

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

FILTRAGE DE SIGNAUX MULTICOMPOSANTES UTILISANT LES
CORRELATIONS INTERCOMPOSANTES.

J.L. LACOUME (1) - F. GLANCEAUD (1) - P. LORENZINO (1)
D. BAUDOIS (1) - G. PRETET (2)

(1) CEPHAG (Equipe de recherche associée au CNRS) - BP 46 - 38402 ST MARTIN D'HERES
(2) GESMA - DCAN de Brest - 29240 BREST NAVAL

RESUME

Le signal étudié, à plusieurs composantes, est constitué d'une partie utile (signal) et d'une partie parasite (bruit).

On sait que dans cette situation le traitement permettant l'extraction du signal du bruit doit prendre en compte les propriétés temporelles de chaque signal (densités spectrales de puissance) et les relations entre les signaux (densité spectrale de puissance d'interaction). Dans une situation réelle, ces caractéristiques des signaux sont inconnues et doivent être estimées. L'extraction du signal d'un bruit comporte en fait trois étapes :

- évaluation des propriétés spectrales et interspectrales des signaux ;
- définition des grandeurs caractéristiques permettant de réaliser le filtre ;
- élaboration du filtre et test de l'efficacité de cette méthode.

La première étape relève des techniques de l'analyse interspectrale, la seconde conduit en général à restreindre les informations contenues dans la matrice interspectrale à quelques paramètres essentiels. Enfin la troisième étape soulève l'ensemble des problèmes de synthèse de filtres à gabarit donné.

Nous montrons sur des signaux réels la mise en oeuvre de cette méthode en insistant sur la réduction de l'efficacité du traitement due aux erreurs d'estimation du gain complexe du filtre optimal et sur les modifications qui doivent lui être apportées en pratique pour éviter que ces erreurs d'estimation ne rendent le traitement moins efficace.

Ce traitement est appliqué à la réduction du bruit de houle sur des signaux magnétiques marins. Dans le cas considéré la bonne cohérence entre la composante magnétique et la composante de pression permet un gain en rapport signal sur bruit de 30 à 40 db.

SUMMARY

The multicomponent signal considered is the sum of a useful part (signal) and a parasitic noisy part (noise).

In this situation, in order to extract the signal from the noise, it is well known that one has to take into account the properties of each component (through the spectral power density) and the relations between each component (through the cross spectral power density). In a real situation these characteristics are estimated from the data. Such problem is solved in three steps :

- estimation of the spectral and cross-spectral properties of the data ;
- definition of the optimal filter ;
- synthesis of this optimal filter and evaluation of the efficiency of the treatment.

The first step is solved using spectral analysis techniques, the second leads to a concatenation of the lot of information contained in the spectral matrix. Finally the third step is relevant of the filter synthesis with predetermined frequencial properties.

We show how this method works on real signals. We emphasize the lost of noise reduction caused by statistical errors on the estimation of the optimal filter gain. The value of the coherency coefficient gives the limit of the bandwidth of the processing device in order to not destroy the efficiency of the treatment.

Finally we show the results of the treatment applied to submarine magnetic signals perturbed by swell magnetic component. In this situation a gain of 30 db is achieved.



FILTRAGE DE SIGNAUX MULTICOMPOSANTES UTILISANT LES
CORRELATIONS INTERCOMPOSANTES

1 - INTRODUCTION

Lorsque l'on dispose de signaux à plusieurs composantes constituées d'une partie utile (signal) et d'une partie additive parasite (bruit), le traitement linéaire optimal en moyenne quadratique est le filtre de Wiener multientrées. Le cas le plus simple (auquel on peut se ramener par combinaison linéaire des composantes du signal d'entrée pour des signaux à deux composantes) est celui où l'on dispose d'une composante somme du signal et d'un bruit parasite et d'une composante formée uniquement de bruit (référence bruit seul). Dans ce cas, le filtre de Wiener est un filtre linéaire opérant sur la référence bruit seul et dont le gain complexe est fonction de la densité spectrale de puissance (dsp) des deux composantes et de leur densité spectrale de puissance d'interaction (dspl).

Après avoir rappelé le modèle général, décrivant cette situation et la valeur du gain complexe du filtre de Wiener nous étudierons la mise en oeuvre du traitement dans le cas pratique où l'on ne dispose que d'une estimation du gain complexe du filtre de Wiener. Cette étude nous donnera la structure du filtre optimal compte-tenu des erreurs d'estimation et la valeur du facteur de réduction de bruit.

La technique de traitement ainsi définie sera mise en oeuvre sur des signaux magnétiques marins en utilisant les signaux de pression comme référence bruit seul. Nous replacerons ce problème dans son contexte physique et nous montrerons que dans cette situation des gains de 30 ou 40 db en rapport signal sur bruit peuvent être réalisés.

Cette méthode de traitement a été largement étudiée et mise en oeuvre dans de nombreux domaines en utilisant comme nous le faisons ici la technique du filtre de Wiener (cette technique est appliquée [1] à des signaux magnétiques à 3 composantes à terre). Le schéma général de traitement est décrit dans [2] ainsi que l'introduction de la notion de référence bruit seul. Peu d'auteurs ont chiffré les limitations dues aux erreurs d'estimation et, à notre connaissance, le traitement que nous proposons, pour en tenir compte, est original.

L'utilisation des signaux de pression pour améliorer le rapport signal sur bruit des signaux magnétiques marins a été proposée dans [4] et [7]. Un traitement analogue à celui que nous proposons a été présenté récemment dans [8]. Dans cette étude le filtre optimal est un filtre transversal dont les coefficients sont adaptés en utilisant l'algorithme de Widrow. La réduction du rapport signal sur bruit obtenue par ce traitement est de l'ordre de 20 db.

Le modèle physique décrivant les signaux magnétiques marins induits par la houle a été présenté dans [5] et [6]. Ce modèle donne la valeur de l'amplitude du champ magnétique dû à la houle et met en évidence la corrélation entre les signaux de pression et les signaux magnétiques.

2 - PRINCIPE DU TRAITEMENT ET MISE EN OEUVRE

La méthode proposée est applicable à des signaux à N composantes [1]. Nous nous limiterons à des signaux à deux composantes. Cette situation illustre les principes de la méthode et la modélisation en est très simple.

2-1 Modèle et solution dans le cas stationnaire : nous disposons de deux signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$ qui sont des fonctions aléatoires stationnaires (au moins au

second ordre). Le signal $S_1(t)$ peut s'écrire :

$$S_1(t) = B_2(t) + W(t) \quad (1)$$

$B_2(t)$ est une filtrée linéaire et stationnaire de $S_2(t)$:

$$B_2(t) = F[S_2(t)] \quad (2)$$

$W(t)$ est indépendant (ou décorrélé) de $S_2(t)$.

Le cas pratique généralement associé à ce modèle est le suivant : dans $S_1(t)$, $W(t)$ constitue la partie utile ou signal [notons qu'en général $W(t)$ comportera également une partie parasite résiduelle ou bruit indépendante de $S_2(t)$ qui ne peut pas être atténuée en utilisant $S_2(t)$], $B_2(t)$ est une partie parasite que nous éliminerons grâce à $S_2(t)$. $S_2(t)$ est donc un signal relié au bruit $B_2(t)$ et est dénommé référence bruit seul. Cette notion a été introduite par MERMOZ [2]. Il est important de souligner que la référence bruit seul doit être indépendante du signal (d'où son nom). Cette contrainte est souvent difficile à réaliser en pratique. Lorsqu'on dispose de connaissances a priori (en particulier modèle physique) sur la référence bruit seul, on peut lui appliquer un prétraitement utilisant ces connaissances.

Dans les conditions ci-dessous, le principe du traitement (filtre de Wiener) est décrit sur la figure (1).

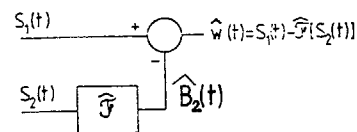


Figure 1 : Schéma de principe du traitement

Dans ce schéma \hat{F} est une estimation du filtre F reliant B_2 et S_2 . Il est clair que si l'estimation de F est parfaite [$\hat{F} = F$], le signal estimé $\hat{W}(t)$ est exactement $W(t)$ et le dispositif élimine donc

totalement la partie du bruit contenu dans $S_1(t)$ et totalement reliée à la référence bruit seul.

Le gain complexe $G(v)$ du filtre F est obtenu en utilisant le principe d'orthogonalité. Ce "principe" signifie simplement que le signal résiduel $S_1(t) - F[S_2(t)]$ est décorrélé de $S_2(t)$. S'il n'en était pas ainsi il serait possible de "mieux" utiliser $S_2(t)$ pour extraire le bruit de $S_2(t)$. La notion d'orthogonalité introduite ici est issue de la norme de l'espérance mathématique. Le "produit scalaire" de deux signaux $X(t)$ et $Y(t)$ est :

$$E\{Y(\theta)X(t)\}$$

et le principe d'orthogonalité nous indique donc que :

$$E\{S_2(t)[S_1(\theta) - F[S_2(\theta)]]\} = 0 \quad (3)$$

L'intercorrélation de $S_2(t)$ et du signal différence est donc nulle quel que soit $\tau - \theta$ ou, ce qui revient au même, la densité spectrale de puissance d'interaction de ces deux signaux est nulle, soit :

$$\gamma_{S_2 S_2}^{(v)} = \gamma_{S_1 S_2}^{(v)} - G(v)\gamma_{S_2}^{(v)} = 0 \quad (4)$$

qui donne :

$$G(v) = \frac{\gamma_{S_1 S_2}^{(v)}}{\gamma_{S_2}^{(v)}} \quad (5)$$

qui peut aussi s'écrire, en introduisant la cohérence complexe :

$$C(v) = \frac{\gamma_{S_1 S_2}^{(v)}}{(\gamma_{S_2}^{(v)}\gamma_{S_1}^{(v)})^{1/2}} \quad (6)$$

$$G(v) = C(v) \left(\frac{\gamma_{S_1}^{(v)}}{\gamma_{S_2}^{(v)}} \right)^{1/2} \quad (7)$$

FILTRAGE DE SIGNAUX MULTICOMPOSANTES UTILISANT LES CORRELATIONS INTERCOMPOSANTES

Le filtre donnée par (5) ne pourra cependant généralement pas être obtenu parfaitement car nous ne disposons pas de la dsp ou de la dsp des signaux mais seulement d'une estimation de ces grandeurs. Avant d'examiner les limitations introduites de ce fait, définissons le facteur de réduction de bruit dans le cas où l'estimation du filtre est faite sans erreur.

2-2 Facteur de réduction de bruit : le signal traité est :

$$S_1(t) = B_2(t) + W(t) \quad (8)$$

Plaçons nous dans le cas où le bruit $B_2(t)$ cohérent avec la référence bruit seul ne décrit pas tout le bruit additionnel au signal $S(t)$:

$$W(t) = B_3(t) + S(t)$$

- $S(t)$: signal utile
- $B_3(t)$: bruit additif décorrélé de la référence bruit seul.

Posons $B_1(t) = B_2(t) + B_3(t)$

$$P_{B_1} = \int \gamma_{B_1}(v) dv : \text{puissance du bruit total additionné au signal.}$$

Le facteur de réduction de bruit est par définition :

$$R \equiv \frac{P_{B_3}}{P_{B_1}} \quad (9)$$

$$P_{B_3} = \int \gamma_{B_3}(v) dv : \text{puissance du bruit additionnel } B_3.$$

Ce paramètre représente le rapport entre la puissance du bruit après traitement et la puissance du bruit avant traitement.

Nous allons calculer ce facteur de réduction dans deux situations. Envisageons tout d'abord le cas où toute la bande de fréquence disponible est traitée. Dans ces conditions, avec les notations introduites ci-dessus :

$$R = \frac{\int \gamma_{B_1}(v) |1 - c(v)|^2 \frac{\gamma_{S_1}(v)}{\gamma_{B_1}(v)} dv}{P_{B_1}} = 1 - \frac{\int |c(v)|^2 \gamma_{S_1}(v) dv}{P_{B_1}} \quad (10)$$

Pour calculer pratiquement ce paramètre nous devons disposer de P_{B_1} , $\gamma_{S_1}(v)$ et $C(v)$. Dans le cas théorique parfait ces grandeurs sont accessibles.

Une autre situation intéressante comme nous le verrons par la suite est celle où seulement une partie (B_T) de la bande de fréquence disponible est traitée, alors :

$$R = 1 - \frac{\int_{B_T} |c(v)|^2 \gamma_{S_1}(v) dv}{P_{B_1}} \quad (11)$$

Cette relation nous indique que la bande traitée doit être la plus large possible. En fait au paragraphe suivant nous montrons qu'il n'en est plus ainsi lorsque l'on tient compte des erreurs de mesure.

2-3 Estimation du filtre optimal de Wiener - Erreurs de biais.

Nous ne disposons pas de la valeur exacte du gain complexe $G(v)$ du filtre F mais seulement d'une estimation :

$$G(v) = \frac{\hat{\gamma}_{S_1 S_2}(v)}{\hat{\gamma}_{S_2}(v)} = \hat{C}(v) \left(\frac{\hat{\gamma}_{S_1}(v)}{\hat{\gamma}_{S_2}(v)} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Ces grandeurs sont estimées à partir d'une réalisation particulière de durée T des signaux S_1 et S_2 . L'estimation est faite selon le schéma décrit figure 2.

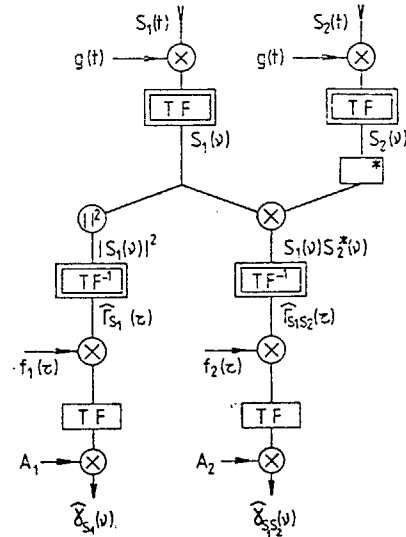


Figure 2 Estimation de $\hat{\gamma}_{S_2}(v)$ et $\hat{\gamma}_{S_1 S_2}(v)$

Dans ce schéma classique, $g(t)$ est une fonction d'apodisation tenant compte de la durée limitée T des signaux, $f_1(\tau)$ et $f_2(\tau)$ sont les fonctions d'apodisation introduisant la prise de moyenne. En posant :

$$\begin{aligned} S_1(v) &= \text{TF}[g(t)S_1(t)] \\ S_2(v) &= \text{TF}[g(t)S_2(t)] \\ F_1(v) &= \text{TF}[f_1(\tau)] \end{aligned} \quad (13)$$

TF : Transformée de Fourier

En tenant compte du fait que le calcul est fait en échantillonnant en fréquence avec un pas :

$$\Delta B = \frac{1}{T}$$

et en indiquant par la seule valeur n la valeur des grandeurs spectrales à la fréquence $n\Delta B$, il vient :

$$\hat{\gamma}_{S_2}(k) = \frac{\sum |S_2(n)|^2 F_1(k-n)}{\sum F_1(n)} \quad (14)$$

$$\hat{\gamma}_{S_1 S_2}(k) = \frac{\sum S_1(n) S_2^*(n) F_2(k-n)}{\sum F_2(n)} \quad (15)$$

- $\sum F_1(n)$ est le facteur de normalisation. Généralement on fixe $f_1(0) = 1$ soit $\sum F_1(n) = 1$.

- Pour $\sum F_2(n)$ la situation est plus complexe. En effet généralement l'intercorrélacion de S_1 et S_2 n'est pas centrée à $\tau = 0$ et pour en tenir compte on sera amené à décaler $f_2(\tau)$. $\sum F_2(n)$ comportera alors un facteur de phase de recentrage qui compense le décalage de $f_2(\tau)$. En résumé tout se passe, formellement, comme si f_2 était centrée et nous supposons donc que :

$$\sum F_2(n) = 1 \text{ soit } f_2(0) = 0$$

et même que : $F_1 = F_2$

$$\text{Alors : } \hat{G}(k) = \frac{\sum S_1(n) S_2^*(n) F(k-n)}{\sum |S_2(n)|^2 F(k-n)} \quad (16)$$

La valeur moyenne de $\hat{G}(k)$ est :

$$E[\hat{G}(k)] = \frac{\sum F(k-n) \gamma_{S_1 S_2}(n)}{\sum F(k-n) \gamma_{S_2}(n)} \quad (17)$$



Le numérateur et le dénominateur de cette expression sont les valeurs de la dsp de S_1 et S_2 et de la dsp de S_2 lissées par la fonction d'apodisation. Ce lissage introduit un biais d'autant plus important que les grandeurs à estimer varient sur le support de la fonction d'apodisation F . La minimisation du biais nécessite que l'on réduise le support de la fonction d'apodisation à une bande de fréquence sur laquelle ces grandeurs sont "à peu près constantes" (hypothèse de blancheur locale). Dans notre cas cette bande est très étroite (fig. 7). Cependant l'observation de la valeur de $G(k)$ dans les cas pratiques considérés (fig. 6) nous montre que cette fonction est beaucoup moins variable en fréquence que la dsp de S_2 et la dsp $S_1 S_2$. En revenant à la formule (7) ce résultat s'explique par le fait que le coefficient de cohérence $c(v)$ et le rapport $\gamma_{S_1}/\gamma_{S_2}$ sont "localement blancs". Ce comportement de $G(k)$ nous indique que $\gamma_{S_1 S_2}(k)$ et $\gamma_{S_2}(k)$ varient en restant proportionnelles sur un support en fréquence $2k_m$.

$$\gamma_{S_1 S_2}(k) = \beta_{S_2}(k) \quad k \in [n \pm k_m] \quad (18)$$

Lorsque le support de F est inférieur à la largeur de bande sur laquelle la relation de proportionnalité (18) est vérifiée:

$$E[\hat{G}(k)] \sim G(k) \quad (19)$$

Nous constatons donc que, dans le cas qui nous occupe, pour obtenir une estimation du filtre approximativement non biaisée il suffit de choisir une fonction d'apodisation dont le support est fixé par la bande de fréquence sur laquelle (18) est vérifiée. Nous nous placerons dorénavant dans ce cas et nous admettrons donc que l'estimation du gain complexe du filtre est non biaisée.

2-4 Défaut de réduction de bruit due à la variance de l'estimation.

En nous plaçant dans l'hypothèse de signaux gaussiens nous pouvons calculer la variance de l'estimation du gain complexe du filtre donné par (16). En introduisant dans l'expression de la réduction de bruit la valeur : $\hat{G} = G + \delta G$ où δG est une v.a. centrée décrivant les fluctuations statistiques de G dues aux erreurs d'estimation, nous obtenons [3] pour la réduction de bruit en tenant compte des erreurs d'estimation :

$$R_p = 1 - \frac{\int_{B_T} \left[1 - \frac{1 - |c(v)|^2}{|c(v)|^2} \frac{2}{p} \right] |c(v)|^2 \gamma_{S_1}(v) dv}{P_{B_1}} \quad (20)$$

Le terme introduit par les erreurs d'estimation diminue la réduction de bruit. Ce terme dépend du coefficient de cohérence de S_1 et S_2 et du nombre pondéré de points d'intégration :

$$P = \frac{|\sum F(n)|^2}{\sum |F(n)|^2} = \frac{f(0)^2}{\sum F^2(n)} \quad (21)$$

Cette valeur p est une mesure de la largeur de bande de la fonction d'apodisation exprimé en $1/T$. Pour diminuer les erreurs statistiques il est clair que la largeur de bande de la fonction d'apodisation doit être la plus large possible. Comme nous l'avons vu plus haut la largeur de bande de la fonction d'apodisation est limitée par le biais. L'expression (20) de la réduction de bruit nous conduit à un résultat très important pour la mise en oeuvre pratique du traitement. L'expression sous l'intégrale de la relation (20) nous indique que nous ne devons traiter que les bandes de fréquence pour lesquelles :

$$|c(v)|^2 > \frac{2}{p+2} \quad (22)$$

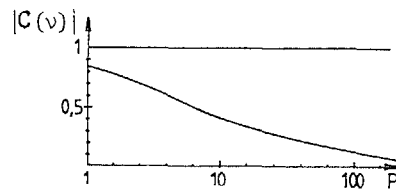


Figure 3 : Valeur limite du coefficient de cohérence en fonction du nombre pondéré de points d'intégration

En effet le traitement des bandes de fréquence pour lesquelles cette condition n'est pas réalisée détériore le rapport signal sur bruit. La valeur limite de $|C(v)|$ issue de (22) est représentée figure 3.

La procédure à suivre est donc la suivante selon le cas :

- Si la durée du signal stationnaire est limitée, la valeur de p est limitée par la largeur de bande de "blancheur locale" et nous ne traiterons donc que les zones de fréquence pour lesquelles la condition (22) est remplie.
- Si nous disposons d'un échantillon stationnaire de grande durée on peut augmenter p lorsque $|C(v)|$ diminue de manière à vérifier constamment la condition (22). Notons également que cette condition peut s'exprimer aussi par une mesure du temps de stationnarité minimum pour rendre le traitement efficace. Le temps de stationnarité minimum est :

$$T_{Smin} = \frac{2T}{p} \frac{1 - |c|^2}{|c|^2} \quad (23)$$

Ce n'est que dans les gammes de fréquence pour lesquelles la durée du signal stationnaire est supérieure à T_{Smin} que le traitement diminuera le bruit.

La forme des relations (22) et (23) nous indiquent que dans les cas extrêmes :

- Si $|C(v)|$ est petit, il faut un temps de stationnarité relativement grand pour que le traitement soit intéressant.
- Lorsque $|C(v)|$ tend vers 1 le traitement est très vite efficace (toujours si $|C(v)| = 1$). Ce résultat ne paraît pas étonnant car dans ces conditions la référence de bruit seul donne presque directement le bruit et il est donc intéressant de l'utiliser même si le temps de stationnarité est très court.

2-5 Mise en oeuvre : Comme nous l'avons indiqué en 2-3, le gain complexe du filtre F est estimé par moyennage des transformées de Fourier des deux signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$. La bande traitée est limitée aux valeurs de fréquence vérifiant (22).

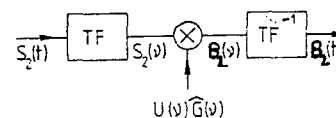


Figure 4
Synthèse du filtre F

La synthèse du filtre F est faite dans le domaine des fréquences selon le schéma (fig. 4). La fonction d'apodisation en fréquence $U(v)$ réalise la limitation du traitement aux bandes utiles :

$$U(v) = 0 \quad \text{si (22) n'est pas vérifiée.} \quad (24)$$

La solution la plus simple pour $U(v)$ est une fonction porte mais ce type de fonction a l'inconvénient de créer des "rebonds" dans la réponse impulsionnelle. Pour le cas considéré, la dsp de $S_2(t)$ est très faible aux extrémités de la bande traitée et les effets dus à la discontinuité sont très faibles et nous avons donc choisi une fonction $U(v)$ du type de fonction porte.

FILTRAGE DE SIGNAUX MULTICOMPOSANTES UTILISANT LES CORRELATIONS INTERCOMPOSANTES

3 - FILTRAGE DE SIGNAUX MAGNETIQUES PAR DES SIGNAUX DE PRESSION.

Les signaux traités sont issus d'une expérience réalisée par le GESMA et dans laquelle ont été enregistrées en un même lieu immergé dans la mer les variations du champ magnétique terrestre et les variations de pression dues à la houle [4]. La bande de fréquences de l'enregistreur s'étend de 1 Hz à 1/100 Hz et contient le spectre de la houle (centré sur 10 s). La réalisation pratique de l'expérience et les précautions prises pour s'assurer en particulier du fait que le phénomène magnétique observé est dû aux variations temporelles du signal magnétique local engendré par la houle et non au déplacement des capteurs dans le champ terrestre, ou au mouvement d'une masse magnétique proche sont décrites dans [4]. Dans cet article la corrélation faite entre les signaux de pression de la houle et les signaux magnétiques a été mise en évidence. L'étude présentée ici reprend les résultats de [4] en les appliquant dans le domaine fréquentiel. Cette approche a l'avantage de limiter les hypothèses sur le modèle à l'existence d'une relation linéaire et stationnaire entre les signaux magnétiques et les signaux de pression.

3-1 Physique du modèle : Soit $S_1(t)$ le signal magnétique capté au point A dans la mer et $S_2(t)$ le signal de pression capté en un point voisin B. Le champ magnétique terrestre induit des courants dans l'eau conductrice mise en mouvement par la houle (les particules d'eau décrivent des cercles - bassin infiniment profond - dont le rayon décroît exponentiellement avec la profondeur). Ces courants induits créent un champ magnétique qui, dans ce modèle simple, se déduit par une transformation linéaire et stationnaire du champ de pression. On a donc bien :

$$S_1(t) = F[S_2(t)] + W(t)$$

En réalité un modèle plus réaliste doit tenir compte de la structure spatiale (longueur de corrélation spatiale) de la houle et, en outre, on peut penser que la relation de filtrage linéaire ne sera valable que si les points A et B sont très proches. Ce point n'est pas abordé ici où nous supposons que la distance AB est assez faible pour que le terme résiduel $W(t)$ soit dû à d'autres causes que la houle.

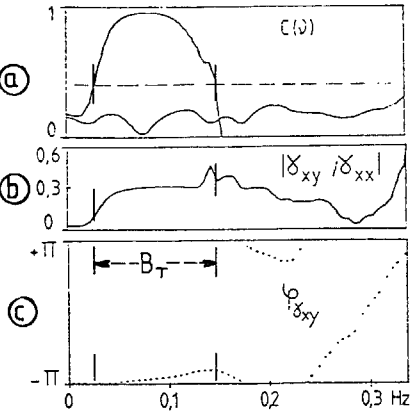
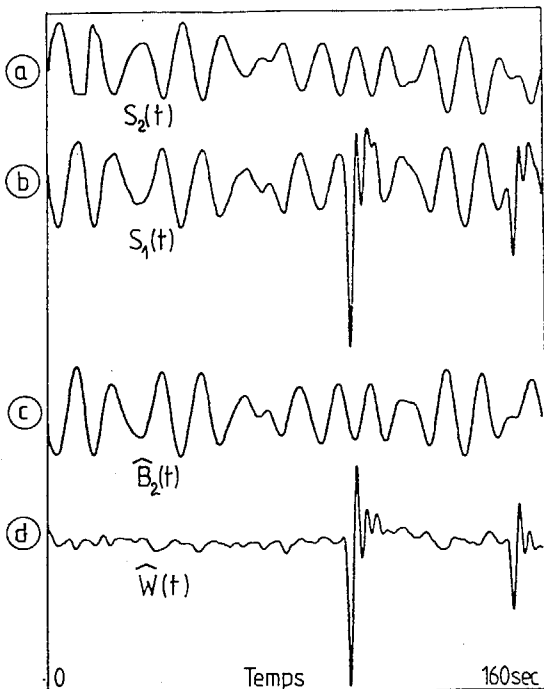


Figure 6 : Module du coefficient de cohérence avant et après traitement (a), module (b) et phase (c) du filtre de Wiener estimé.

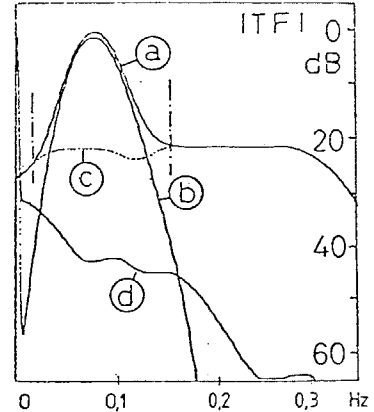


Figure 7 : Densité spectrale de puissance des signaux magnétiques (a) et de houle (b) enregistrés, du signal magnétique traité après (8) élimination du signal utile (d).

← Figure 5 : Forme d'onde
 - des signaux de houle (a) et magnétiques (b) enregistrés
 - du signal de houle filtré (c)
 - du signal magnétique après traitement (d).

L'étude analytique complète de l'effet magnétique de la houle a été faite dans [5] et [6]. Nous en retiendrons seulement que le signal magnétique s'écrit :

$$b(t) = b_0 \cos(2\pi\nu_H t) e^{-\frac{2\pi z}{\lambda_H}} \quad (25)$$

z : hauteur d'eau

b_0 est l'amplitude du signal magnétique en surface et dépend essentiellement de facteurs géométriques (direction de la houle par rapport au champ terrestre) et de l'amplitude de la houle a . En "ordre de grandeur" :
 $b_0(\gamma) \sim a(m)$
 où b_0 est exprimé en $\gamma(10^{-9} \text{ Tesla})$ et a en mètres.

On voit que $b(t)$ est par ailleurs périodique (à la période $1/\nu_H$ de la houle) et que son amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur z . Dans ce facteur exponentiel λ_H est la longueur d'onde de la houle (~ 150 m).

3-2 Résultats du traitement de signaux magnétiques marins.

L'étude détaillée de ces données a été présentée dans [8]. Les résultats sont décrits sur les figures 5, 6 et 7. La figure 5 présente la forme d'onde des signaux magnétiques avant traitement (a) et la forme d'onde du signal de houle (b) captée simultanément. La durée de l'enregistrement présenté est de 160 s, la durée totale disponible, dont cet exemple est extrait, était de 1 heure. La "signature" de la houle sur le signal magnétique est très claire. Il apparaît par ailleurs sur le signal magnétique des "accidents" qui ont été ajoutés pour représenter le signal utile. La courbe (c) présente le signal de houle filtré par le filtre F : c'est l'estimation du bruit de houle dans le signal magnétique. L'estimation du filtre est réalisée à partir des données présentées sur la figure 6 et le tableau 1. Le tableau 1 donne la puissance du signal de houle filtré (puissance de bruit extrait) en fonction de la largeur de bande de la fonction d'apodisation (mesurée par le nombre de points d'intégration pondérée p). La valeur optimale de p est 10 car, bien que la puissance de bruit extraite soit plus importante pour de faibles valeurs de p , l'estimation du filtre de Wiener est alors trop peu fiable (l'estimation du module du coefficient de cohérence $|c(\nu)|$ donne des valeurs supérieures à 1. Nous avons donc choisi $p = 10$ d'où nous déduisons la bande traitée (relation 22).



FILTRAGE DE SIGNAUX MULTICOMPOSANTES UTILISANT LES
CORRELATIONS INTERCOMPOSANTES

Tableau 1

p	3,6	7,2	10	14,2	28
P _{B2}	1693	1654	1668	1649	1616
v _{min}	0,05	0,04	0,03	0,17	0,22
v _{max}	0,13	0,14	0,15	0,17	0,22

p : nombre pondéré de points d'intégration.
P_{B2} : puissance du bruit extrait.
v_{min}, v_{max} : limites de la bande utile B_T.

La bande traitée B_T est indiquée sur la figure 6. Dans cette bande, le module (b) et la phase (c) du gain complexe du filtre de Wiener sont peu variables (ceci justifie l'approximation faite en 2-3 à propos du biais). Nous construisons le filtre F à partir des valeurs données sur la figure (6) limitées à la bande de traitement B_T.

$$B_T = [0,03 \text{ Hz} ; 0,15 \text{ Hz}]$$

Le résultat qualitatif du traitement apparaît sur la courbe (d) de la figure 5. Dans le signal magnétique traité la "signature" de la houle a disparu et les "signaux utiles" apparaissent avec un contraste beaucoup plus important. La figure 6, courbe (a), donne le test de la qualité du traitement : on voit que le module du coefficient de cohérence entre le signal de houle et le signal magnétique traité est partout inférieur à la valeur limite (22) ce qui nous indique qu'il n'est plus possible d'améliorer la réduction de bruit.

La figure (7) donne les dsp en décibels du signal magnétique, du signal de houle, du signal magnétique traité (signaux utiles indus) et du signal magnétique traité (signaux exclus par remise à zéro). L'analyse de cette figure nous indique que le signal utile a un spectre à peu près blanc sur la bande totale. La dsp du signal de houle est significative uniquement dans la bande traitée. Enfin la réduction de bruit dans la bande traitée varie entre 30 et 40 db ce qui donne une mesure, dans le cas considéré, de la puissance du traitement.

Nous avons également testé numériquement la valeur du facteur de réduction de bruit en considérant tout le signal magnétique comme un bruit (somme d'une composante liée à S₂ et d'une composante indépendante de S₂). Les valeurs de P_{B3} et P_{B1} sont calculées sur la figure 5, la R valeur du facteur de réduction de bruit qui s'en déduit est :

$$R_{\text{pratique}} = 0,36$$

La valeur théorique déduite de la formule (2) et des résultats portés sur les figures 6 et 7 est :

$$R_{\text{théorique}} = 0,36$$

4 - CONCLUSION

Nous avons montré, dans un cas pratique, comment utiliser une référence bruit seul pour diminuer le bruit parasite polluant un signal. La méthode mise en oeuvre utilise la technique du filtre de Wiener, mais nous avons pris en compte l'effet des erreurs d'estimation du filtre. La considération de ces erreurs d'estimation nous a conduit à donner une nouvelle expression du facteur de réduction de bruit par ailleurs, et cela nous paraît le plus important, elle conduit à limiter la bande passante traitée. Ce dernier résultat est fondamental car en n'en tenant pas compte on peut dégrader les performances du filtre de Wiener. Dans le cas considéré la réduction de bruit est très importante (30 à 40 db). Ce résultat est essentiellement dû à la bonne cohérence des signaux : le module du coefficient de cohérence est dans ce type de problème le paramètre déterminant : on ne peut espérer un traitement efficace qu'en présence d'un "bon" coefficient de cohérence. La notion de "bon" coefficient de cohérence est relative à la précision statistique des estimations. En présence de valeurs du module du coefficient de cohérence faibles on ne peut espérer réaliser un traitement efficace qu'en augmentant la précision statistique des estimations. Ceci peut être fait en utilisant un moyennage en temps (il faut alors disposer de signaux de grande durée) ou un moyennage en fréquence (à condition que le filtre de Wiener soit "localement blanc").

REFERENCES

- (1) J.C. SAMSON and J.V. OLSON
Data Adaptive Polarization Filters for Multichannel Geophysical Data.
Institute of the Earth and Planetary Physics, Department of Physics, University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada, T6G 2J1, Nov. 1979.
- (2) H. MERMOZ
Sur un opérateur fondamental de détection, son lien avec l'estimation et ses structures possibles.
Rapport Technique 28 872 ET/LD,
Laboratoire de Détection Sous-Marine, Mars 1976.
- (3) J.L. LACOUME - D. BAUDOIS
Variance de l'estimation du gain complexe du filtre de Wiener.
Rapport CEPHAG 1981.
- (4) G. PRETET
Détection magnétique et traitement du signal.
4e Colloque GRETSI, Mai 1973, pp. 58/1-58/21.
- (5) J.T. WEAVER
Magnetic Variations Associated with Ocean Waves and Swell.
J.R.G., Vol. 70, n° 8, Avril 1965.
- (6) D.C. FRASER
The Magnetic Field of Ocean Waves.
Geophys. J. R. Ast. Soc., 1966, Vol. II, pp. 507-517.
- (7) J.L. LACOUME
Détection magnétique.
Rapport CEPHAG 1/76.
- (8) P. LORENZINO - F. GLANGEAUD
Tests de comparaison d'enregistrements magnétiques en mer et au sol.
Rapport CEPHAG 5/81.