MODELES AUTOREGRESSIFS ET SIGNAUX BRUITES

AUTOREGRESSIVE MODELS FOR NOISY SPEECH SIGNALS

MM. Y. GRENIER, K. BRY, J. LE ROUX, M. SULPIS

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TELECOMMUNICATIONS DEPARTEMENT SYSTEMES ET COMMUNICATIONS
46 RUE BARRAULT 75634 PARIS CEDEX 13

RESUME

Les modèles autorégressifs sont d'un emploi de plus en plus répandu en traitement du signal : codage et transmission par prédiction linéaire, synthèse de parole, reconnaissance... Cependant l'estimation des paramètres d'un modèle autorégressif est connue pour être biaisée dès que les données à traiter sont observées en présence d'un bruit additif. Cette situation (bruits d'observation) est malheureusement celle dans laquelle on se trouve le plus souvent lors de la mise en pratique de ces méthodes.

Nous présentons une revue succinte des méthodes qui sont utilisées pour réduire ce biais (Lim-Oppenheim, Kay, Sakai-Arase, Pagano...).

Deux méthodes nouvelles sont proposées :

1) Une méthode globale (c'est-à-dire effectuant l'estimation à partir des coefficients de corrélation du signal) : les équations de Yule-Walker sont modifiées pour prendre en compte le bruit additif. Le problème résultant est non linéaire ; une solution itérative est proposée.

2) Une méthode récursive (les paramètres sont réestimés après l'acquisition de chaque nouvel échantillon du signal). Les paramètres du modèle et la variance du signal sont estimés par un filtre de Kalman.

Ces deux méthodes ont été simulées pour des rapports signal/bruit de (+ ∞ à - 3dB), et comparées aux méthodes existantes.

SUMMARY

Linear prediction of speech is now a well extended technique for transmission, synthesis and recognition. However in practical situations, the speech signal is corrupted by noise. It is known that in this case, the estimation of the autoregressive model is highly biased.

In this paper, we make a short review of methods which are employed to reduced this bias (Lim-Oppenheim, Kay, Sakai-Arase, Pagano, ...). We then propose some new methods which are :

1) A global method working on the correlation of the signal which solves the Yule Walker equations modified to take into account the variance of an additive white noise (the Y-W equations become non-linear and are solved recursively).

2) A recursive method in which the model is under the state space form, including the noise ; the parameters of the AR model and the variance of noise are estimated by Kalman filtering.

The methods are compared over synthetic signals and applied to speech signals, various signal-to-noise ratios being investigated (down to - 3 dB).

MODELES AUTOREGRESSIFS ET SIGNAUX BRUITES

AUTOREGRESSIVE MODELS FOR NOISY SPEECH SIGNALS

I. INTRODUCTION

L'estimation de modèles autorégressifs est une technique très performante en traitement de signaux, tant pour l'estimation spectrale (méthode du maximum d'entropie) que pour la transmission à débit réduit (codage de parole par exemple), pour la synthèse par prédiction linéaire, et de manière générale pour les problèmes de reconnaissance de formes sur des signaux /1/.

Parmi les raisons du succès de ces méthodes il est possible de citer la facilité avec laquelle la modélisation est réalisée puisque les paramètres s'obtiennent comme solution d'un système linéaire, les équations dites de Yule-Walker, et que de plus dans le cas d'un signal stationnaire, la matrice du système est sous la forme de Toeplitz, ce qui fournit un algorithme rapide dû à Levinson pour la résolution du système linéaire d'équations. Une autre raison de l'efficacité des modèles autorégressifs est qu'ils estiment le spectre du signal étudié comme un spectre "résonnant", car engendré par un système ne possédant que des pôles, or ce type de spectre se rencontre dans une majorité de phénomènes physiques.

Malheureusement lorsque le processus autorégressif dont on veut estimer les propriétés se trouve perturbé par un bruit additif, il a été montré que le biais de l'estimateur n'est plus nul et va croissant lorsque le rapport signal sur bruit va diminuant. L'existence d'un bruit additif sur le processus étudié est hélas phénomène courant ; on peut citer par exemple le bruit d'ambiance s'ajoutant à un signal de parole perçu par un microphone, les bruits de quantification ... . Du fait de cette grande importance pratique, ce problème a depuis plusieurs années reçu une attention croissante, qui s'est concrétisée dans plusieurs directions : évaluation de la qualité des estimateurs en présence de bruit /2/, /3/, algorithmes permettant de réduire le biais /6/, /7/ et prise en compte de modèles plus complexes incorporant le bruit /4/, /5/. Nous donnerons dans la 2ème partie de ce papier un rapide exposé des difficultés soulevées par le bruit additif, et des méthodes permettant d'y remédier. Dans les parties 3 et 4, nous suggérons deux nouvelles solutions au problème de l'estimation des coefficients du modèle autorégressif, l'une de type globale, c'est-à-dire effectuant l'estimation à partir d'une série complète de données (fenêtre d'analyse), l'autre récursive, c'est-à-dire réajustant l'estimation après chaque acquisition d'un nouvel échantillon.

Dans la partie 5, nous examinerons les performances de ces estimateurs par des simulations sur des signaux synthétiques et sur des signaux de parole.

II. INFLUENCE DU BRUIT ADDITIF SUR L'ESTIMATION

Les processus (signal ou bruit) sur lesquels nous travaillons sont supposés centrés, et pour plus de simplicité gaussiens, bien que cette hypothèse ne soit pas nécessaire à tous les développements qui suivront.

Le signal y_t à étudier ($t \in \mathbb{Z}$) est modélisé comme un signal autorégressif si la relation de récurrence suivante est satisfaite :

$$y_t + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p\, y_{t-p} = \varepsilon_t \qquad (1)$$

et si ε_t est un bruit blanc centré de variance σ^2. L'identification du modèle se réduit à la détermination de l'ordre p du modèle, de la variance σ^2 du bruit générateur et des coefficients a_i du modèle. Cette identification peut se faire par minimisation de divers critères : l'erreur quadratique moyenne, le maximum de vraisemblance des données $(y_0 \dots y_T)$, le maximum d'entropie du spectre estimé. Ces trois critères conduisent dans le cas où ε_t (et donc y_t) est gaussien à la même solution sous la forme d'un système linéaire, les équations de Yule-Walker :

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & \cdots & R_{yy}(p) \\ & \ddots & \\ R_{yy}(p) & \cdots & R_{yy}(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

dans lesquelles $R_{yy}(k)$ est le k-ième coefficient de corrélation du signal y_t :

$$R_{yy}(k) = E(y_t y_{t+k}) \qquad (3)$$

On obtient par ce modèle une estimation du spectre $S(w)$ du signal sous la forme suivante :

$$\hat{S}(\omega) = \left[\frac{\sigma^2}{A(z)\,A(z^{-1})}\right]_{z=e^{j\omega}} \qquad (4)$$

où $A(z)$ est la transformée en z de la séquence des coefficients du modèle :

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p} \qquad (5)$$

Considérons maintenant le cas où le signal y_t observé est la somme du signal x_t autorégressif et d'un bruit blanc v_t.

$$y_t = x_t + v_t \quad , \; E(v_t) = 0 \; , \quad E(v_t^2) = \sigma_v^2$$

Nous ferons de plus l'hypothèse que le bruit v_t et le signal "utile" x_t sont indépendants. Il est alors possible de calculer l'autocorrélation $R_{yy}(k)$ du signal y_t connaissant celle de x_t $(R_{xx}(k))$ en effet :

$$R_{yy}(k) = E(y_t y_{t+k}) = E(x_t x_{t+k}) + E(x_t v_{t+k}) + E(v_t x_{t+k}) + E(v_t v_{t+k})$$

d'où

$$\begin{cases} R_{yy}(0) = R_{xx}(0) + \sigma_v^2 \\ R_{yy}(k) = R_{xx}(k) \qquad \forall k \neq 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Ces équations (6) nous montrent immédiatement que l'estimation du modèle autorégressif du signal x_t faite à partir des données y_t sans correction sera biaisée puisque au lieu d'écrire les équations de Yule-Walker $R_x.(1 a_1 \dots a_p)^T = (\sigma^2 0 \dots 0)^T$ avec la matrice R correcte :

$$R_x = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(p) \\ & \ddots & \\ R_{xx}(p) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

nous les écrivons en fait avec une matrice R_y :

$$R_y = \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & & R_{yy}(p) \\ & \ddots & \\ R_{yy}(p) & & R_{yy}(0) \end{bmatrix} = R_x + \sigma_v^2 . I \qquad (7)$$

Il est aussi intuitif de constater que le biais de l'estimation sera d'autant plus grand que σ_v^2 la variance du bruit additif est grande. Ces résultats ont été formalisés par Kay /3/, Sakai et Arase /6/.

Les relations (4) et (6) nous permettent aussi de retrouver l'influence sur le spectre estimé du bruit additif. Le spectre de puissance de y_t est en effet

$$S_{yy}(\omega) = S_{xx}(\omega) + \sigma_v^2 \qquad (8)$$

Soit encore :

$$S_{yy}(\omega) = \left[\frac{\sigma^2}{A(z)\ A(z^{-1})}\right]_{z=e^{j\omega}} + \sigma_v^2 \qquad (9)$$

L'effet du bruit additif est donc l'addition d'une constante au spectre, et se traduit sur le spectre logarithmique par un applatissement de ce spectre, un accroissement des largeurs de bande associées à chaque résonance, et un déplacement des fréquences de résonance /2/, ces phénomènes étant d'autant plus marqués que le rapport signal à bruit est plus faible. La relation (9) reçoit une autre interprétation sous la forme :

$$S_{yy}(z) = \frac{\sigma^2}{A(z)\ A(z^{-1})} + \sigma_v^2 = \frac{\sigma^2 + \sigma_v^2\ A(z)A(z^{-1})}{A(z)A(z^{-1})} \qquad (10)$$

en posant $B(z)\ B(z^{-1}) = \sigma^2 + \sigma_v^2\ A(z)\ A(z^{-1})$, il devient possible de dire que le spectre observé est celui d'un modèle ARMA $\frac{B(z)}{A(z)}$. Pagano /4/, Done et Rushforth /5/ ont montré que cette interprétation était valide pour un signal $y_t = x_t + v_t$; les zéros du modèle ARMA sont responsables de l'aplatissement du spectre, ils sont situés à l'intérieur du cercle unité, et sur des courbes reliant les pôles au centre du plan en z, pour des rapports signal sur bruit variant de + ∞ (zéros au centre) à 0 (zéros et pôles confondus).

Deux classes de méthodes vont permettre d'estimer un modèle AR (autorégressif) sur un signal dont les observations sont bruitées :

- soit on cherche à estimer le biais ($\underline{a}-\hat{\underline{a}}$) où $\underline{a}$ et $\hat{\underline{a}}$ désignent respectivement le vecteur des coefficients exacts et celui des coefficients estimés /6/.
- soit en identifiant un modèle prenant le bruit en compte, par exemple un modèle ARMA /5/. Les deux méthodes que nous proposons ensuite se rattachent à cette seconde classe.

III. IDENTIFICATION PAR UNE METHODE GLOBALE

Le signal x_t est supposé autorégressif, dans ce cas, son autocorrélation R_{xx} vérifie la relation

$$R_{xx}(k) + a_1 R_{xx}(k-1) + \ldots + a_p\ R_{xx}(k-p) = 0 \qquad (11)$$

et ceci pour toute valeur de k non nulle. La relation pour k = o devient :

$$R_{xx}(0) + a_1 R_{xx}(1) + \ldots + a_p\ R_{xx}(p) = \sigma^2 \qquad (12)$$

où σ^2 est la variance de l'innovation ε_t et où l'on a tenu compte de la symétrie de l'autocorrélation : $R_{xx}(-i) = R_{xx}(i)$.

Lorsqu'on dispose des échantillons $(x_0 \ldots x_t)$ la corrélation est estimée par une moyenne temporelle (hypothèse d'ergodicité) :

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t-k} x_t x_{t+k} \qquad (13)$$

L'utilisation de la relation (11) pour les valeurs de k comprises entre 1 et p conduit aux équations de Yule-Walker et à l'algorithme de Levinson. Cependant ici la corrélation R_{xx} est inconnue, seule est mesurée la corrélation R_{yy} qui ne diffère de R_{xx} que par le terme $R_{yy}(0) = R_{xx}(0) + \sigma_v^2$. Nous avons besoin de p équations pour estimer les coefficients $(a_1 \ldots a_p)$, il est donc logique d'utiliser les p premières équations dans lesquelles n'intervient pas le terme $R_{xx}(0)$ inconnu, soit les relations (11) prises pour k = p+1, ..., 2p. Le système à résoudre devient :

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(p+1) & R_{xx}(p) & & R_{xx}(1) \\ & & \ddots & \\ R_{xx}(2p) & R_{xx}(2p-1) & & R_{xx}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

Agissant ainsi, nous ne faisons rien d'autre qu'estimer la partie autorégressive d'un modèle ARMA d'ordre (p,p) /8/, c'est-à-dire que nous interprétons le signal AR + bruit comme un processus ARMA tel que $B(z)B(z^{-1}) = \sigma_v^2 + A(z)A(z^{-1})$. L'inconvénient essentiel de cette procédure est de faire appel à des coefficients de corrélation $R_{xx}(n)$ qui sont estimés avec une précision moins bonne pour n grand ; la variance de l'estimateur obtenu est donc plus grande /8/.

Nous proposons ici une méthode consistant à utiliser la relation (11) pour k = 1 ... p, en adjoignant à ces p équations une équation supplémentaire fournissant la valeur de σ_v^2 . La recherche d'un estimateur de variance minimale nous conduit à choisir pour cette (p+1) ième équation la relation (11) prise pour k = p+1 ; nous obtenons un système de p + 1 équations non-linéaires à p + 1 inconnues, que nous résoudrons en considérant les p premières comme un système linéaire, une fois σ_v^2 connu :

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(1) & R_{yy}(0) - \sigma_v^2 & \ldots & R_{yy}(p-1) \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & R_{yy}(0) - \sigma_v^2 \\ R_{yy}(p+1) & & & R_{yy}(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (15)$$

Appelons $\underline{\theta}$ le vecteur des paramètres à estimer :

$$\underline{\theta}^T = (\sigma_v^2\ a_1\ \ldots\ a_p)$$

$\underline{\theta}$ sera calculé récursivement par l'algorithme :

$$\underline{\theta}_{n+1} = \underline{\theta}_n - G\ f(\theta_n) \qquad (16)$$

Ici $f(\theta)$ est la fonction de θ à annuler, c'est-à-dire le membre de gauche de la relation (15) qui peut encore s'écrire :

$$f(\theta) = \begin{Bmatrix} (R - \sigma_v^2 I)\ \underline{a} + \underline{r} \\ \underline{r}^T J \underline{a} + R_{yy}(p+1) \end{Bmatrix} \qquad (17)$$

où $R = \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & \cdots & R_{yy}(p-1) \\ R_{yy}(p-1) & \cdots & R_{yy}(0) \end{bmatrix}$ $\quad \underline{r} = \begin{bmatrix} R_{yy}(1) \\ \vdots \\ R_{yy}(p) \end{bmatrix}$ $\quad \underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix}$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & & 1 \\ & ⁄ & \\ 1 & & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice de gain G peut être prise égale à $(\frac{1}{n}.I)$; On obtient alors un algorithme de gradient, mais il est plus efficace de choisir

$$G = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma^2} \;\Big|\; \frac{\partial f}{\partial a_1} \;\Big|\; \cdots \;\Big|\; \frac{\partial f}{\partial a_p} \right]^{-1} \qquad (18)$$

ce qui donne un algorithme du second-ordre, de type algorithme de Newton.
Il est aisé de constater que la matrice G s'écrit en fonction de R, $\underline{r}$, $\underline{a}$, σ_v^2 comme :

$$G = \left[\begin{array}{c|c} -\underline{a} & R - \sigma_v^2 I \\ \hline 0 & \underline{r}^T J \end{array} \right]^{-1} \qquad (19)$$

Si on utilise ensuite le lemme d'inversion d'une matrice par blocs, on obtient l'algorithme suivant :

Algorithme :

$$\gamma(n) = -\underline{r}^T J(R-\sigma^2(n)I)^{-1}\underline{r} + R_{yy}(p+1)$$

$$\alpha(n) = \underline{r}^T J(R-\sigma^2(n)I)^{-1}\underline{a}(n) \qquad (20)$$

$$\underline{a}(n+1) = -(R-\sigma^2(n)I)^{-1}(\underline{r}+\alpha(n)^{-1}\gamma(n)\underline{a}(n))$$

$$\sigma^2(n+1) = \sigma^2(n)-\alpha(n)^{-1}\gamma(n)$$

Aucune inversion matricielle ne doit être explicitement effectuée, puisque dans chaque cas, l'algorithme de Levinson y supplée, la matrice $(R-\sigma_n^2 I)$ étant Toeplitz et symétrique.

IV. IDENTIFICATION RECURSIVE

La démarche que nous venons de décrire dans le cadre d'un algorithme global où tous les échantillons doivent être acquis avant le calcul de la solution, peut être reprise dans le cadre d'un algorithme récursif. Il est envisageable d'estimer sur le signal y_t un modèle ARMA, dont la partie AR sera le modèle cherché pour x_t ; il suffit pour cela d'utiliser un des algorithmes récursifs d'estimation ARMA, disponibles /10/, /11/. Nous préférons réaliser l'identification avec un modèle adapté spécialement au cas considéré (AR + bruit). Inspirons nous de l'utilisation du filtre de Kalman pour l'estimation de modèles autorégressifs /12/, /13/. Les équations d'état reliant les observations du processus, et les paramètres à estimer se voient augmentées d'une équation obtenue en incorporant le bruit additif à l'état (paramètres a_i) du système. Ceci nous donne le modèle suivant :

$$X_t = [a_1 \ldots a_p, v_t]^T$$

$$\begin{cases} X_{t+1} = \Phi\, X_t + \underline{v}_{t+1} \\ y_t = c_t\, X_t + \varepsilon_t \end{cases} \qquad \Phi = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c_t = [-x_{t-1} \ldots -x_{t-p}\; 1] \qquad (21)$$

$$\underline{v}_t = [0 \ldots 0\; v_t]^T$$

L'application du filtre de Kalman à ce système pose un problème : les valeurs de $(x_{t-1} \ldots x_{t-p})$ doivent être connues pour que l'on puisse utiliser C_t. La seule solution possible est de remplacer x_{t-i} par y_{t-i} corrigé du bruit estimé :

$$\hat{x}_{t-i} = y_{t-i} - \hat{v}_{t-i}$$

(il est évident que ce sera une des limitations de la méthode). Une fois cette approximation faite, l'application du filtre de Kalman au modèle (21) est triviale, aussi ne donnerons nous pas ici les relations qui en résultent, et qui définissent de manière récursive l'estimation $\hat{X}_t$ de l'état du modèle (21) à l'instant t et par conséquent les valeurs $(a_1 \ldots a_p)$ estimées à partir des observations $(y_0 \ldots y_t)$.

V. EVALUATION ET CONCLUSIONS

Nous avons évalué ces deux estimateurs de deux façons différentes. La première a consisté à fabriquer des signaux synthétiques à partir d'un modèle AR choisi, et à ajouter à ces signaux un bruit blanc, de manière à obtenir un rapport signal à bruit de + ∞ (aucun bruit), + 10dB, + 3 dB, 0 dB et même - 3 dB. Nous avons effectué la modélisation par la méthode de Levinson, et chacune des deux méthodes décrites ici. Dans la seconde expérience, nous avons étudié des signaux de parole de haute qualité, modélisés par la méthode de Levinson, ce qui constituait alors la référence à laquelle nous avons comparé les résultats des deux autres méthodes, après avoir bruité les observations du signal comme dans la première expérience.

Dans les deux cas, il s'avère qu'aucune méthode n'est vraiment satisfaisante pour des rapports signal sur bruit inférieurs à 3 dB, si du moins on conserve des longueurs de fenêtres raisonnables (< 2000 échantillons). L'estimation est en effet d'autant meilleure, à rapport signal sur bruit donné, que le nombre d'échantillons pris en compte est plus élevé.

Pour des rapports signal sur bruit plus favorables (> 3 dB), la méthode globale donne de bons résultats, mais la valeur initiale de la variance du bruit σ_v^2 (0) joue un rôle important pour la convergence de l'algorithme, et celui-ci donne parfois des modèles aberrants (bruit de variance négative ou supérieure à la variance totale signal + bruit). Il suffit alors de reprendre les itérations avec une valeur initiale convenable. Cette méthode est cependant meilleure que la méthode consistant à estimer le modèle AR comme partie AR d'un modèle ARMA. La méthode récursive donne des résultats d'une précision comparable pour des longueurs d'échantillons cependant plus grands ; de plus son coût en temps de calcul est plus élevé. Il est à noter qu'aucun critère n'est explicitement minimisé dans l'emploi de ces méthodes, ce qui constitue une carence grave, et rend difficile l'étude des propriétés théoriques de ces estimateurs. Celle-ci reste à faire ...

REFERENCES

/1/ - J. MAKHOUL. Linear prediction : a tutorial review. Proceedings of IEEE. Vol. 63 n° 4 (April 75) pp 561-580.

/2/ - B. YEGNANARAYANA & T.K. RAJA. Performance of LP Analysis on Speech with Additive Noise. IEEE Conf. on ASSP (1977) pp 20-23.

/3/ S. KAY. The Effect of Noise on the A.R. Spectral Estimator. IEEE Trans. on ASSP. Vol. 27, n° 5, (October 1979) pp 478-485.

/4/ M. PAGANO. Estimations of Models of AR Signals plus white noise. The Annals of Statistics. Vol. 2, n° 1 (Janv. 74) pp 98-108.

/5/ W.J. DONE, C.K. RUSHFORTH. Estimating the Parameters of a Noisy All-Pole Process Using Pole-Zero Modeling. IEEE Conf. on ASSP (1979) pp 228-231.

/6/ H. SAKAI, M. ARASE. Recursive Parameter Estimation of an A.R. Process Disturbed by White Noise. Int. J. of Control. Vol. 30 n° 6 (1979) pp 949-966.

/7/ J.S. LIM, A.V. OPPENHEIM. All-Pole Modeling of Degraded Speech. IEEE Trans. on ASSP Vol. 26 n° 3 (June 1978) pp 197-210.

/8/ W. GERSH. Estimation of the autoregressive parameters of a mixed autoregressive moving-average time series. IEEE Trans. on AC. Vol 15 n° 5 (Octobre 70) pp 583-588.

/9/ S. KAY. Noise Compensation for autoregressive spectral estimates. IEEE Trans. on ASSP. Vol.28, n° 3 (June 1980) pp 292-303.

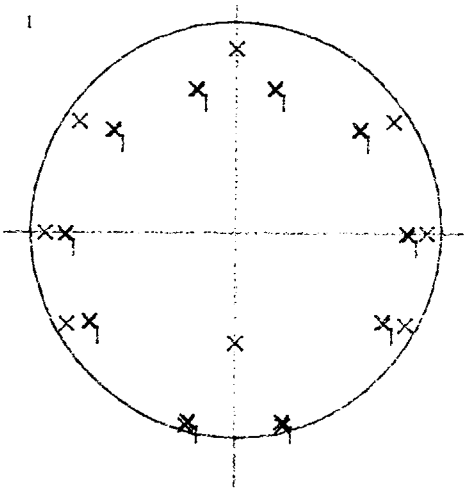
/10/ T. SÖDERSTRÖM, L. LJUNG, I. GUSTAVSSON. A Theoretical Analysis of Recursive Identification Methods. Automatica, Vol 14. (1978) pp 231-244.

/11/ M. MORF, D.T. LEE, J.R. NICKOLLS & A. VIEIRA. A classification of Algorithms for ARMA Models and Ladder Realisations. IEEE Conf. on ASSP (1977) pp 13-19.

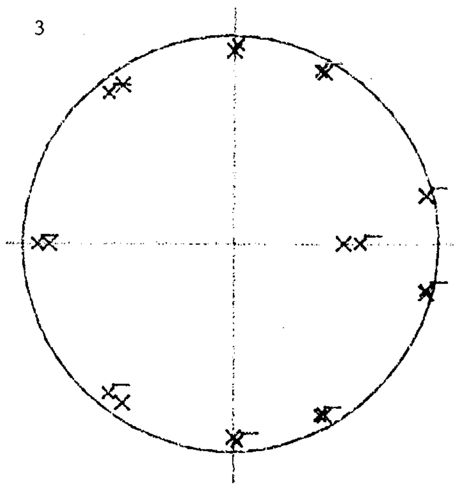
/12/ C. GUEGUEN, G. CARAYANNIS. Analyse de la parole par filtrage optimal de Kalman. Automatisme. Vol 18, n° 3, (Mars 1973) pp 99-105.

/13/ J.D. GIBSON, J.L. MELSA, S.K. JONES. Digital Speech Analysis Using Sequential Estimation Techniques. IEEE Trans. on ASSP. Vol. 23, n° 4, (Août 1975) pp 362-369.

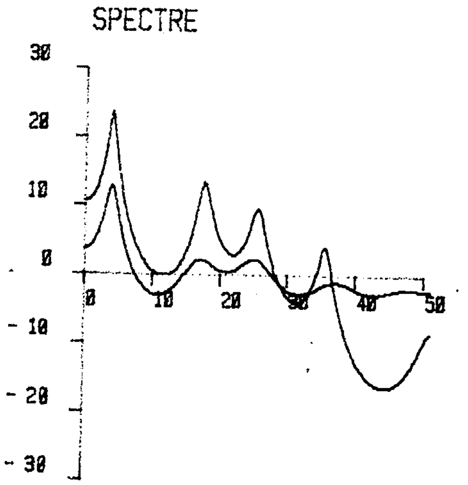
1



3



2



4

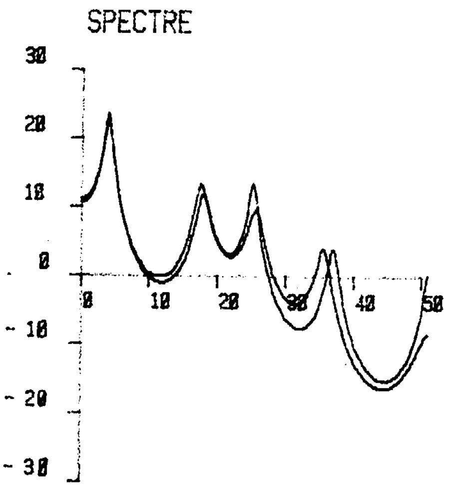


Fig. 1 et 2 : Pôles et spectres obtenus sur un signal de parole [e], alg. de Levinson, SNR = + ∞ , SNR = + 3 dB

Fig. 3 et 4 : Pôles et spectres, sur le même signal, alg. de Levinson, SNR = + ∞ et algorithme du § III, SNR = + 3 dB