

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

269



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

D. BAUDOIS - W. KOFMAN - A. SILVENT

CEPHAG B.P. 46 - 38420 ST-MARTIN-d'HERES (équipe de recherche associée au C.N.R.g. (ERA 93)

RESUME

Dans ce travail nous nous sommes intéressés au problème de l'élimination de bruits perturbant additivement un signal $S(t)$ aléatoire, au moyen d'un dispositif non bouclé : le corrélo-filtre.

Nous présentons les résultats qui traduisent son comportement et ses qualités dans le cas où le bruit à éliminer est aléatoire, stationnaire au second ordre et dans celui où il se compose de signaux périodiques.

Nous analysons les erreurs d'estimation en fonction des divers paramètres et comparons les résultats obtenus.

SUMMARY

This paper concerns the problem of cancelling noise which disturbs additively a random signal $S(t)$, with a device which contains no loop : the "Correlo-Filter".

We present the results which explains its behaviour and its performances when the disturbing-noise is a stationary random process and when this-one is constituted of several rays.

We analyse the errors of the estimation versus all the parameters and we compare the results.



ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

I - INTRODUCTION

L'estimateur en moyenne quadratique d'un signal perturbé additivement par un bruit en connaissant la référence "bruit seul", peut avoir deux structures différentes :

- la première consiste en un système bouclé [1]
- la seconde en un système non bouclé : le corrélofiltre [2], (figure 1)

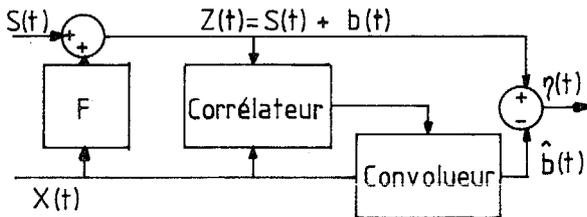


FIG 1: SCHEMA SYNOPTIQUE DU CORRELOFILTRE

La première méthode qui découle de l'algorithme de Widrow [3] a fait l'objet de nombreuses études. Dans notre travail nous avons abordé la seconde voie sous deux aspects différents :

- la référence "bruit seul" est composée uniquement de raies pures [4],
- la référence "bruit seul" est un bruit à fond continu [5].

Cette division trouve ses origines dans la structure du corrélofiltre qui comporte deux parties distinctes :

- un blanchisseur du bruit de référence dans le cas où ce bruit est à fond continu, un égaliseur de raies dans l'autre cas
- un ensemble corrélofiltre proprement dit, lui-même composé :
 - * d'un corrélateur qui estime la transformation du bruit de référence X(t),
 - * d'un convolveur calculant l'estimée du bruit perturbateur b(t), soit à partir du bruit blanchi, soit à partir des raies égalisées.

La réalisation pratique d'un système travaillant en temps réel, capable simultanément d'égaliser les raies et de blanchir le bruit à fond continu paraît d'un abord difficile. Aussi peut-on envisager, lorsque la "référence bruit seul" se compose d'un bruit à fond continu et d'un bruit de raies, de mettre en cascade deux corrélofiltres, chacun adapté à l'un des types de bruit. Il est vraisemblable que pour cette structure les erreurs d'estimation soient plus importantes que pour un traitement global. Nous étudierons ci-dessous le comportement et la précision des deux systèmes en présence de signal.

II - PRESENTATION

2-1 Bruit à fond continu :

L'étude se limite aux deux sous-ensembles corrélateur et convolveur ; le problème spécifique du blanchisseur n'est pas abordé.

Les hypothèses du calcul de la variance de l'erreur en sortie du corrélofiltre sont les suivantes :

- le bruit source X(t) est un bruit blanc gaussien de densité spectrale de puissance N_0

- le bruit perturbateur b(t) est une filtrée F[...] de X(t) ; S(t) est le signal à estimer, indépendant de X(t) donc de b(t) ;

- la fonction d'intercorrélation $\Gamma(k)$ entre X(t) et Z(t)=b(t)+S(t) est estimée sur une durée T,
 - l'estimée $\hat{b}(t)$ du bruit filtré b(t) est calculée pendant tout l'intervalle de temps de même durée T qui suit immédiatement celui de l'estimation de la fonction d'intercorrélation correspondant ;
 - la mémoire du filtre ou de la transformation F de réponse impulsionnelle h(t) est supposée faible devant le temps T d'estimation de l'intercorrélation.
- Cette estimation est égale à :

$$\Gamma(k) = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \{ b(t+k) + S(t+k) \} dt \quad (1)$$

On en déduit le bruit estimé :

$$\hat{b}(t) = \int_0^{T_1} \Gamma(k) X(t-k) dk \quad (2)$$

où T_1 est le support temporel de la réponse impulsionnelle du convolveur. L'erreur en sortie du corrélofiltre est définie par

$$\varepsilon(t) = b(t) - \hat{b}(t) \quad (3)$$

Sous l'hypothèse où le bruit source est normé ($N_0 = 1V^2/s$) la puissance de cette erreur est :

$$P_\varepsilon = E\{\varepsilon^2(t)\} = \int_{T_1}^{\infty} k^2(\lambda) d\lambda + \frac{T_1}{T} \int_0^{\infty} k^2(\lambda) d\lambda + \frac{T_1}{T} \Gamma_S(0) \quad (4)$$

où $\Gamma_S(0)$ est le niveau du signal. Des trois termes composant P_ε le premier représente l'erreur de biais. Cette fonction, en pratique, devient rapidement décroissante avec T_1 . Le second est la première erreur d'estimation du bruit : ce terme d'erreur croît linéairement avec T_1 selon une pente liée à la forme de la réponse impulsionnelle h(t) et inversement proportionnel à la durée T d'estimation. Le troisième terme représente la deuxième erreur d'estimation du bruit perturbateur ; directement proportionnel à la puissance du signal, il est relié aux paramètres du corrélofiltre par le rapport T_1/T .

Nous avons envisagé un défaut de normalisation en donnant à N_0 une valeur quelconque et nous cherchons à y remédier en introduisant un gain K variable sur la voie signal. La puissance de l'erreur prend alors la valeur :

$$P_\varepsilon = K^2 N_0 \int_0^{\infty} k^2(\lambda) d\lambda - K N_0^2 \int_0^{T_1} k^2(\lambda) d\lambda + N_0^2 (N_0 - K) \int_0^{T_1} k^2(\lambda) d\lambda + \frac{T_1}{T} N_0^2 \{ N_0 \int_0^{\infty} k^2(\lambda) d\lambda + \Gamma_S(0) \} \quad (5)$$

En sortie du corrélofiltre, nous obtenons un signal $\eta(t) = \varepsilon(t) + KS(t)$, dont la puissance moyenne, sous les hypothèses faites, est

$$P_\eta = P_\varepsilon + K^2 \Gamma_S(0)$$

Le problème consiste à minimiser P_ε en jouant sur K, alors que seule $\eta(t)$ est accessible. Appelons K la valeur de K qui minimise P_ε ; elle s'écrit :

$$\bar{K} = N_0 \frac{\int_0^{T_1} k^2(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} k^2(\lambda) d\lambda} \quad (6)$$

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

et appelons \bar{K} la valeur de K qui minimise P_E :

$$\bar{K} = \frac{N_0 \int_0^{T_1} h^2(\lambda) d\lambda}{N_0 \int_0^{T_1} h^2(\lambda) d\lambda + I_s^2(0)} \quad (7)$$

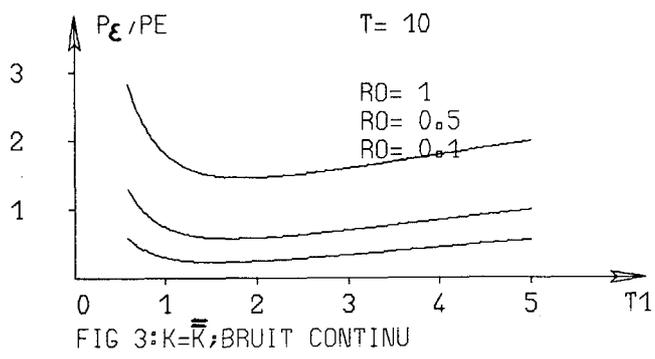
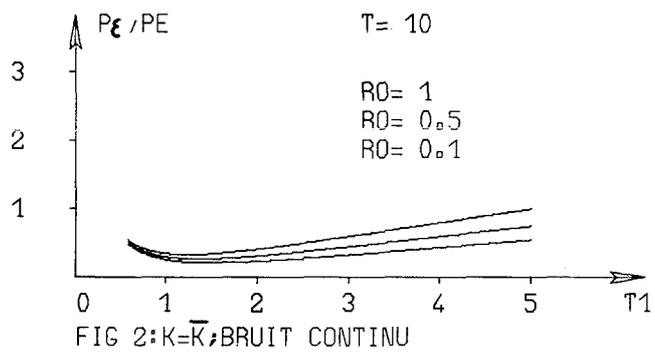
La puissance du bruit perturbateur à l'entrée du soustracteur étant

$$N_0 \int_0^{T_1} h^2(\lambda) d\lambda \quad \bar{K} \text{ s'exprime aussi}$$

$$\bar{K} = \bar{k} \frac{1}{1+\rho} \quad \text{où } \rho = \frac{I_s^2(0)}{N_0 \int_0^{T_1} h^2(\lambda) d\lambda} \quad (8)$$

est le rapport signal à bruit avant traitement. Nous présentons sur les figures 2 et 3, pour $K=\bar{K}$ et $K=\bar{k}$ respectivement l'évolution de P_E rapportée à la puissance P_E du bruit perturbateur $[P_E = K^2 N_0 \int_0^{T_1} h^2(\lambda) d\lambda]$

le filtre F étant un filtre du premier ordre.



2-2 Cas du bruit composé de signaux périodiques

Nous avons précédemment étudié [4] l'erreur d'estimation dans le cas où le signal $S(t)$ est nul. Les présents calculs tiennent compte de l'influence du signal, qui introduit des erreurs d'estimation supplémentaires. Nous avons montré [4], que pour des temps T et T_1 suffisamment grands les erreurs d'estimation des diverses sinusoïdes composant $b(t)$ étaient indépendantes. Le filtre générateur n'est pas reconstruit mais le calcul de la fonction d'intercorrélacion entre $Z(t)=b(t)+S(t)$ et la référence bruit seul $X(t)$ est alors égale à la réponse impulsionnelle d'un filtre qui a le même comportement que le filtre générateur, et qui asymptotiquement (T et $T_1 \rightarrow \infty$) est un filtre de raies.

Nous avons donc mené notre étude en deux étapes. Dans une première partie nous avons considéré le cas où $b(t)$ ne se composait que d'une sinusoïde. Nous avons alors évalué la puissance de l'erreur d'estimation en fonction des paramètres T et T_1 . Nous pouvons alors définir un domaine dans lequel l'estimation est correcte. Dans ce domaine, nous considérons que l'élimination de plusieurs sinusoïdes se ramène au cas de l'élimination d'une seule. Dans une seconde étape nous avons envisagé le cas où parmi les n sinusoïdes composant $b(t)$, deux d'entre elles étaient très proches. Dans [4] nous avons constaté qu'il fallait alors augmenter T_1 d'autant plus que l'écart Δv entre les fréquences était petit. Cette étude est reprise ici dans le cas où $S(t)$ n'est pas nul.

2-2-1 Etude de l'erreur dans le cas où $b(t) = A \cos(2\pi v_0 t + \theta_0)$

Nous supposons que la "référence bruit seul" $X(t)$ s'écrit $A \cos(2\pi v_0 t)$ et que le filtre générateur possède pour la fréquence v_0 un gain F_0 et une phase θ_0

Nous avons montré [4] que l'estimation était optimale pour $A = \sqrt{2}$ (sinusoïde de puissance moyenne égale à 1). Afin de tenir compte d'éventuels défauts de normalisation nous avons, pour le calcul, considéré A quelconque et introduit sur la voie $Z(t)$ un gain K variable. Le filtre F, qui a le même comportement que F pour la fréquence v_0 a pour réponse impulsionnelle

$$h(\tau) = 2 \hat{f}_{XZ}(\tau) \quad \tau \in [0, +\infty[\quad (9)$$

est évalué sur une durée T,

$$\hat{f}_{XZ}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T Z(t) X(t-\tau) dt = \hat{f}_{XS}(\tau) + \hat{f}_{XB}(\tau) \quad (10)$$

L'estimée du bruit $b(t)$ est alors égale à

$$\hat{b}(t) = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} \hat{f}_{XZ}(\tau) X(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

En appelant $\hat{b}_1(t)$ la filtrée de $X(t)$ par $\hat{f}_{XS}(\tau)$ et $\hat{b}_2(t)$ la filtrée de $X(t)$ par $\hat{f}_{XB}(\tau)$ $\eta(t)$ s'écrit alors (cf figure 1)

$$\eta(t) = KS(t) + Kb(t) - \hat{b}_1(t) - \hat{b}_2(t) \quad (12)$$

$\eta(t)$ est la seule quantité accessible ; l'opérateur ne peut agir que sur elle. En particulier il réglera K pour avoir une puissance de $\eta(t)$ minimale. En réalité l'estimation optimale aura lieu pour une valeur de K qui minimise la puissance de

$$\epsilon(t) = \eta(t) - KS(t), \quad (13)$$

cette quantité n'étant pas accessible.



ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

Nous avons donc évalué les puissances de $\eta(t)$ et de $\varepsilon(t)$ et calculé les valeurs de K qui les rendent minimales. Dans ce calcul nous avons considéré $S(t)$ aléatoire et stationnaire au second ordre, de fonction de corrélation $\Gamma_s(\tau)$.

Nous avons supposé que :

Puissance ($\varepsilon(t)$) = puissance ($Kb(t) - \hat{b}_2(t)$)

+ Puissance ($\hat{b}_1(t)$)

C'est à dire qu'il n'y a pas de puissance d'interaction entre les termes sinusoïdaux certains et les termes de bruit. Dans ces conditions, la valeur \bar{K} qui minimise P_ε est égale à :

$$\bar{K} = \frac{A^2}{2} \left[1 + \frac{\sin 2\pi\nu_0 T_1}{2\pi\nu_0 T_1} \cos(2\pi\nu_0 T_1 + 2\theta_0) + \frac{\sin 2\pi\nu_0 T}{2\pi\nu_0 T} \cos(2\pi\nu_0 T + 2\theta_0) + \frac{\sin 2\pi\nu_0 T}{2\pi\nu_0 T} \frac{\sin 2\pi\nu_0 T_1}{2\pi\nu_0 T_1} \cos[2\pi\nu_0(T - T_1)] \right] \quad (14)$$

La figure 4 représente l'évolution de \bar{K} en fonction de T_1 et T .

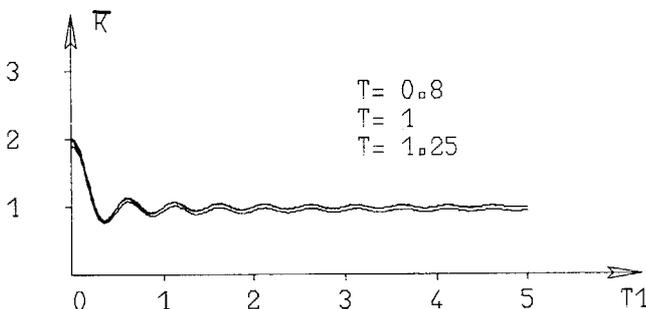


FIG 4: EVOLUTION DE \bar{K} ; 1 RAIE

On constate que pour T et T_1 grands, $\bar{K} \rightarrow A^2/2$ résultat obtenu dans [4].

La valeur \bar{K} de K , qui minimise P_η est alors reliée à \bar{K} par l'expression :

$$\bar{K} = \frac{\bar{K} A^2 F_0^2 + 2 E \{ S(t) \hat{b}_1(t) \}}{A^2 F_0^2 + 2 \Gamma_s(0)} \quad (15)$$

Dans la pratique, l'estimation de $\hat{b}_1(t)$ (donc le calcul de $\hat{b}_1(t)$) se fait dans la tranche de durée T qui suit l'estimation de la fonction d'intercorrélation. Si cette durée est plus grande que le support de corrélation de $S(t)$, le second terme est pratiquement nul.

\bar{K} est alors égal à $\bar{K} \frac{1}{1 + \rho}$, ρ étant égal au rapport signal à bruit

$$\frac{\Gamma_s(0)}{\frac{A^2 F_0^2}{2}}$$

Nous constatons que pour un rapport ρ faible $\bar{K} \sim K$. En revanche dès que ρ est important, les deux valeurs de K sont différentes. Il s'ensuit une erreur d'estimation dont les puissances ont été calculées analytiquement dans trois cas :

-le signal $S(t)$ est blanc

$$\Gamma_s(\tau) = N_0 \delta(\tau)$$

-le signal $S(t)$ est du premier ordre

$$\Gamma_s(\tau) = N_0 e^{-\alpha|\tau|}$$

-le signal $S(t)$ est du second ordre, de d.s.p.m. centrée autour de la fréquence ν_0

$$\Gamma_s(\tau) = N_0 e^{-\alpha|\tau|} \cos 2\pi\nu_0 \tau$$

BRUIT DU 1ER ORDRE

$R_0 = 0.5$

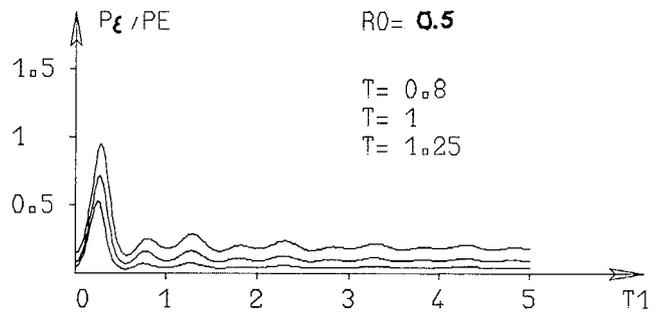


FIG 5: EVOLUTION DE P_ε / P_E ; $K = \bar{K}$

BRUIT DU 1ER ORDRE

$R_0 = 1$

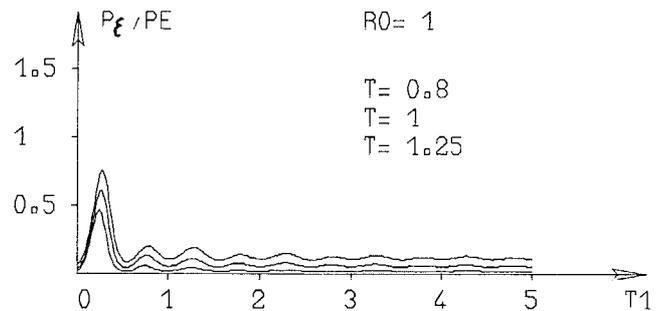


FIG 6: EVOLUTION DE P_ε / P_E ; $K = \bar{K}$

BRUIT DU 1ER ORDRE

$R_0 = 0.5$

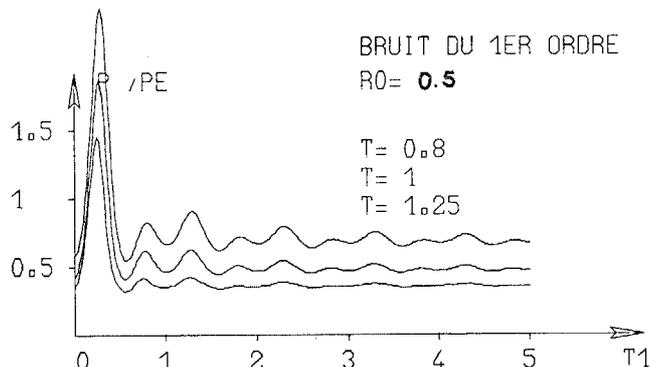


FIG 7: EVOLUTION DE P_ε / P_E ; $K = \bar{K}$

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE
 THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

Les courbes des figures 5 à 7 représentent l'évolution, pour un signal du 1er ordre, de la puissance de l'erreur d'estimation rapportée à la puissance PE du bruit perturbateur à l'entrée du soustracteur (PE = K² A² F₀² / 2), pour les valeurs de K qui rendent minimales soit P_e soit P_η. On constate que ces quantités tendent asymptotiquement vers 0 lorsque T → ∞

2-2-2 Cas de plusieurs raies

Dans cette partie, nous avons étudié le cas de deux raies de fréquences respectives ν₁ et ν₂, telles que nous puissions négliger les termes en

$$\frac{1}{\sqrt{1T}}, \frac{1}{\sqrt{2T}}, \frac{1}{\sqrt{1T_1}} \text{ et } \frac{1}{\sqrt{2T_1}} \text{ (domaine défini dans 2-2-1)}$$

mais non pas les termes en $\frac{1}{\sqrt{2-\nu_1}T}$ & $\frac{1}{\sqrt{2-\nu_1}T_1}$

Il est clair que l'élimination de deux raies rapprochées demandera des temps d'intégration assez longs pour définir correctement la fonction d'intercorrélation $\hat{r}_{xx}(t)$. Ce temps d'estimation devra être suffisant pour que le filtre F puisse séparer ces deux fréquences. En fait cette remarque peut être faite dès l'opération "d'égalisation des raies". En effet, cette opération se décompose en deux parties : une première qui consiste à réaliser l'analyse spectrale de ces raies par une méthode quelconque (localisation), une seconde qui consiste à égaliser ces raies.

Or nous savons bien que pour séparer correctement deux raies rapprochées, il faut disposer d'une observation du signal X(t) suffisamment longue.

Ces problèmes que l'on rencontre dès la phase "analyse spectrale" se retrouvent bien évidemment au moment de l'estimation de $\hat{r}_{xx}(t)$

En supposant $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 > 0$,
 $X(t) = A_1 \cos[2\pi\nu_1 t] + A_2 \cos[2\pi\nu_2 t + \psi]$
 ψ étant un déphasage entre les deux raies,
 En appelant F₁ et F₂ les valeurs du gain du filtre générateur F et θ₁ & θ₂ les valeurs de la phase du filtre aux fréquences ν₁ et ν₂, il vient

$$b(t) = A_1 F_1 \cos[2\pi\nu_1 t + \theta_1] + A_2 F_2 \cos[2\pi\nu_2 t + \theta_2 + \psi] \quad (16)$$

Nous avons étudié, dans cette partie la puissance de E(t). Les remarques concernant la puissance de η(t) du paragraphe 2-2-1 étant encore licites, la valeur de K̄ est reliée à celle de K̄ par une relation du même type.

Nous avons obtenu une forme générale pour K̄ qui s'écrit

$$\bar{K} = \frac{A_1 F_1 K_1 + A_2 F_2 G_1 + \frac{A_1^4}{2} F_1^2 + \frac{A_2^4}{2} F_2^2}{A_1^2 F_1^2 + A_2^2 F_2^2} \quad (17)$$

Dans cette expression K₁ et G₁ sont des quantités qui dépendent explicitement de A₁, A₂, ΔνT₁ et ΔνT.

Pour cette valeur de K la puissance de E(t) est minimale. Elle présente un minimum minimorum si A₁ = A₂ = √2

Dans ces conditions

$$\bar{K} = 1 + 2 \frac{F_1 F_2 S_1}{F_1^2 + F_2^2} \cos[\pi \Delta\nu T_1 + \Delta\theta] + 2 \frac{F_1 F_2 S}{F_1^2 + F_2^2} \cos[\pi \Delta\nu T + \Delta\theta + \psi] + S S_1 \cos[\pi \Delta\nu (T_1 - T) - \psi] \quad (18)$$

expression dans laquelle

$$S = \frac{\sin \pi \Delta\nu T}{\pi \Delta\nu T} \quad S_1 = \frac{\sin \pi \Delta\nu T_1}{\pi \Delta\nu T_1} \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

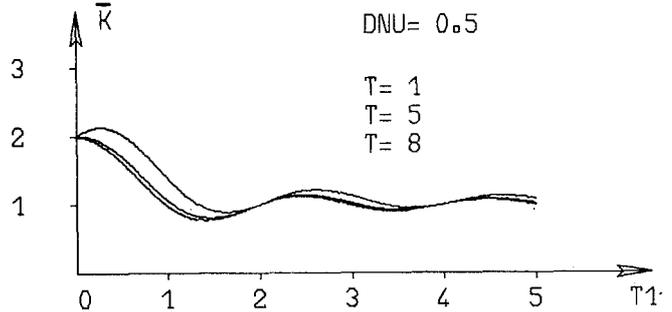


FIG 8: EVOLUTION DE K̄: 2 RAIES

La figure 8 donne un exemple de l'évolution de K̄ en fonction de T₁ et T pour une valeur connue de Δν. On retrouve [4] que pour T₁ et T tels que ΔνT_{1} et ΔνT ≫ 1, K̄ = 1. P_e peut être calculé analytiquement. En revanche, l'expression de P_η est peu maniable dans le cas général et nous pensons qu'il vaut mieux la recalculer dans chaque cas particulier. A titre d'exemple nous avons mené les calculs dans le cas où S(t) est un bruit blanc de niveau No}

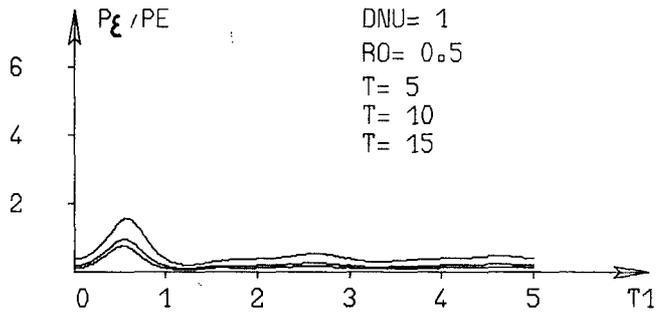


FIG 9: POUR 2 RAIES EVOLUTION DE P_e / PE; K = K̄

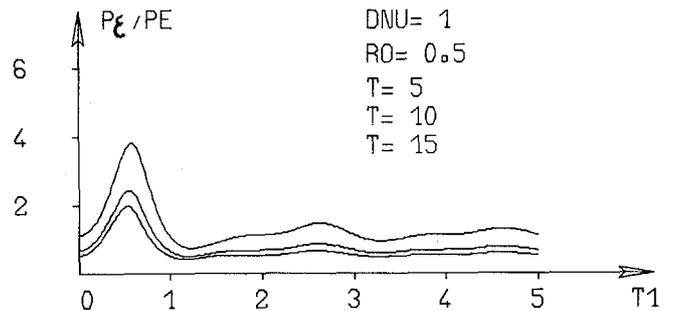


FIG 10: POUR 2 RAIES EVOLUTION DE P_e / PE; K = K̄

Les courbes des figures 9 et 10 représentent dans ce cas les variations de P_e / P_e pour K = K̄ et K = K̄ respectivement, en fonction de T₁ et T, pour un couple de valeur Δν, ρ.



ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU CORRELO-FILTRE
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE "CORRELO-FILTER"

III ANALYSE DES RESULTATS ET CONCLUSIONS

Cette étude nous a permis de mettre en évidence des analogies (valeurs de \bar{K} , \bar{K}) dans les deux problèmes d'élimination de raies et de bruit à fond continu. En revanche les courbes décrivant l'évolution de P_e/P_s ont des formes différentes. En effet, dans le cas de raies, le filtre reconstruit est d'autant meilleur que T et T_1 sont grands. A la limite, (T et T_1 infinis) le filtre F est un filtre de raies idéal. L'erreur d'estimation tend alors vers 0.

En revanche dans le cas d'un bruit à fond continu, les courbes laissent apparaître une valeur minimale de la puissance correspondant à une certaine valeur de T_1 . Ce résultat s'explique en remarquant que l'erreur d'estimation se décompose en trois termes. Augmenter T_1 introduit alors une erreur statistique (termes 2 et 3 de l'équation (4)), qui croît alors plus vite que ne décroît l'erreur de biais (terme 1 de l'équation (4)).

Ce minimum tend vers zéro lorsque T et seulement T, tend vers l'infini.

Enfin, une remarque s'impose. Dans notre travail nous avons étudié les performances de l'élimination en calculant, puis en minimisant par rapport à K, P_e et P_s . Nous avons présenté les résultats en traçant les évolutions de $\frac{P_e}{P_s}$ & $\frac{P_s}{P_e}$ dans le but de rap-

porter les puissances de l'erreur d'estimation à la puissance du bruit à l'entrée.

En réalité (cf fig. 11), la minimisation devrait porter globalement

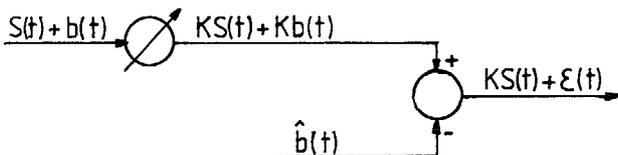


FIG 11

sur $\frac{P_e}{P(Kb)}$ soit donc sur $\frac{P_e}{K^2}$, valeur qui

traduit réellement l'efficacité du système. Cependant nous avons conduit les calculs dans le but de comparer P_e à P_s , cette dernière quantité étant la seule qui est accessible à l'observateur.

En conclusion, nous pouvons dire que dans les deux cas les performances en présence de signal ne sont pas sensiblement dégradées pour des rapports signal à bruit faibles, l'ajustement de K étant quasiment égal à la valeur de K pour $\rho = 0$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] WIDROW & HOFF "Adaptive switching circuits" 1960 - Wescon Conv. Rec. pt 4 pp 96-140
 - [2] MERMOZ "Modularité du traitement adaptatif d'antenne" 1974 Annales des Télécomm. 29 N° 1-2 p 43.54
 - [3] WIDROW, Mc COOL, LARIMORE & JOHNSON Jr "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter 1976 Proc. IEEE Vol 64 N° 8 P 1151-1161
 - [4] BAUDOIS, SILVENT "Applications du Corrélo-filtre à l'élimination des raies en présence de bruit stationnaire 1979, Septième Colloque GRETSI.
 - [5] KOFMAN, SILVENT, LIENARD "Etude Théorique et Expérimentale du Système Corrélo-filtre 1981, Annales des Telecom. [présenté, à paraître]
- On pourra aussi se reporter à :
- [6] WIDROW & AL "Adaptive noise cancelling : principles and applications" Proc IEEE 1975, 63 pp 1692 1716
 - [7] T. SCHWARZ & D. MALAH "Hybrid realisation of an adaptative filter for real-time noise-cancelling applications" Electronic Letters II oct. 79 vol 15 N°21 P. 671-672
 - [8] MAN MOHAN-SONDHI & D.A. BERKLEY "Silencing echoes on the telephone network" Proc. of IEEE Aout 80. Vol 68 N°8 - 948-963