFFREDI [G20]. Ce terme de moyenne non nulle peut également être interprété comme une commande ou comme un terme d'erreur (à identifier) représentant les approximations faites dans le modèle (linéarisation, discrétisation etc...).

On peut également concevoir un système de poursuite basé sur plusieurs modèles (linéaires), chaque modèle caractérisant un type d'évolution différent. Le choix entre les modèles est fait à chaque instant en exploitant le résultat d'un test d'hypothèse. Cette méthode a été proposée en particulier par LORENZI et SIFFREDI [G2].

2.53 - Méthodes de filtrage adaptatif exploitées.

Il est certain que le modèle linéaire (ou linéarisé) présente sur ce point de nombreux avantages car il permet de traiter une forme minimale (au sens du nombre de paramètres à identifier) et d'exploiter les méthodes de filtrage de KALMAN adaptatif qui sont essentiellement des méthodes de réalisation stochastique. Celles-ci, qui résultent des travaux présentés dans la thèse de FAURRE (1972 - Réalisations Markoviennes de processus stationnaires) ont été appliquées aux problèmes de poursuite par FAVIER, AGUILAR, et ALENGRIN [B20], par BOZZO et GUILBERT [G19] (méthode exploitant le processus d'innovation) et par PERRIOT-MATHONNA [B4].

Dans le cas général des modèles non linéaires (15), on peut utiliser une des méthodes suivantes :

- méthodes Bayésiennes et techniques de filtrage parallèle (voir [F1] à [F20] et en particulier le travail de BUENO [F10]). L'estimateur au sens de la moyenne conditionnelle conduit à N filtres fonctionnant en parallèle pour les M paramètres inconnus $\{\theta_1, \dots, \theta_M\}$ avec une probabilité a priori connue (ou supposée telle) pour chaque θ_i . On écrit alors l'équation d'évolution des probabilités à posteriori. Cette méthode a été utilisée avec succès par BOZZO [H19] puis GUILBERT [H26] pour traiter le problème de l'azimétrie

- méthodes des moindres carrés étendus qui consiste à estimer l'état en utilisant, dans le filtre correspondant, les estimées des paramètres et réciproquement. Cette méthode a été utilisée par de nombreux auteurs.

- méthodes du Filtre de KALMAN étendu en introduisant dans le vecteur d'état les paramètres à identifier et en linéarisant. Il est certain qu'un modèle linéaire de dynamique permet d'appliquer sans difficultés cette méthode en considérant la forme filtre et en complétant le gain par l'état et l'innovation. De LARMINAT [B16], CAVALLO et LEFEVRE (cf. [F19] et ont obtenu de très bons résultats en utilisant le filtre de KALMAN étendu avec le modèle de SINGER. Notons également les travaux de DONCARLI, de LARMINAT et LINARD [B32] qui se rattachent en fait à plusieurs des approches décrites ci-dessus.



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

3. - ETUDE DE LA POURSUITE 2D (PROBLEME PLAN).
EQUATIONS AUX CONTRAINTES ET CONDITIONS
DE FERMETURE.

La présentation de la notion de "conditions de fermeture" est beaucoup plus simple dans le plan que dans l'espace. Par ailleurs, le problème de la poursuite 2D est très important dans le domaine Sonar (Azimétrie).

Nous présenterons donc de façon relativement complète les modèles 2D et nous ne donnerons que les équations les plus générales pour le modèle 3D (cf paragraphe 4).

3.1 - Rappel de quelques résultats généraux.

On considère donc le problème de poursuite plan et on fait l'hypothèse, pour simplifier les calculs, que les mesures azimut A et distance D sont faites dans ce plan absolu et stabilité et que la poursuite est parfaite (pas d'erreurs de poursuite).

Les différents trièdres dans lesquels peuvent être élaborées les équations de dynamique du mobile considéré comme ponctuel sont définies par la figure.

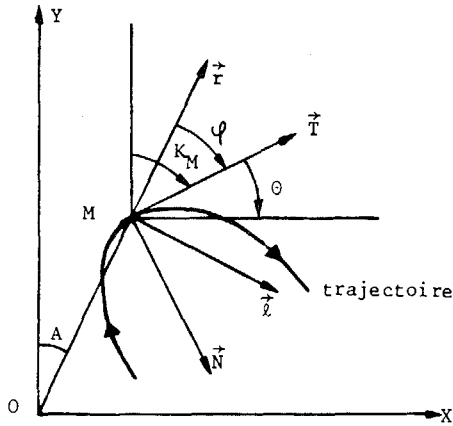


FIGURE 8

Les vitesses et les accélérations s'écrivent :
trièdre lié à l'observateur

$$(20) \quad \frac{d\vec{OM}}{dt} \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \end{array} \right. \quad (21) \quad \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{\Gamma}{x} \\ \ddot{y} = \frac{\Gamma}{y} \end{array} \right.$$

trièdre lié à l'antenne.

$$(22) \quad \frac{d\vec{OM}}{dt} \left\{ \begin{array}{l} v_v = D\dot{\Omega}_d = \dot{b} \\ v_L = -D\dot{\Omega}_L = D\dot{A} \end{array} \right. \quad (23) \quad \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_V = \ddot{D} - D\dot{\Omega}_L^2 = \ddot{D} - D\dot{A}^2 \\ \Gamma_L = D\dot{\Omega}_L - 2D\dot{\Omega}_L = D\dot{A} + 2\dot{A}\dot{D} \end{array} \right.$$

avec $\Omega_D = \frac{\dot{D}}{D}$

trièdre lié à la trajectoire (SERRET-FERNET)

$$(24) \quad \frac{d\vec{OM}}{dt} \left\{ \begin{array}{l} v_T = v \\ 0 \end{array} \right. \quad (25) \quad \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_T = \gamma = \frac{dv}{dt} \\ \Gamma_N = v\dot{\varphi} + \frac{v^2 \sin \varphi}{D} = v^2 \rho = -v\dot{\theta} \end{array} \right. \quad (35)$$

et donc $\frac{\Gamma_N}{v} = \dot{\varphi} + \dot{A}$

avec les relations suivantes :

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = v \sin K_M = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \cos K_M = v \sin \theta \end{array} \right.$$

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{A} = \frac{v \sin \varphi}{D} = \frac{v \sin(K_M - A)}{D} = \frac{y \dot{x} - x \dot{y}}{x^2 + y^2} \\ \dot{D} = v \cos \varphi = v \cos(K_M - A) = \frac{x \dot{x} + y \dot{y}}{x^2 + y^2} \end{array} \right.$$

$$(28) \quad \varphi = K_M - A \quad - \dot{\theta} = \dot{\varphi} + \dot{A} + \dot{\varphi} + \dot{\theta} = \frac{\Pi}{2}$$

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{D} = \frac{\dot{y}}{v} \dot{D} - (K_M - A) \dot{D} \dot{A} = \frac{y^2 \dot{x} + x^2 \dot{y} - 2xy \dot{x} \dot{y}}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ \ddot{A} = (\frac{\dot{y}}{v} - \frac{\dot{D}}{D}) \dot{A} + (K_M - A) \frac{\dot{D}}{D} = \frac{2xy(\dot{y} - \dot{x}) + 2(x^2 - y^2)\dot{x}\dot{y}}{(x^2 + y^2)^2} \end{array} \right.$$

$$(30) \quad \left\{ \begin{array}{l} r_V = \gamma \cos \varphi - \dot{\varphi} v \sin \varphi - \frac{v^2 \sin^2 \varphi}{D} \\ r_L = \gamma \cos \varphi - \dot{\varphi} v \cos \varphi + \frac{v^2 \sin \varphi \cos \varphi}{D} \end{array} \right.$$

3.2 - Etude d'un exemple de loi de mouvement:
loi de navigation proportionnelle.

Dans la loi de navigation proportionnelle on fait l'hypothèse que :

$$(31) \quad \dot{\varphi} = \mu \dot{A}$$

comme l'accélération normale s'écrit

$$(32) \quad \Gamma_N = v \dot{\varphi} + v\dot{A} = v^2 \rho \text{ il vient}$$

$$(33) \quad \Gamma_N = v(\mu + 1) \dot{A} = v^2 \rho$$

et donc

$$(34) \quad \rho = (\mu + 1) \frac{\dot{A}}{v}$$

ce qui, en fonction de la loi de mouvement du mobile (caractérisée par v), définit la courbure rho de la trajectoire à chaque instant.

3.3 - Equations d'état respectant les conditions
de fermeture. Equation de mesure linéaire
(cas du repère polaire direct).

3.3.1 - Trièdre lié à l'antenne.

On considère le vecteur d'état suivant:

$$\left\{ \begin{array}{lll} x_1 = A & x_2 = D & x_5 = \Gamma_L \\ x_3 = \dot{A} & x_4 = \dot{D} & x_6 = \Gamma_V \end{array} \right.$$

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

On exploite les relations de fermeture (23).

Equations de dynamique

Equations de mesure

$$(36) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2 \frac{x_4 x_2}{x_3} + \frac{x_5}{x_3} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_1^2 + x_6 \\ \dot{x}_5 = -a_L x_5 + w_L \\ \dot{x}_6 = -a_V x_6 + w_V \end{array} \right. \quad (37) \left\{ \begin{array}{l} z_1 = x_1 + v_A \\ z_2 = x_3 + v_D \end{array} \right.$$

c'est le modèle BBS proposé par BLONDEL, BOZZO et SIFFREDI dans [B31], le modèle de PERRIOT-MATHONNA [B4] en constituant un cas particulier.

3.32 - Trièdre lié à la trajectoire.

On considère le vecteur d'état :

$$(38) \left\{ \begin{array}{llll} x_1 = A & x_3 = D & x_5 = v & x_6 = \gamma = \Gamma_T \\ x_2 = \dot{A} & x_4 = \dot{D} & & x_7 = \Gamma_N \end{array} \right.$$

On exploite alors les relations de fermeture (25) et (29).

Equations de dynamique

Equations de mesure

$$(39) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{x_6}{x_5} x_2 + \left(\frac{x_7}{x_5} - 2 x_2 \right) \frac{x_4}{x_3} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{x_6}{x_5} x_4 - \left(\frac{x_7}{x_5} - x_2 \right) x_3 x_2 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -a_T x_6 + w_T \\ \dot{x}_7 = a_N x_7 + w_N \end{array} \right. \quad (40) \left\{ \begin{array}{l} z_1 = x_1 + v_A \\ z_2 = x_3 + v_D \end{array} \right.$$

car

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2 = \dot{A} = \frac{\gamma - \dot{D}}{v} A + \dot{\varphi} \frac{\dot{D}}{D} \\ \dot{x}_4 = \dot{D} = \frac{\gamma}{v} D - \dot{\varphi} D A \\ \dot{\varphi} = \frac{\Gamma_N}{v} - A \end{array} \right.$$

Ce modèle généralise dans le cas des coordonnées polaires :

- Le modèle de PASSERON [A4], les variables de pilotage adoptées étant les accélérations et non l'accélération et la courbure,
- Le modèle de GUILBERT ([H18], [H19], [H20] et [H26]) exploité en azimétrie et qui consiste à se limiter aux conditions de fermeture au premier ordre.

On pose en effet

$$(42) \left\{ \begin{array}{ll} x_1 = A & x_3 = v \\ x_2 = D & x_4 = K_M \end{array} \right.$$

$$(43) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \dot{A} = \frac{1}{D} v \sin(K_M - A) = \frac{1}{D} v \sin \varphi = \frac{x_3}{x_2} \sin(x_4 - x_1) \\ \dot{x}_2 = \dot{D} = v \cos(K_M - A) = v \cos \varphi = x_3 \cos(x_4 - x_1) \\ \dot{x}_3 = \dot{v} = 0 \\ \dot{x}_4 = \dot{K}_M = 0 \end{array} \right.$$

en faisant l'hypothèse que l'observateur est fixe.

3.4 - Equation de mesure non linéaire

L'équation de mesure est non linéaire quand

a) on choisit un vecteur d'état faisant intervenir des fonctions des coordonnées polaires A et D,

b) on choisit un vecteur d'état en coordonnées cartésiennes.

Le cas a permet de simplifier notablement l'équation de dynamique. On peut en effet remarquer que les variables qui interviennent dans cette équation sont 1 et $\frac{\dot{D}}{D}$ et non D et \dot{D} . La linéarisation

correspondante pour l'équation de mesure n'offre aucune difficulté en exploitant la méthode proposée par SIFFREDI [A6]. Bien entendu, ce modèle ne peut être utilisé pour les distances faibles.

Le cas b a été traité par de très nombreux auteurs (cf en particulier références [B1] à [B38] et [D1] à [D17]) et par PASSERON [A4] pour le cas du trièdre porté par la trajectoire. Cette approche présente de nombreux inconvénients déjà analysés dans le paragraphe 2. Le caractère fortement non linéaire de l'équation de mesure conduit à des estimateurs MAP linéarisés au premier ordre, différents du FKE. Par ailleurs, les conditions de fermeture et les conditions relatives aux variables de pilotage sont délicates à écrire. Ceci conduit les différents auteurs à adopter des hypothèses très restrictives (modèle de SINGER) ou à choisir des variables de pilotage très particulières (courbure et torsion pour PASSERON dans [A4]). Nous présenterons donc uniquement, dans ce qui suit, le cas des coordonnées polaires.



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

4. - ETUDE DE LA POURSUITE 3D - EQUATIONS AUX CONTRAINTES ET CONDITIONS DE FERMETURE.

4.1 - Introduction.

On adopte les notations et conventions du paragraphe 3. La généralisation des résultats présentés ci-dessus ne présente aucune difficulté. Nous envisagerons uniquement des trièdres stabilisés absolus (cf. paragraphe. 2.422) et nous élaborerons les conditions de fermeture dans les différents trièdres pour éviter d'alourdir la présentation, le cas de l'écartométrie non nulle (poursuite imparfaite) ne sera présenté que pour le trièdre "antenne".

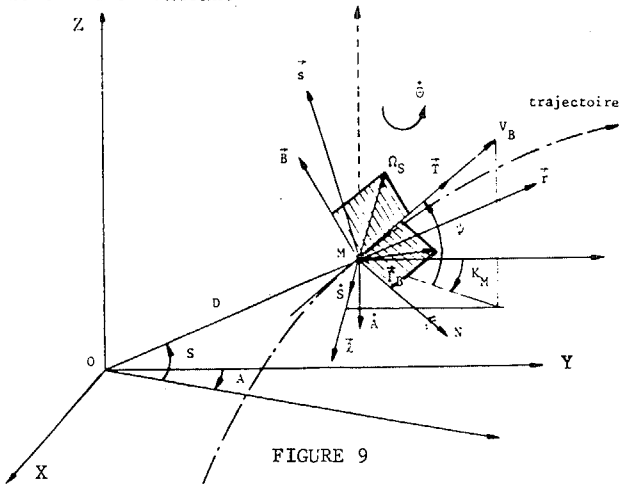


FIGURE 9

4.2 - Trièdre lié à l'observateur

Dans le trièdre cartésien (\vec{Ox} , \vec{Oy} , \vec{Oz}), on peut écrire les relations évidentes suivantes :

$$(44) \quad \vec{OM} \begin{cases} X = D \cos S \sin A \\ Y = D \cos S \cos A \\ Z = D \sin S \end{cases} \quad (45) \quad \frac{d\vec{OM}}{dt} \begin{cases} v \cos \psi \sin K_M \\ v \cos \psi \cos K_M \\ v \sin \psi \end{cases}$$

$$(46) \quad \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \begin{cases} \gamma \cos \psi \sin K_M + K_M v \cos \psi \cos K_M - \dot{\psi} v \sin \psi \sin K_M \\ \gamma \cos \psi \cos K_M - K_M v \cos \psi \sin K_M - \dot{\psi} v \sin \psi \cos K_M \\ \gamma \sin \psi + \dot{\psi} v \cos \psi \end{cases}$$

On constate que toutes les équations sont fortement couplées. Pour découpler ces équations il faut :

- se placer dans le trièdre antenne (cf 4.3),
- introduire des hypothèses sur la trajectoire du mobile poursuivi,
- traiter les trois coordonnées séparément en ignorant volontairement les couplages ; c'est l'approche classique de SINGER qui conduit à un filtre linéaire.

4.21 - Introduction d'hypothèses sur la trajectoire.

Si l'on considère une trajectoire telle que :

$$(47) \quad \begin{cases} \dot{\psi} = 0 \\ K_M = \mu(v, \phi) = \frac{g}{v} \operatorname{tg} \phi \end{cases}$$

il vient alors (modèle de ALDRICH et KRABILL [B17]):

$$(48) \quad \begin{cases} \ddot{X} = \frac{\gamma}{v} \frac{X}{v} + \mu(v, \phi) \frac{Y}{v} \\ \ddot{Y} = \frac{\gamma}{v} \frac{Y}{v} - \mu(v, \phi) \frac{X}{v} \\ \ddot{Z} = \frac{\gamma}{v} \frac{Z}{v} \end{cases}$$

Les hypothèses envisagées sont donc relatives à l'arrestation du vecteur vitesse pendant l'intervalle de temps d'observation. Si celui-ci ne change pas de direction, les termes en μ disparaissent. Les équations (48) constituent des conditions de fermeture pour les variables cartésiennes.

4.22 - Approche de SINGER [D1] et [D2]

On écrit, pour chaque coordonnée (X par exemple), un vecteur d'état comportant les dérivées successives. La n^{ème} dérivée est la variable de pilotage. Dans le cas $n = 2$, par exemple, l'accélération est considérée comme la sortie d'un filtre formateur dont l'entrée est un bruit blanc. On a, par exemple, les modèles suivants (figure 10).

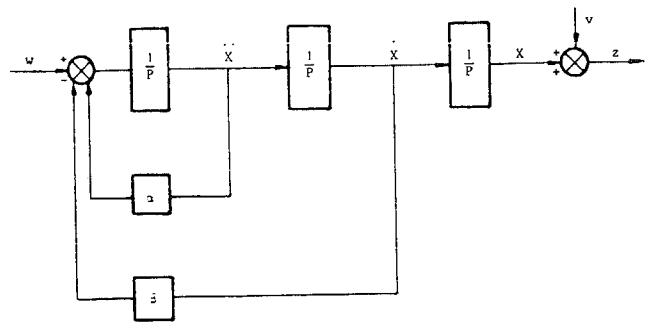


FIGURE 10 a. Modèle de LINARD.

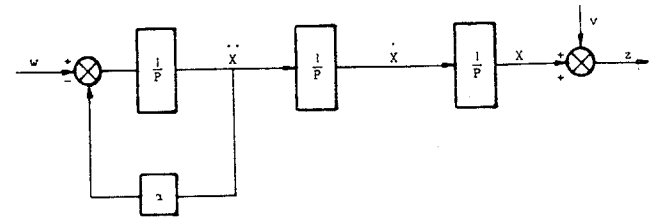


FIGURE 10 b. Modèle de SINGER.

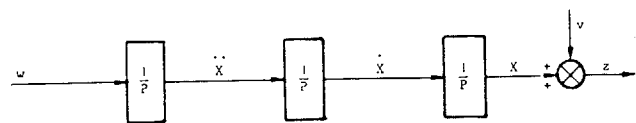


FIGURE 10 c. Modèle triple intégrateur.

Cette nature de modèle a été introduite dès 1966 par DEFFONTAINES [D17]. Ses propriétés ont été étudiées, en particulier, par LINARD et de LARMINAT [D13] qui ont montré que :

- seul le modèle triple intégrateur donne naissance à des filtres dont l'erreur finale est nulle (échelon de vitesse ou d'accélération),

- il est possible d'introduire, avec ces modèles, une notion de modèle majorant au sens du spectre. Ce modèle majorant permet d'évaluer les erreurs d'estimation associées à la mauvaise connaissance des paramètres statistiques (voir également à ce sujet [D15]).

Si l'on considère, par exemple, le modèle de SINGER, on constate que la caractérisation adoptée consiste en fait à écrire que :

$$(49) \quad \varphi_{X \dot{X}} \dots (\tau) = \sigma_Q^2 e^{-\alpha(\tau)}$$

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
 ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
 APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Soit encore

$$(50) \quad \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{2\alpha} \alpha_Q \end{pmatrix} u$$

avec $\sqrt{2\alpha} \alpha_Q u = w$ $EM[u^2] = 1$

et $z = |1, 0, 0| x + v$ et $x_1 = X$

Ce modèle est très simple et a donné lieu à de très nombreuses applications. Le filtre stationnaire correspondant à également été très souvent utilisé [C1] à [C12] (filtre dit g, h, k Δ ou α, β, γ dans la version triple intégrateur).

Il est possible, pour ces filtres, de calculer les gains asymptotiques. Le filtre [X, Y, Z] sera constitué de trois filtres d'ordre 3 découplés (il est cependant toujours possible d'écrire des relations de corrélation, entre les coordonnées, qui introduisent alors des relations de couplage).

Le nombre d'équations à résoudre baisse dans des proportions très importantes avec cette approche (pour un filtre d'ordre n, il y a $\frac{n(n+1)}{2}$ termes à calculer pour chaque matrice de covariance).

Le modèle de SINGER a été exploité avec succès pour résoudre le problème de la poursuite Radar. Il présente cependant l'inconvénient grave de conduire à des estimées qui "traînent" sur une évolution (les conditions de fermeture ne sont pas respectées et le filtre n'est pas à erreur permanente nulle sur un échelon de vitesse ou d'accélération).

On trouvera des développements sur le sujet dans les publications de BOZZO et LEGRAND ([D14] et [D15]), MICHEL [D16], FITZGERALD ([C8] et [C10]), FRIEDLAND [C11] etc...

4.3 - Trièdre lié à l'antenne

4.31 - Modèle aux conditions de fermeture.

Outre les avantages qu'il présente pour ce qui concerne la représentation des conditions de fermeture, ce trièdre présente l'intérêt fondamental de conduire (dans sa version "coordonnées relatives") à des erreurs de mesures découplées.

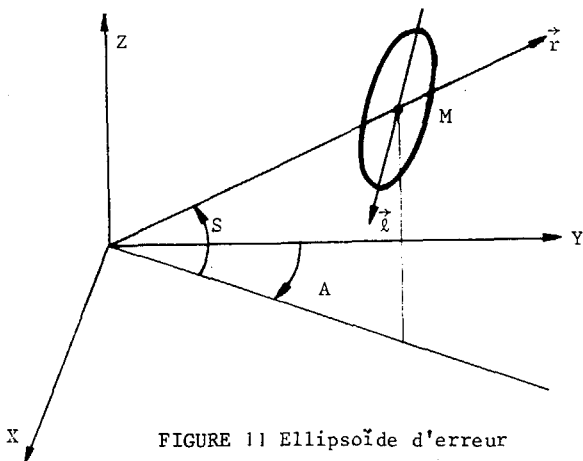


FIGURE 11 Ellipsoïde d'erreur

Ceci a incité un certain nombre de chercheurs à utiliser cette représentation, soit en coordonnées relatives avec les inconvénients que cela présente (DUBAULT et BOROWICZ [D18]), soit en coordonnées absolues.

Ce type de modèle ayant été présenté de façon détaillée dans le cas de la poursuite 2D, nous ne présenterons, dans ce qui suit et à titre d'exemple, que les modèles en $\frac{1}{D}$ à écartométrie non nulle, en notant que [I3], [B3].

$$(51) \quad \begin{cases} \dot{\epsilon}_S = \Omega_S - \omega_S + \epsilon_L \omega_V \\ \dot{\epsilon}_L = -\Omega_L - \omega_L + \epsilon_S \omega_V \end{cases}$$

$$(52) \quad \begin{cases} \Gamma_L = -D\dot{\Omega}_L - 2D\dot{\Omega}_L + D\Omega_S(\omega_V + \epsilon_L \omega_S + \epsilon_S \omega_L) \\ \Gamma_V = \ddot{D} - D(\Omega_L^2 + \Omega_S^2) \\ \Gamma_S = D\dot{\Omega}_S + 2D\dot{\Omega}_S + D\Omega_L(\omega_V + \epsilon_L \omega_S + \epsilon_S \omega_L) \end{cases}$$

les diverses notations étant définies dans les figures 1 et 2 : les ω sont les vitesses gyrométriques mesurées sur l'antenne et les Ω sont les mêmes termes mais relatifs au mobile poursuivi.

Vecteur d'état

$$(53) \quad \begin{cases} x_1 = A & x_4 = \Omega_D & x_7 = \Gamma_L & x_{10} = \epsilon_L \\ x_2 = S & x_5 = \Omega_L & x_8 = \Gamma_S & x_{11} = \epsilon_S \\ x_3 = \frac{1}{D} & x_6 = \Omega_S & x_9 = \Gamma_V \end{cases}$$

Equations d'état

$$(54) \quad \begin{cases} \text{Composantes primaires} & \begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{A} = -\frac{\dot{L}}{\cos S} = -\frac{1}{\cos S} x_5 \\ \dot{x}_2 = \dot{S} = \dot{\alpha}_S = x_6 \\ \dot{x}_3 = -\frac{\dot{D}}{D^2} = \frac{1}{D} \dot{\alpha}_D = -x_3 x_4 \end{cases} & \begin{cases} \dot{\alpha}_L = -\dot{A} \cos S \\ \dot{\alpha}_V = -\dot{A} \sin S \\ \dot{\alpha}_S = \dot{S} \end{cases} \\ \text{Composantes de fermeture} & \begin{cases} \dot{x}_4 = \dot{\Omega}_D = \ddot{D} - \left(\frac{\dot{D}}{D}\right)^2 = -(\dot{\Omega}_L^2 + \dot{\Omega}_S^2) + \frac{\Gamma_V}{D} - \left(\frac{\dot{D}}{D}\right)^2 \\ = x_5^2 + x_6^2 + x_9 x_3 - x_4^2 \\ \dot{x}_5 = \dot{\Omega}_L = -2\dot{\alpha}_D \dot{\alpha}_L + \dot{\alpha}_S \dot{\alpha}_V + \dot{\alpha}_S \epsilon_L \dot{\alpha}_S + \dot{\alpha}_S \epsilon_S \dot{\alpha}_L - \frac{\Gamma_L}{D} \\ = -2x_4 x_5 + x_6 \omega_V + x_6 x_{10} \alpha_S + x_6 x_{11} \alpha_L - x_7 x_3 \\ \dot{x}_6 = \dot{\Omega}_S = -2\dot{\alpha}_D \dot{\alpha}_S - \dot{\alpha}_L \dot{\alpha}_V - \dot{\alpha}_L \epsilon_L \dot{\alpha}_S - \dot{\alpha}_L \epsilon_S \dot{\alpha}_L + \frac{\Gamma_S}{D} \\ = -2x_4 x_6 - x_5 \omega_V - x_5 x_{10} \alpha_S - x_5 x_{11} \alpha_L + x_8 x_3 \\ \dot{x}_{10} = \dot{\epsilon}_L = -\dot{\alpha}_L + \alpha_L - \epsilon_S \omega_V \\ = -x_5 + \omega_L - x_{11} \omega_V \\ \dot{x}_{11} = \dot{\epsilon}_S = \dot{\alpha}_S - \alpha_S + \epsilon_L \omega_V \\ = x_6 - \omega_S + x_{10} \omega_V \end{cases} \\ \text{Composantes de pilotage} & \begin{cases} \dot{x}_7 = -\alpha_L x_7 + \omega_L \\ \dot{x}_8 = -\alpha_S x_8 + \omega_S \\ \dot{x}_9 = -\alpha_V x_9 + \omega_V \end{cases} \end{cases}$$

On remarque qu'il est nécessaire de connaître la vitesse de rotation de la ligne de visée Ω_V ou ω_V (par un gyromètre, par exemple).



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS
APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

4.32 - Modèle simplifié.

Le modèle aux conditions de fermeture est relativement complexe et peut être simplifié :

- en faisant l'hypothèse que les écarts de poursuite sont nuls,

- ou au contraire, en ne s'intéressant qu'à la partie "poursuite angulaire" du modèle ([G18]),

- en écrivant des équations découplées pour le calcul du gain et en conservant les équations non linéaires différentielles couplées complètes pour la prédiction.

Il est également possible, comme le propose FITZGERALD [C8], de calculer les gains dans le trièdre antenne (relatif) T_A et d'effectuer la prédiction dans un trièdre lié à l'observateur T_0 (absolu), les résiduels prédits étant calculés dans le trièdre de mesure (T_A en général).

Cette méthode exige d'effectuer de nombreuses transformations de coordonnées.

4.4 - Trièdre lié à la trajectoire.

On obtient sans difficulté les relations classiques suivantes :

$$(55) \quad \frac{d}{ds} \begin{pmatrix} \vec{M} \\ \vec{T} \\ \vec{N} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & -\rho & 0 & -\tau \\ 0 & 0 & \tau & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{M} \\ \vec{T} \\ \vec{N} \\ \vec{B} \end{pmatrix}$$

$$(56) \quad \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{M} \\ \vec{T} \\ \vec{N} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v\rho & 0 \\ 0 & -v\rho & 0 & -v\tau \\ 0 & 0 & v\tau & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{M} \\ \vec{T} \\ \vec{N} \\ \vec{B} \end{pmatrix}$$

En utilisant les quaternions qui caractérisent la rotation θ du repère de SERRET-FRENET (repère T_m) par rapport au repère fixe T_f cartésien, il vient :

$$(57) \quad q_0 = \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \sin \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

α, β, γ étant les cosinus directeurs de l'axe de rotation instantané portant le vecteur $\vec{\Omega}$ de composantes p, q, r dans le trièdre T_f de SERRET-FRENET.

On sait que :

$$(58) \quad p = \frac{d\vec{N}}{dt} \cdot \vec{B} ; \quad q = \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \vec{T} ; \quad r = \frac{d\vec{T}}{dt} \cdot \vec{N}$$

$$\text{avec } \frac{d\vec{T}}{dt} = v\rho \vec{N} ; \quad \frac{d\vec{N}}{dt} = -v\rho \vec{T} - v\tau \vec{B} ; \quad \frac{d\vec{B}}{dt} = v\tau \vec{N}$$

et donc

$$(59) \quad \vec{r} \begin{vmatrix} -v\tau \\ 0 \\ v\rho \end{vmatrix}$$

On sait de plus que

$$(60) \quad \begin{vmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{vmatrix}$$

avec

$$(61) \quad \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} = \gamma \vec{T} + v\rho^2 \vec{N}$$

Il est donc possible, comme dans le cas de la poursuite 2D, d'écrire un modèle faisant intervenir les accélérations normale et tangentielle. PASSERON [B39] écrit ce modèle en utilisant, comme conditions de fermeture, les équations (60) d'évolution des quaternions.

Remerciements

L'auteur remercie vivement Monsieur G. SALUT et Monsieur J. AGUILAR (LAAS, TOULOUSE) qui ont bien voulu nous prodiguer leurs conseils et leurs encouragements.

La publication fait la synthèse des travaux effectués depuis 1970 dans le domaine des caractérisations et modélisations associées aux problèmes de poursuite 2D et 3D par de nombreux chercheurs qu'il était matériellement impossible de tous citer.

Qu'il nous soit permis de remercier ici tous ceux qui nous ont aidés directement ou indirectement dans la préparation de cette publication.

Citons, en particulier, les professeurs G. ALENGRIN, Ph. de LARMINAT et C. DONCARLI, Messieurs G. FAVIER, L. PASSERON, B. CAVALLO, F. LEFEVRE, A. LORENZI, J.L. DURIEUX, P. MOULINIER, J.Y. CHAUMETON, et Monsieur l'Ingénieur Général MERMOZ.

BIBLIOGRAPHIE

Les publications relatives aux problèmes de poursuite 2D ou 3D sont très nombreuses et ne présentent pas, en général, un caractère suffisamment exhaustif pour qu'il soit possible de renvoyer le lecteur à tel ou tel document de synthèse. On trouvera donc, dans ce qui suit, une liste de documents appartenant à ce qu'il est convenu d'appeler la littérature ouverte, car il est certain que, pour des raisons liées à la protection du secret militaire ou industriel, de nombreux documents intéressants ne peuvent être consultés par les chercheurs (c'est ainsi, par exemple, que les résultats des travaux de WIENER sur les problèmes de filtrage et d'extrapolation n'ont été connus que plusieurs années après avoir été obtenus).

Nous avons éliminé de cette bibliographie :

- certains textes relatifs aux problèmes de poursuite 2D et aux problèmes de poursuite multicibles qui sont présentés par ailleurs,

- les références à des ouvrages généraux sur le filtrage comportant, à titre d'exemples d'application, des développements relatifs aux problèmes de poursuite.



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

Nous nous sommes par ailleurs limités :

- aux articles relativement récents, c'est-à-dire qui recouvrent la période de 1970-1980 (avec quelques exceptions quand le document nous a semblé présenter un intérêt théorique particulier ou quand son caractère général le justifie),

- aux publications relatives aux problèmes de poursuite de mobiles manoeuvrants (avions, missiles, engins guidés ou capsules dans le domaine aérospatial.

[A] MODELES DE TRAJECTOIRES - CARACTERISATION ET REPRESENTATION DES TRAJECTOIRES

[A1] J.R. MOON "Application of the CRAMER-RAO Bound to Target Motion Analysis" Electronics Letters Vol.15 n° 8. Mars 1979

[A2] J.G. TERRY "Improved Aided Track Performance During Periods of Tracker Sensor Failure by utilizing a Target Body Fixed Coordinate System." Faculty of the School of Engineering of the Air Force Institute of Technology THESIS.

Décembre 1978

[A3] P.J. BUXBAUM "Decoupled Tracking of Reentering Ballistic Missiles." Concord Research Corporation 12, New England Executive Pack Burlington, Massachusetts 01803 Mars 1971

[A4] L. PASSERON "Modelisation et traitement de trajectoires" Rapport CAPMAN non diffusé - TOULON Juillet 1980

[A5] J.L. ROUGHAN "KALMAN Smoothing of Camera, Radar and Doppler Data to Calculate a Missile Trajectory". Department of Supply Australian Defense Scientific Service Weapons Research Establishment. Juillet 1972

[B] POURSUIVE 3D (Trois dimensions) PROBLEMES DE MODELISATION - FORMES CANONIQUES - LOIS DE MOUVEMENT

[B1] J.D. KENDRICK "Estimation of Aircraft Target Motion Using Pattern Recognition Orientation Measurements". Faculty of the School of Engineering of the Air Force Institute of the Technology Mars 1979

[B2] J.M.F. MOURA "A Navigation System for Air Traffic Precision Landing". Septième colloque sur le traitement du signal et ses applications Juin 1979

[B3] K.V. RAMACHANDRA "Velocity Estimation from Position Outputs of a Three Dimensional Radar". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol. AES-15 n° 2 Mars 1979

[B4] D. PERRIOT-MATHONNA "Le filtrage de KALMAN adaptif Application à la poursuite de cibles manoeuvrantes" Revue technique Thomson-CSF Vol 12 n° 1 Mars 1979

[B5] G.G. RICKER, J.R. WILLIAMS "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol. AES-14 n° 1 PP 185-193 Janvier 1978

[B6] S.M. AHN "Comments on "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets" " IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-15 n° 1 Janvier 1979

[B7] R.P. WISHNER, R.E. LARSON, R.K. MEHRA, M. ATHANS "Filters of Varying Complexity for Radar Target Tracking". Proceedings of the joint Automatic Control Conference. St Louis Missouri Paper n° 3, A1 Août 1971

[B8] P.J. BUXBAUM "Decoupled Tracking of Reentering Ballistic Missiles" Concord Research Corporation 12, New England Executive Pack Burlington, Massachusetts. Mars 1971

[B9] A.M. LAVIE "Application of Filters to Some Trivial Time-Varying Systems" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Mars 1976

[B10] J.M. FITTS "Position and Rate Aided Tracking for Conventional Pointing Systems". Hughes Aircraft Company Culver City, California 1971

[B11] TOSHIKI LIDA "Monte Carlo Evaluation of Digital Filter for Fire Control Systems." THESE Décembre 1975

[B12] D. MAUDUIT, F. BOERI "Etude comparative des algorithmes de filtrage" Convention C754880173. Contrat DCAN de Toulon LASSY - Université de Nice NICE Janvier 1977

[B13] CHAW-BING CHANG, R.H. WHITING, M. ATHANS "On the State and Parameter Estimation for Maneuvering Reentry Vehicles." IEEE Transactions on Automatic Control Février 1977

[B14] K.R. BROWN, A.O. COHEN, E.F. HARROLD, G.W. JOHNSON "Covariance Coordinates - A Key to Efficient Radar Tracking." I.B.M. Federal Systems Dursion 10 - 5A EASCON 77 1977

[B15] R.B. ASHER, R.A.K. MITCHELL, P.S. MAYBECK "Filtering for Precision Pointing and Tracking with Application for Aircraft to Satellite Tracking" IEEE Sixth Conference on Decision and Control including the Fourth Symposium on Adaptive Process Décembre 1975

[B16] P. de LARMINAT "Modélisation des trajectoires planes en vue du filtrage" Note technique non diffusée - ENSM NANTES Septembre 1975

[B17] G.T. ALDRICH, W.B. KRABILL "An Application of KALMAN Techniques to Aircraft and Missile Radar Tracking" ATAA Journal Vol 11 n° 7 1972

[B18] G.W. JOHNSON "Choice of Coordinates and Computational Difficulty" IEEE Transactions on Automatic Control Février 1974

[B19] N.C. MOHANTY "Transition Density of Phase Error in a Non Linear Tracking System." Information Sciences 13 239-252 1977

[B20] G. SALUT, J. AGUILAR, G. FAVIER, G. ALENGRIN "Optimal Joint Adaptive Estimation of Parameter and State of a Linear Stochastic System with Application to Tracking" QUESTIIO V.3 n° 3 Septembre 1979

[B21] D.M. DWYER "Real Time KALMAN Filtering for Torpedo Range Tracking" THESE Décembre 1978

[B22] A.E. BRYSON "KALMAN Filter Divergence and Aircraft Motion Estimators" J. Guidance and Control Janvier 1978

[B23] R.J. EVANS, C.R. HEWETT, F. BARKET "Radar System Design for Track - While - Scan." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-14 n° 5 Septembre 1978

[B24] J. AGUILAR, O. TANTAWY "Optimitzacio amb Horizons passat i futur, mobilo i limitats." QUESTIIO - V.3 n° 1 Mars 1979

[B25] R.P. WISHNER, R.E. LARSON and M. ATHANS - "Status of Radar Tracking Algorithms". Proceedings of Symposium on Non-Linear Estimation Theory and its Application - San Diego - California - Septembre 1970

[B26] R.P. WISHNER, J.A. TABACZYNSKI and M. ATHANS - "A Comparison of Three Non-Linear Filters" Automatica - Vol 5 1969

[B27] W. LEGRAND "Analyse des problèmes de modélisation et de sensibilité en Filtrage linéaire - Application à l'étude des problèmes de poursuite par radar" - Thèse de Doctorat d'Ingénieur Université P. SABATIER Toulouse 1973



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

- [B28] C. BOZZO, W. LEGRAND "Modélisation et identification des systèmes linéaires stochastiques" - Quatrième Colloque GRETSI sur le traitement du signal et ses applications NICE Mai 1973
- [B29] C. BOZZO, W. LEGRAND "Model Error Sensitivity via KALMAN Filtering in the Identification of Unforced Dynamical Linear Systems. Application to Radar Tracking Problems" - Third IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation LA HAYE Juin 1973
- [B30] C. BOZZO "Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite" Support de cours de DEA Université d'AIX Marseille III Janvier 1981
- [B31] C. BLONDEL "Analyse de différentes modélisations en vue de l'estimation des éléments de cinématique de la trajectoire d'un mobile" Diplôme d'Etudes Approfondies - Université d'AIX Marseille III Octobre 1980
- [B32] C. DONCARLI, Ph. de LARMINAT et A. LINARD "Etude et application d'algorithmes d'identification récursive multivariable à l'estimation de la cinématique d'un but" Rapport final de Convention DCAN de TOULON CAPCA - ENSM Université de Nantes Janvier 1979
- [B33] Y. BAR-SHALOM, E. TSE "Tracking in a Cluttered Environment with Probabilistic Data Association" Proceedings of the Fourth Symposium on Non-Linear Estimation U.S. SAN DIEGO Septembre 1973
- [B34] S.N. SALINGER, J.J. BRANDSTATTER "Application of Recursive Estimation and KALMAN Filtering to Doppler Tracking" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Juillet 1970
- [B35] J.M. DOBBIE "Comparison of the Pre-Smoothing, Exponential Smoothing and KALMAN Filtering Applied to Several Methods of Target Motion Analysis. Technical Report 6 Contact n° N0014 - 70 - C0322 Janvier 1972
- [B36] H.R. DESSAU "Dynamic Linearisation and Non Linear Filtering with Application to a Tracking Problem." Information Sciences 4,51 - 63 1972
- [B37] M.O.I.M TANTAWI "Commande sous-optimale à horizons limités avec application au guidage". THESE de Doctorat d'Ingénieur Université P.SABATIER TOULOUSE Octobre 1980
- [B38] C. BOZZO "Compléments sur la synthèse des systèmes de commandes linéaires discrets. Méthode des équations polynomiales" à paraître chez "Techniques et Documentation" PARIS 1981
- [B39] L. PASSERON "Modélisation et traitement de trajectoires" Huitième Colloque GRETSI sur le traitement du signal et ses applications - NICE 1 au 5 Juin 1981
- [C] FILTRE α - β ; FILTRE STATIONNAIRE ; ELABORATION DU GAIN EN RÉGIME PERMANENT
- [C1] K.V. RAMACHANDRA "Steady-State Covariance Matrix Determination for a Three Dimensional KALMAN Tracking Filter". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n°6 Novembre 1979
- [C2] F.R. CASTELLA "Heading and Speed Errors for X,Y Tracking Filters" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 2 Mars 1979
- [C3] R.J. POLGE, B.K. BHAGAVAN "A Study of the G.H.K. Tracking Filter" UAH Research Report N°176 MICOM Report n° RE-CR-76-1 Juillet 1975
- [C4] F.A. FARUQI, R.C. DAVIS "KALMAN Filter Design for Target Tracking" IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-26 n° 4 Juillet 1980
- [C5] R.W. STINEMAN "Changing the Weight given to an Initial Track Estimate". IEEE CH 1336-7/78/0000-1196\$00.75 1978
- [C6] J.E. STEELMAN "Frequency Response of α, β, γ Trackers". Technical report : STEWS - ID - 78 - 3 Septembre 1978
- [C7] A.W. BRIDGEWATER "Analysis of Second and Third Order Steady State Tracking Filters". Dep. of Communications, COM. Research Center, OTTAWA CANADA 1977
- [C8] R.J. FITZGERALD "Target Tracking Filters". Electronic Prog (U.S.A.) TOME 17 n° 1 1975
- [C9] B.H. CANTRELL, G.V. TRUNK, F.D. QUEEN, J.D. WILSON J.J. ALTER "Automatic Detection and Integrated Tracking System". IEEE International Radar Conference 1974
- [C10] R.J. FITZGERALD "Dimensionless Design Data for three State Tracking Filters". Raytheon Company Bedford, MASSACHUSETTS
- [C11] B. FRIEDLAND "Optimum Steady State Position and Velocity Estimation Using Noisy Sampled Position Data". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems vol AES n° 6 Novembre 1973
- [C12] B.M. BROWN, G. MALTIN "Extension of the Target Strenght Studies". 65000 TRACOR LANE Austin, TEXAS 78721 Octobre 1972
- [D] METHODE DE SINGER ET EXTENSIONS DE LA METHODE DE SINGER
- [D1] R.A. SINGER "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-6 n° 4. Juillet 1970
- [D2] R.A. SINGER, K.W. BEHNKE "Real-Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Applications". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-7 n° 1 Janvier 1971
- [D3] L. MOOSE, H. MCCABE "Adaptive Target Tracking for Underwater Maneuvering Targets". Department of Electrical Engineering - Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg. Février 1980
- [D4] L. MOOSE, H. MCCABE "A Three Dimensional Augmented Spherical Tracking Filter for Maneuvering Air Targets". Dep. of Electrical Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg Virginia 24061. 1977
- [D5] R.L. MOOSE, H.F. VANLANDINGHAM, D.H. MCCABE "Improved Modeling Techniques for Adaptive Target Tracking". Electrical Engineering Department VPI & SU Blacksburg, Virginia 24061
- [D6] R.L. MOOSE, H.F. VANLANDINGHAM, D.M. MCCABE "Modeling an Estimation for Tracking Maneuvering Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-15 Juin 1975
- [D7] N.H. GHOLSON, R.L. MOOSE "A Comparison of Two Approaches to the three Dimensional Target Tracking Problem Involving Non-Linear State Measurements". Proceedings of the Eighth Annual South Eastern Symposium on System Theory Knoxville (USA) Tennessee Avril 1976
- [D8] J.P. NOUGUE "Etude générale sur les formes canoniques. Application : Filtrage généralisé". D.E.A en Signaux et Systèmes spatio-temporels Université de St Jérôme MARSEILLE Septembre 1976
- [D9] R.P. WISHNER, R.E. LARSON, R.K. MEHRA, M. ATHANS "Filters of Varying Complexity for Radar Target Tracking". Proceedings of the Joint Automatic Control Conference St Louis MISSOURI Paper n° 3,A1 Août 1971



CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

- [D10] M.F. TER HORST "An Application of Linear Smoothing to Ship Track Reconstruction". JOURNAL A Volume 18 n° 3 1977
- [D11] P.T. YIP "Air Defense Gun Fire Control System Performance with a Bias Prediction". USA Armament Research and Development Command. Aberdeen Proving Ground Maryland. Décembre 1977
- [D12] J.C. WAVER "Practical Consideration in Implementing KALMAN Filters". Agard Lecture Series n°82 1972
- [D13] A. LINARD "Analyse et Identification de modèles de Trajectoire en vue du filtrage auto-adaptatif" THESE de Doctorat d'Ingénieur Université de NANTES Septembre 1980
- [D14] C.A. BOZZO et W. LEGRAND "Elaboration des positions et vitesses d'un mobile par une méthode de filtrage optimal". Rapport d'étude S 70 66 GESTA/CAPCA - DCAN TOULON Mai 1972
- [D15] C.A. BOZZO et W. LEGRAND "Différents aspects des problèmes de modélisation et de sensibilité en filtrage linéaire". Journées LAAS GRETSI "Le Filtrage Numérique et ses applications" TOULON Juin 1972
- [D16] C. MICHEL "Détermination des paramètres caractéristiques du mouvement de deux mobiles par une méthode de filtrage optimal". Diplôme d'Etudes Approfondies Faculté de St Jérôme MARSEILLE 1974
- [D17] E. DEFFONTAINES "Prédiction d'une trajectoire à partir de mesures antérieures bruitées et échantillonnées". Mémorial de l'Artillerie Française Tome 40 2ème fascicule PARTS 1966
- [E] POURSUIITE 3D - OPTRONIQUE
- [E1] P.S. MAYBECK, D.E. MERCIER "A Target Tracker Using Spatially Distributed Infrared Measurements". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC-25 n° 2 Avril 1980
- [E2] A.M. LAVIE "Application of Filters to Some Trivial Time-Varying Systems". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Mars 1976
- [E3] S.I. MARCUS, K. KOHANBASH "FOURIER Series and Estimations : An Application to Optical Phase Tracking". IEEE Transactions on Informations Theory. Vol I.T 24 n° 6. Novembre 1978
- [E4] G SAN GIOVANNI "Performance of a Ring Laser Strap Down Attitude and Heading Reference for Aircraft". J. Guidance and Control Vol 2 n° 4 Juillet - Août 1979
- [E5] W.D. WIRTH "High Resolution in Azimuth for Radar Targets Moving on a Straight Line". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-16 n° 1 Janvier 1980
- [F] POURSUIITE MULTICIBLE - MUTISENSEUR
- [F1] A. FARINA, S. PARDINI "Multiradar Tracking System Using Radial Velocity Measurements". IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 4 Juillet 1979
- [F2] H.W. THOMAS "Maneuver Handling in a Multiradar, a, b, c, System". Proce IEE Vol 126 n°6 Juin 1979
- [F3] M.E. JOHNS "Multiple Target Instrumentation Radar (MIR)". IEEE "Position Location and Navigation Symposium" San Diego Novembre 1978
- [F4] L. BOWMAN "Multisensor Integration for Defensive Fire Control Surveillance". IEEE Publications 1979
- [F5] Y. BAR-SHALOM "Tracking Methods in a Multitarget Environment". IEEE Transactions on Automatic Control Vol AC-23 n° 4 Août 1978
- [F6] D.B. REID "An Algorithm for Tracking Multiple Targets". IEEE Transactions on Automatic Control Vol AC-24 Décembre 1979
- [F7] Y. BAR-SHALOM, G.D. MARCUS "Multiple Target Tracking with Measurements of Uncertain Origin". University CONNECTICUT Department of EECS Septembre 1979
- [F8] H.F. JARVIS, N.B. NILL "Target Tracking with Multiple Data Sources". Analysis and Technology Ing. Report n° P-515-1-79 Août 1979
- [F9] A.R. MORLEY, A.S. WILSON "Some Aspects of Multi-radar Tracking". Agard Conference Proceedings n° 252 "Strategies for Automatic Track Initiation Monterey". Octobre 1978
- [F10] G. BUENO "Antenne adaptative et estimation Bayésienne. Application au problème de la détection et de la poursuite en environnement multicible". THESE de troisième cycle - Université d'AIX-MARSEILLE III Septembre 1980
- [F11] E. TAENZER "Tracking Multiple Targets Simultaneously with a Phased Array Radar". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System. Vol. AES-16 n° 5
- [F12] K. BRAMMER, F. HERZMANN, A. KAINZINGER, N. KNOPPIK "Algorithms for Simultaneous Automatic Track Initiation in Multiple Radar Networks". ESG Elektronik System Gesellschaft Vogel - Weideplatz 9,800 München 80. W - Germany 1978
- [F13] G.W. DELEY "A Netting Approach to Automatic Radar Track. Initiation, Association, and Tracking in Air Surveillance Systems". Général Research Corporation 5383 Hollister Av Santa-Barbara CA 93111 1978
- [F14] W. FLESKES "Automatic Track Initiation for a Phased Array Radar Using a Clutter Map". Forschungsinstitut für Funk und Mathematik D-5307 WACHTBERG - WERTHHOVEN, F.R. Germany 1977
- [F15] G. VAN KEUK "Software Structure and Sampling Strategy for Automatic Target Tracking with a Phase Array Radar". Forschungsinstitut für Funk und Mathematik D-5307 WACHTBERG-WERTHHOVEN, F.R. GERMANY 1978
- [F16] G. BINIAS "The Formation Tracking Procedure for Tracking in Dense Target Environment". Forschungsinstitut für Funk und Mathematik D-5307 WACHTBERG - WERTHHOVEN, F.R. GERMANY 1978
- [F17] G.E. LINDBERG, A.S. MARGULIES, P.A. SMYTON "Performance of Automatic Track Initiation Logic in Specific Target Environments". The MITKE Corporation P.O. Box 208 Bedford, Massachusetts 01730 USA 1973
- [F18] B. CAVALLO, F. LEFEVRE "Définition d'une méthode de filtrage multisenseurs". Rapports d'étude A 35 006 GESTA du 27/10/77 et S 70 121 GESTA du 21/10/76 DCAN de TOULON 1977
- [F19] I. KANTER "Multiple Gaussian Targets : The Track-on-Jam Problem". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-13 n° 6 Novembre 1977
- [G] DETECTION D'EVOLUTION ET ESTIMATEURS ADAPTATIFS
- [G1] D.M. KLAMER "Non Parametric Maneuver Detection in KALMAN Filtering". Naval Ocean Systems Center San Diego, California 92157
- [G2] H.W. THOMAS "Maneuver Handling in a Multiradar, a, b, c, System". Proce IEE Vol 126 n° 6 Juin 1979
- [G3] Y.T. CHAN, A.G.C. HU, J.B. PLANT "A KALMAN Filter Based Tracking Scheme with Urgent Estimation". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 2 Mars 1979

- [G4] J.S. THORP "Optimal Tracking of Maneuvering Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-9 n° 4 Juillet 1973
- [G5] G.G. RICKER, J.R. WILLIAMS "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets". IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-14 n° 1 pp 185-193 Janvier 1978
- [G6] R.P. WISHNER, R.E. LARSON, R.K. MEHRA, M. ATHANS "Filters of Varying Complexity for Radar Target Tracking". Proceedings of the Joint Automatic Control Conference St Louis MISSOURI Paper n° 3, A1 Août 1971
- [G7] R.R. TENNEY, R.S. HEBBERT, NILS.R. SANDELL "A Tracking Filter for Maneuvering Sources". IEEE Transactions on Automatic Control Avril 1977
- [G8] CHAW-BING CHANG, R.H. WHITING, M. ATHANS "On the State and Parameter Estimation for Maneuvering Reentry Vehicles". IEEE Transactions on Automatic Control Février 1977
- [G9] H.F. VANLANDINGHAM, R.L. MOOSE, P.E. ZWICKE "Control of Non-Linear Stochastic Systems Using Adaptive Estimation". "Imaginative Engineering Three Education and Experience" Proceedings Avril 1977
- [G10] K. SPINGARN, H.L. WEIDEMANN "Linear Regression Filtering and Prediction for Tracking Maneuvering Aircraft Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol AES-8 n° 6 Novembre 1972
- [G11] M. BROWN, F. PRICE "A Comparison of Adaptive Tracking Filters for Targets of Variable Maneuverability". Technical report TR.480.6 Avril 1976
- [G12] R.L. MOOSE, P.P. WANG "An Adaptive Estimation with Learning for a Plant Containing Semi-MARKOV Switching Parameters". IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Mai 1973
- [G13] R.L. MOOSE "An Adaptive State Estimation Solution to the Maneuvering Target Problem". IEEE Transactions on Automatic Control Juin 1975
- [G14] K. GIRIDHARAGOPAL, B. PAGUREK, C.M. WOODSIDE "A Modeling Approach to State Estimation in System with Switching Parameters". IEEE Transactions on Automatic Control Vol AC-23 n° 5 Octobre 1978
- [G15] A. FARINA, S. PARDINI "Track-While-Scan Algorithm in a Clutter Environment". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-14 n° 5 Septembre 1978
- [G16] D.W. WINFIELD, T.G. KINCAID, D.L. JORDAN, "Multiplying Data Processor for Target Detection" Contrat N° N000 24-69-C1268 Janvier 1970
- [G17] L.M. NOVAK "Radar Target Detection and Map - Matching Algorithm Studies". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-16 n° 5 Septembre 1980
- [G18] D. PERRIOT-MATHONNA "Le filtrage de KALMAN adaptatif. Application à la poursuite de cibles manoeuvrantes". Revue Technique THOMSON-CSF, Vol 12 n° 1 Mars 1980
- [G19] C. BOZZO, A. GUILBERT, G. FAVIER et M. BOISOT "Comparison of Four Algorithms for Identifying the Linear Optimum Steady-State Gain by Use of the Pseudo-Innovation Process and Output Statistics". IFAC VIII Triennial World Congress KYOTO - JAPON 24 au Août 1981
- [G20] E. SIFFREDI "Poursuite d'un mobile par filtrage adaptatif : détermination de la position et du vecteur vitesse". Diplôme d'Etudes Approfondies Université d'AIX MARSEILLE III Octobre 1979
- [G21] A. LORENZI "Application de la méthode de filtrage adaptatif de C. DONCARLI à la détection des variations d'accélération d'un mobile". Rapport de Stage au CAPCA ENS de Physique de Marseille Février 1981
- [G22] Y. BAR-SHALOM, E. TSE and R. DRESSLER "Adaptive Estimation in Presence of non Stationary Noises with Unknown Statistics. Application to Maneuvering Targets". 4th Symposium on Non-Linear Estimation Proceedings. pp 23-28. SAN DIEGO 1973
- [G23] R.L.T. HAMPTON and J.R. COOKE "Unsupervised Tracking of Maneuvering Vehicles". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-9 pp 197-207. Mars 1973
- [G24] R.L. KOLIBABA and R.B. ASHER "Adaptive Filtering for Precision Pointing and Tracking Problems in Weapon Delivery". AFHL - TR 73320 Report, Air-Force Avionics Lab. - Wright-Patherson Air-Force Base - OHIO Janvier 1974
- [G25] J.S. THORP "Optimal Tracking for Maneuvering Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-9 pp 512-519 Juillet 1973
- [G26] N.H. GHOLSON, R.L. MOOSE "Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-13 n° 3 Mai 1977
- [G27] R.J. Mc AULAY "A Decision - Directed Adaptive Tracker". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-9 n° 2 Mars 1973
- [G28] A. LORENZI et E. SIFFREDI "Détection des évolutions d'un mobile et estimation de sa trajectoire" Huitième colloque sur le traitement du signal et ses applications NICE Juin 1980
- [H] AZIMETRIE ; POURSUITE DANS LE PLAN ; GONIOMETRIE PASSIVE ; LOI DE MOUVEMENT
- [H1] L. MOOSE, H. MCCABE "Adaptive Target Tracking for Underwater Maneuvering Targets". Department of Electrical Engineering - Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg Février 1980
- [H2] D.M. KLAMER "Non Parametric Maneuver Detection in KALMAN Filtering". Naval Ocean Systems Center San Diego, California 92152
- [H3] J.R. MOON "Application of the CRAMER-RAO Bound to Target Motion Analysis". Electronics Letters Vol-15 n° 8 Mars 1979
- [H4] H. WEISS, J.B. MOORE "Improved Extended KALMAN Filter Design for Passive Tracking". Conference on Control Engineering, Melbourne. Juin 1979
- [H5] A. OMAR-ABOUTALIB "Real Time Tracking of Maneuvering Targets". "Proceeding of the Canadian Communication and Power Conf." MONTREAL IEEE Octobre 1976
- [H6] J.M.F. MOURA, H.L. VAN TREES, A.B. BAGUEROER "Space/Time Tracking by a Passive Observer". Fourth Symposium on Non-Linear Estimation Theory and its Applications San Diego - California Septembre 1973
- [H7] J.M.F. MOURA "Platform Location in Underwater Acoustic". Fifth Annual Combined Conference San Diego - California Septembre 1979
- [H8] J.M.F. MOURA "Passive Systems Theory with Narrow Band and Linear Constraints : Part III - Spatial/Temporal Diversity". IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol-OE-4 n° 3 Juillet 1979
- [H9] J.M.F. MOURA "Passive Systems Theory with Narrow Band and Linear Constraints : Part II - Temporal Diversity". IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol-OE n° 1 Janvier 1979

CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE
ET DES MOUVEMENTS DE MOBILES MANOEUVRANTS

APPLICATION AUX PROBLEMES DE POURSUITE 3D

- [H10] F.R. CASTELLA "Heading and Speed Errors for x,y Tracking Filters". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 2 Mars 1979
- [H11] P.R. MORGAN "A Target Trajectory Noise Model for KALMAN Trackers". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Mai 1979
- [H12] R.W. BASS, V.D. NORUM "Non-Linear Filtering and Target Motion Analysis : a Practical Implementation" "Third Symposium on Non-Linear Estimation Theory and Applications Proceedings" San Diego 1972
- [H13] A.G. LINDGREN, K.F. GONG "Position and Velocity Estimation via Bearing Observations". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-14 n° 4 Juillet 1978
- [H14] H.R. DESSAU "Dynamic Linearization and Non-Linear Filtering with Application to a Tracking Problem" Information Sciences 4, 51-63 1972
- [H15] C.A. DARMON "A Ship Tracking System Using a KALMAN-SCHMIDT Filter". Agard Lecture Series Vol LS-82 n° 6 Mars 1976
- [H16] J. HOLDSWORTH, J. STOLZ "Marine Application of KALMAN Filtering". Chap. 17
- [H17] R.J. FITZGERALD "Dimensionless Design Data for Three-State Tracking Filters". Raytheon Company Bedford, MASSACHUSETTS
- [H18] A. GUILBERT "Azimétrie et Poursuite 2D en goniométrie passive". Rapport d'Etude S 03 083 GESTA DCAN de TOULON Janvier 1976
- [H19] C.A. BOZZO et B. BARBAGELATA "Estimation des mouvements de deux mobiles dans un plan à partir de mesures bruitées et échantillonnées". Cinquième colloque GRETSI sur le traitement du signal et ses applications NICE Mai 1975
- [H20] B. BARBAGELATA "Caractérisation des mouvements de deux mobiles dans un plan à partir de mesures relatives bruitées et échantillonnées - Application de méthodes de Filtrage optimal". THESE de Doctorat de 3ème cycle Faculté de St Jérôme MARSEILLE 1974
- [H21] L.R. HOWELL "Passive Sonar Bearing Estimation in the Presence of Highly Anisotropic Noise Fields". Contrat N00014-17-C0530 Code 431 Office of Naval Research Décembre 1978
- [H22] V.J. AIDALA "KALMAN Filter Behavior in Bearings-Only Tracking Applications". IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 1 Janvier 1978
- [H23] J.C. HASSAB "Passive Tracking of a Moving Source by a Single Observer in Shallow Water". Journal of Sound and Vibration 1976
- [H24] W.B. ADAMS "Non-Linear, Non Recursive Estimation for Passive Localization and Tracking". IEEE International Conference on Acoustics Speech & Signal Processing 1977
- [H25] A. GUILBERT ; C. BOZZO "Différents aspects des problèmes de modélisation et d'estimation des mouvements relatifs d'un mobile dans le plan, à partir de mesures angulaires bruitées et échantillonnées". Septième colloque sur le traitement du signal et ses applications". GRETSI - NICE Mai 1979
- [H26] A. GRINDLAY "Bearing-only Tracking Algorithms Final report. Naval Research Laboratory Washington DC 20375 Juillet 1980
- [I] SYSTEMES DE POURSUITE
- [I1] D. PERRIOT-MATHONNA "Le Filtrage de KALMAN adaptatif. Application à la poursuite de cibles manoeuvrantes". Revue technique THOMSON-CSF Vol 12 n° 1 Mars 1980
- [I2] M.J. ASHWORTH, D.R. TOWILL "Computer - Aided Design of Tracking Systems". The Radio and Electronic Engineer Vol 48 n° 10 Octobre 1978
- [I3] J.Y. CHAUMETON "SYSTEME D'ARME MASURCA : Le télépointeur TR.E". D.C.A.N. de TOULON - Note Technique Interne Avril 1971
- [I4] J.M. FITTS "Position and Rate Aided Tracking for Conventional Pointing Systems". Hughes Aircraft Company CULVER CITY, California 1972.

