



HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

ESTIMATION OPTIMALE DE LA DATE D'ARRIVÉE D'UN SIGNAL ET CON-
DITIONS DE DECOUPLAGE VIS A VIS DE PARAMETRES PERTURBATEURS :
EXEMPLE DE SIGNAUX SONAR ANIMAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE

M. MAMODE

B. ESCUDIE

Laboratoire de Traitement du Signal I.C.P.I.
25 rue du Plat 69288 LYON Cedex 1

RESUME

L'estimation optimale de paramètres d'un signal en SONAR actif conduit à celle de la date d'arrivée en présence de transformations non linéaires du signal émis, telles que l'effet DOPPLER et l'accélération. Un choix correct de l'origine des temps détermine pour une classe de signaux d'énergie finie un estimateur optimal de la date totalement découplé des autres paramètres : vitesse, accélération...

Sous l'hypothèse de grand produit durée-bande ($BT \gg 1$) cette classe comprend des signaux à modulation hyperbolique en fréquence de caractéristiques données. En particulier, un signal optimal défini en vue de l'identification des cibles possède des propriétés de découplage vis à vis de l'accélération ou d'autres paramètres. Divers signaux SONAR émis par les chauves-souris possèdent des propriétés de ce type. Ils apparaissent comme bien adaptés à la poursuite de cibles par l'animal.

SUMMARY

Optimum parameter estimation in active SONAR deals with time estimation of the non linear transformed emitted signal, such as DOPPLER and acceleration effects. A well suited definition for time origin generates an optimum time estimator which is thoroughly uncoupled with various parameters : range rate, acceleration, ...

For high valued time bandwidth product ($BT \gg 1$), such a finite energy class of signals may define hyperbolic frequency modulated signals. Among this class a waveform designed for optimum target identification is a so called "uncoupled estimation" signal. Many SONAR signals emitted by bats have such properties. These properties are well suited to target identification and pursuits by bats.



**ESTIMATION OPTIMALE DE LA DATE D'ARRIVEE D'UN SIGNAL ET CONDI-
TIONS DE DECOUPLAGE VIS A VIS DE PARAMETRES PERTURBATEURS :
EXEMPLE DE SIGNAUX SONAR ANIMAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE**

INTRODUCTION

Une précédente étude a défini une classe de signaux d'énergie finie pour la détection ou l'estimation optimales de la date d'arrivée d'un écho en SONAR actif (1). Une définition adéquate de la notion de tolérance à l'effet DOPPLER permet la synthèse de signaux rendant l'estimation optimale vis à vis de la perturbation due à l'effet DOPPLER. Nous envisageons le développement d'une telle étude dans le cas de paramètres perturbateurs liés à l'effet DOPPLER variable (vitesse, accélération,...) tout en citant divers exemples de signaux SONAR émis par les Chiroptères.

1) ESTIMATION OPTIMALE DE LA DATE D'ARRIVEE ET EFFET DOPPLER CONSTANT : RETARD DE DECOUPLAGE.

a) Estimation de la date et modèle du signal :

L'estimation de la date d'arrivée d'un écho requiert, pour repérer et mesurer cette date, la définition d'une origine des temps. Si le signal émis et l'écho sont, respectivement, écrits : $Z(t)$ et $E(t)$ où (1):

$$(1) \quad E(t) = \sqrt{\eta_0} Z(\eta_0(t - \tau_0)); \quad \eta_0 = \frac{c_0 - v_R}{c_0 + v_R}$$

c_0 : célérité de l'onde, $\langle Z, Z \rangle = 1$

v_R : vitesse relative, radiale (sonar actif - cible idéale).

la date d'arrivée est τ_0 et correspond ainsi à la durée de propagation du front d'onde $Z(t) \delta(t)$, émis à $t=0$. L'estimation $\hat{\tau}_0$ est lié à ces différentes définitions et dépend, donc, des représentations choisies pour le signal et l'écho. (2).

b) Classe de signaux étudiés :

Ils appartiennent à la classe des signaux d'énergie finie, à large bande, notée L^2_{BT} (1)(2). Ils sont décrits sous forme analytique exponentielle et considérés de durée T et de bande B finies (1):

$$(2) \quad \begin{cases} Z(t) = A(t) e^{i\Phi(t)}; & v_i(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\Phi}(t) \\ A(t) \geq 0, t \in [a, b], T = b - a, B = \sup v_i - \inf v_i \end{cases}$$

Le caractère asymptotique, ou à large bande, de ces signaux est décrit par le paramètre μ : $\mu = BT$. Cette classe L^2_{BT} fut utilisée dans diverses études de détection et d'estimation (1) (3).

c) Estimation du maximum à posteriori de la date, à taux d'effet DOPPLER fixé et inconnu : retard de découplage.

L'estimateur M. A. P. de la date d'arrivée τ_0 de l'écho $E(t)$, défini en (1), en présence de bruit gaussien faible, est parfaitement connu (1) (4) (5). Le traitement est du type : corrélation de l'écho avec une copie du signal émis (CCSE), suivie d'une détection quadratique d'enveloppe. Pour un taux d'effet DOPPLER η_0 donné mais inconnu, l'estimateur $\hat{\tau}_0$ est biaisé i. e.:

$$(3) \quad \hat{\tau}_0 = \tau_0 - \frac{\delta_z}{\lambda_z^2} (\eta_0 - 1)$$

et le récepteur CCSE subit une perte de performances en amplitudes E^2 telle que :

$$(4) \quad E^2 = \left(\xi_z^2 - \frac{\delta_z^2}{\lambda_z^2} \right) (\eta_0 - 1)^2$$

Les coefficients ξ_z^2 , λ_z^2 et δ_z dépendent du modèle choisi pour décrire le signal et l'écho i. e. de la définition de la date d'arrivée τ_0 (2) (6). On définit le retard de découplage θ_d comme :

$$(5) \quad \theta_d = -\frac{\delta_z}{\lambda_z^2}$$

On montre alors que le signal $Y(t) = Z(t - \theta_d)$ permet l'estimation sans biais de la date d'arrivée τ'_0 de l'écho $\sqrt{\eta_0} Y(\eta_0(t - \tau'_0))$, quel que soit le taux η_0 (2). La date d'arrivée est, ici, définie comme étant le temps de propagation du front d'onde $Y(t) \delta(t) = Z(-\theta_d) \delta(t)$ émis à $t=0$. Ce front d'onde est une caractéristique physique du signal : c'est le centre de découplage. Il existe pour tout signal d'énergie finie, réel ou complexe (2).

2) SYNTHESE DE SIGNAUX OPTIMAUX TOLERANT L'EFFET DOPPLER CONSTANT.

a) Notion de tolérance à l'effet DOPPLER :

Si on note : $\delta_z(\theta_d)$, $\lambda_z^2(\theta_d)$ et $\xi_z^2(\theta_d)$ les coefficients liés au signal $Z(t - \theta_d) = Y$ on montre que (6) :

$$(6) \rho^2 = \xi_z^2 - \frac{\delta_z^2}{\lambda_z^2} = \xi_z^2(\theta_d) - \frac{\delta_z^2(\theta_d)}{\lambda_z^2(\theta_d)}$$

La perte de performances ϵ^2 en sortie du récepteur CCSE est la même que l'on décrive le signal émis par $Z(t)$ ou par $Y(t)$. On dit alors qu'un signal sonar est tolérant à l'effet DOPPLER constant si, étant décrit par $Y_1(t)$:

$$(7) 0 < \xi_{Y_1}^2 - \frac{\delta_{Y_1}^2}{\lambda_{Y_1}^2} \ll 1$$

Cette propriété ne tient plus compte du biais d'estimation du type (3), car il est possible de supprimer une telle erreur en définissant judicieusement la date d'arrivée de l'écho correspondant à l'émission de Y_1 .

b) Signaux tolérants et calcul des variations sous diverses contraintes physiques :

La recherche des signaux $X(t)$ minimisant ρ^2 (cf(6)), sous contraintes est peu commode. Sachant (3) : $\xi_x^2 \geq \delta_x^2 \cdot \lambda_x^{-2} > 0$ on tente de minimiser ξ_x^2 . Une telle procédure ne garantit pourtant pas la minimisation de ρ^2 . On peut cependant, après calcul variationnel, déterminer les extrémales qui possèdent le coefficient $\delta_x^2 \cdot \lambda_x^{-2}$ le plus élevé.

La première contrainte envisagée est énergétique ; soit μ_E le multiplicateur de LAGRANGE associé et J la fonctionnelle :

$$J = \xi_x^2 + \mu_E \left(\int_a^b A^2(t) dt - 1 \right)$$

La loi de modulation de fréquence minimisant J est du type hyperbolique:

$$(8) v_i(t) = \frac{k}{t} ; t \in (a, b) ; k \in \mathbb{R}_*^+$$

L'intervalle (a, b) tient compte de la discontinuité de v_i en $t=0$. Les solutions pour l'enveloppe $A(t)$ sont :

$$(9) \begin{cases} \mu_E > 0 : A(t) = |t|^{-1/2} (\alpha t^{\sqrt{\mu_E}} + \beta t^{-\sqrt{\mu_E}}) \\ \mu_E = 0 : A(t) = |t|^{-1/2} (\alpha + \beta \log|t|) \\ \mu_E < 0 : A(t) = |t|^{-1/2} (\alpha \cos(\sqrt{-\mu_E} \log|t|) + \dots \\ \dots \beta \sin(\sqrt{-\mu_E} \log|t|)) \end{cases}$$

où les réels α, β et μ_E déterminent le comportement de $A(t)$ sur (a, b) (6). La figure 1 présente deux exemples de telles enveloppes.

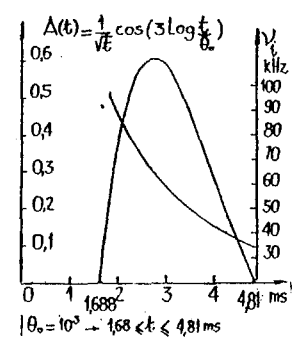


Figure 1a

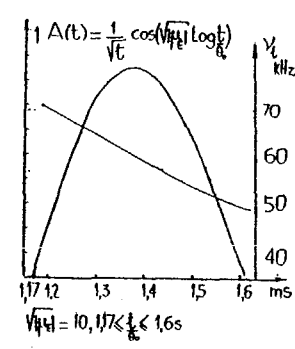


Figure 1b

Une autre contrainte, utilisée par R. A. ALTES, pour la détection, fixe une borne sur le comportement du maximum en sortie du récepteur CCSE et conduit à imposer la valeur du moment d'ordre deux : $\langle t^2 \rangle$:

$$\langle t^2 \rangle = \int_a^b t^2 A^2(t) dt = \alpha_2^2 \quad (3)$$

Dans ce nouveau calcul, la loi de fréquence $v_i(t)$ est toujours hyperbolique, mais la nouvelle contrainte détermine la famille de solutions pour l'enveloppe (3) :

$$(10) A(t) = \frac{k'}{\sqrt{t}} J_p(\sqrt{\mu_d} t) , t \in (a, b)$$

où $k' \in \mathbb{R}$; $J_p()$ fonction de BESSEL de lère espèce, d'ordre p lié à μ_d ; μ_d multiplicateur de LAGRANGE associé à la contrainte : $\langle t^2 \rangle$.

Cette solution pour $p=7, \beta = \sqrt{\mu_d} = 2581$ coïncide parfaitement avec un signal SONAR de veille émis par Myotis lucifugus de paramètres $T \simeq 4ms, B = 70kHz, BT = 280$ (3).

c) Propriétés générales des solutions optimales retenues :

La caractérisation de signaux large bande, tolérant l'effet DOPPLER au sens de (7), par une formulation variationnelle ou lagrangienne du problème, conduit à des modulations de fréquence du type hyperbolique, indépendamment du comportement de la loi



ESTIMATION OPTIMALE, CONDITIONS DE DECOUPLAGE, SIGNAUX SONAR ANIMAUX.

d'enveloppe $A(t)$ (6).

L'enveloppe $A(t)$ doit être de classe C^2 au moins ; les solutions optimales retenues possèdent un seul maximum sur la durée (a,b) et elles s'annulent en a et b. De telles extrémales ne sont pas mathématiquement les seules admissibles. Elles seront, pourtant, privilégiées ici car leurs propriétés coïncident avec certaines enveloppes de signaux SONAR observés expérimentalement chez les Chiroptères.

d) Comparaison avec les signaux SONAR animaux observés :

La figure 2 représente différents signaux de veille émis par des chauves-souris en vol de navigation ou au cours de détection de proies. Ils ont été enregistrés à DAOULAS en 1977(9). Leurs modulations de fréquence sont, toutes, du type hyperbolique. Le signal représenté à la figure 3a correspond à la formulation de la relation (10). Les signaux des figures 3b à 3e coïncident avec les résultats de la figure 1.

Le tableau ci-dessous résume les principales caractéristiques :

	Tms	BkHz	BT	γ_c kHz	γ_c/B	α_m	T_r ms
a	3,7	12	44	48	4	1,20	170
b	2,4	20	48	56	2,8	1,5	156
c	3,8	20	76	56	2,9	1,43	156
d	2,8	13	38	56	4,5	1,2	159
e	11	16	175	38	2,4	1,57	112

Les périodes de répétition T_r indiquent la détection de cibles à grande distance ($R \leq 20$ à 25m). Notons que ces signaux sont à bande relative de l'ordre de 2/10 d'octave à $\frac{1}{2}$ octave.

3) ESTIMATION DE LA DATE ET EFFET DOPPLER VARIABLE :

Les situations SONAR auxquelles font face les Chiroptères sont complexes. Nous allons donc envisager une généralisation des résultats précédents, lorsque la distance $R(t)$ sonar-cible est un polynôme de degré (N+1). Si N=1, la cible est en mouvement

relatif uniformément accéléré.

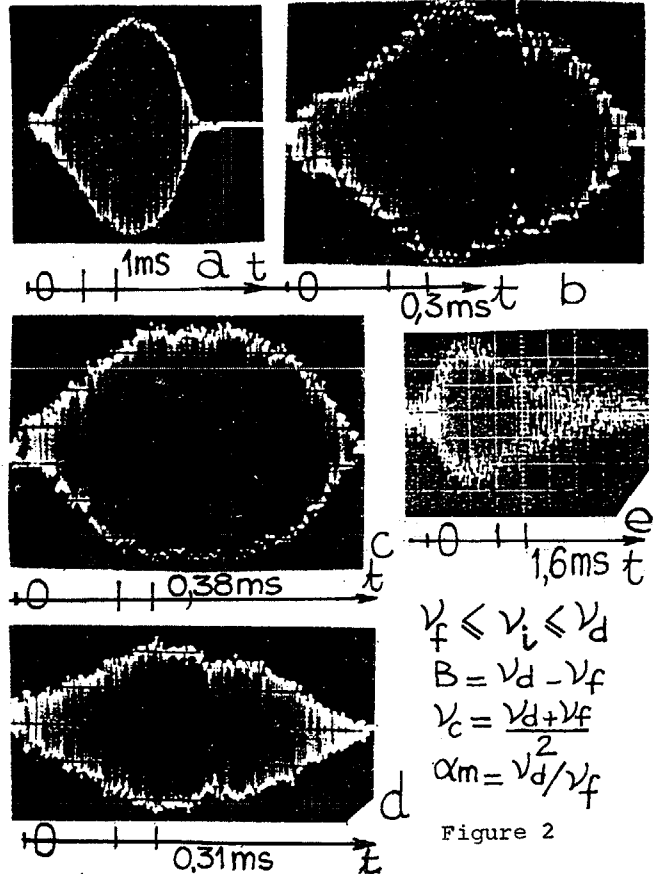


Figure 2

L'écho peut alors s'écrire (6) :

$$(11) E(t) = \left[\sum_{k=0}^N \alpha_k^{(0)} (k+1) (t-\tau_0)^k \right]^{1/2} Z \left((t-\tau_0) \sum_{k=1}^N \alpha_k^{(0)} (t-\tau_0)^k \right)$$

$$\langle E, E \rangle = \langle Z, Z \rangle = 1$$

τ_0 est la date d'arrivée de l'écho et correspond à la durée de propagation du front d'onde $Z(t) \cdot \delta(t)$. Les coefficients α_k caractérisent les dérivées successives du mouvement de la cible (vitesse, accélération, secousse) à $t=\tau$ (6). C'est une transformation traduisant un effet DOPPLER variable.

a) Estimateur M. A. P. de la date d'arrivée, aux α_k fixés et inconnus :

Cet estimateur, en présence de bruit gaussien faible, est encore du type CCSE (corrélation écho-copie de Z) suivie d'une détection quadratique d'enveloppe. Il se comporte comme :

$$(12) \left| \chi_z(\tau; \alpha_0^{(0)}, \dots, \alpha_N^{(0)}) \right|^2 = \left| \int_R E(t) Z^*(t-\tau) dt \right|^2$$

où $E(t)$ est donné par (11).

ESTIMATION OPTIMALE, CONDITIONS DE DECOUPLAGE, SIGNAUX SONAR ANIMAUX.

L'estimateur $\hat{\tau}_0$ de la date d'arrivée de $E(t)$ est, en général, entaché d'une erreur de biais (6) i. e. :

$$(13) \hat{\tau}_0 = \tau_0 - \frac{1}{\lambda_z^2} \langle \delta_{z_0}, \dots, \delta_{z_N} | \alpha_0^{(0)}, \alpha_1^{(0)}, \dots, \alpha_N^{(0)} \rangle$$

où les δ_{z_k} sont définis par :

$$(14) \delta_{z_k} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \tau \partial \alpha_k^{(0)}} \right)_{(\tau=\tau_0, \alpha_0^{(0)}=1, \alpha_1^{(0)}=0, \dots)}$$

Cet estimateur subit, également, une perte de performances, en amplitude à la sortie du récepteur CCSE, généralisant (4). (cf(6))

b) Décorrélant a posteriori de l'estimateur de la date d'arrivée, des $\{\alpha_k^{(0)}\}$: définition de cette date :

La condition de décorrélant a posteriori s'exprime par les (N+1) égalités :

$$(15) \delta_{z_k} = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N$$

On peut montrer (6) que si $Z(t)$ obéit aux N conditions :

$$(16) \delta_{z_k} = \frac{(\delta_{z_0})^{k+1}}{\lambda_z^{2k}}, \quad k = 1, \dots, N$$

alors le signal $Y = Z(t - \theta_d)$, où θ_d est le retard de découplage défini en (5), est tel que :

$$(17) \delta_{z_k} = 0 \quad \forall k = 0, 1, \dots, N$$

En d'autres termes, si un signal SONAR décrit par $Z(t)$, vérifie (16), alors en le décrivant par $Y(t)$ et en définissant la date d'arrivée comme étant le temps de propagation du front d'onde $Z(-\theta_d) \delta(t)$ l'estimation de cette date est obtenue sans erreurs de biais (6).

Ce résultat généralise bien le cas "DOPPLER constant" (ou N=0). Il apparaît que: si tout signal d'énergie finie permet l'estimation de la date, décorrélée du taux d'effet DOPPLER constant η_0 , il n'en va plus de même si la cible est en mouvement relatif, au moins uniformément accéléré, sauf si les conditions (16) sont remplies.

c) Exemples de signaux à large bande décorrélant a posteriori l'estimation de la da-

te, de la vitesse et de l'accélération (N=1) : L'écho $E(t)$ reçu s'écrit (6) :

$$(18) E(t) \approx \sqrt{\alpha_0 - 2\alpha_1(t - \tau_0)} Z((t - \tau_0) \{ \alpha_0 - \alpha_1(t - \tau) \})$$

avec :

$$(19) \alpha_0 = \frac{c_0 - v_R - \gamma_c \tau / 2}{c_0 + v_R + \gamma_c \tau / 2}, \quad \alpha_1 = \gamma_c \frac{c_0^2}{(c_0 + v_R)^3}$$

α_0 est le taux d'effet DOPPLER instantané, affectant le front d'onde $Z(t) \delta(t)$ arrivant sur la cible à la date $t = \tau / 2$; γ_c est l'accélération radiale. Elle est constante. La condition de décorrélant a posteriori s'exprime par :

$$(20) \delta_{z_1} = \frac{\delta_{z_0}^2}{\lambda_z^2} = \theta_d^2 \cdot \lambda_z^2$$

Dans le domaine d'identification des cibles sonar, en acoustique sous-marine, des auteurs ont proposé comme modèle de cible, le filtre transversal généralisé (8) (9). L'écho $E(t)$, dû à la réflexion ou au filtrage de $Z(t)$, est affecté de la même manière que dans (11). Le signal suivant :

$$(21) Z(t) = A_0 e^{\frac{(\log t / t_0)}{2 \log \alpha_s}} e^{\frac{i 2\pi c}{\log \alpha_s} \log(t / t_0)}$$

$$Z(t) = A(t) e^{i \Phi(t)} \begin{cases} c > 0, t \in]0, +\infty[\\ \alpha_s > 1 \\ \frac{2\pi c}{\log \alpha_s} \gg 1 \end{cases}$$

a été introduit(9) comme permettant l'identification sonar la meilleure d'une cible donnée. Ici, nous pouvons calculer (6) :

$$(22) \begin{cases} \lambda_z^2 = \frac{1}{t_0^2} \left[\frac{1}{2 \log \alpha_s} + \frac{1}{4} + \frac{4\pi^2 c^2 (1 - \frac{1}{\alpha_s})}{\log^2 \alpha_s} \right] \\ \delta_{z_0} = \frac{\alpha_s^{-1/4}}{2 t_0 \log \alpha_s}, \quad \delta_{z_1} = \frac{1}{2 \log \alpha_s} \left[\frac{1}{4} + \frac{4\pi^2 c^2 (1 - \sqrt{\alpha_s})}{\log^2 \alpha_s} \right] \end{cases}$$

et déterminer : α_s, t_0 , et c pour que (20) soit vraie.

Les figures 3a,b décrivent deux signaux de ce type, dont le tableau suivant résume les caractéristiques.

α_s	c	$\frac{2\pi c}{\log \alpha_s}$	$t_0^2 \lambda_z^2$	$t_0 \delta_{z_0}$	δ_{z_1}	θ_d
1,005	$3,38 \cdot 10^2$	42	105	100	96	$-0,95 t_0$
1,050	$5,5 \cdot 10^2$	7	12	10	8,7	$-0,86 t_0$



θ_d est une fraction notable de la date caractéristique t_0 , qui peut être choisie arbitrairement. Ces signaux sont à modulation de fréquence hyperbolique :

$$(23) \nu_i(t) = \frac{\dot{\Phi}}{2\pi} = \frac{c}{2\pi \log \alpha_s} \cdot \frac{1}{t}, \quad 0 < a \leq t \leq b$$

où a et b sont tels que : $A(a) = A(b) = A(t_0)/Q$, $Q > 1$, comme les figures 3a et b le montrent. Le paramètre traduisant le caractère asymptotique du signal est $\mu = \frac{2\pi c}{\log \alpha_s} = \nu_0 t_0 \neq BT$.

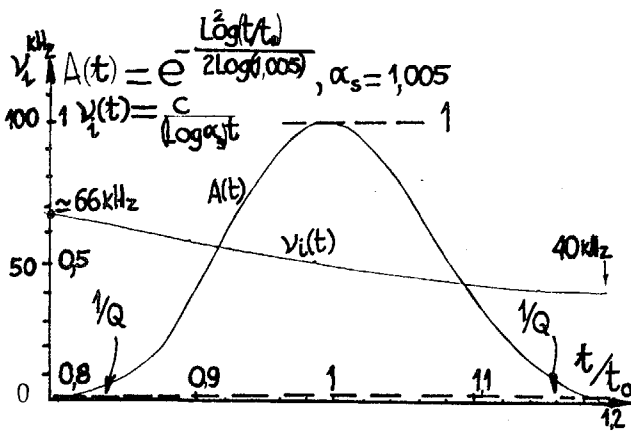


Figure 3a

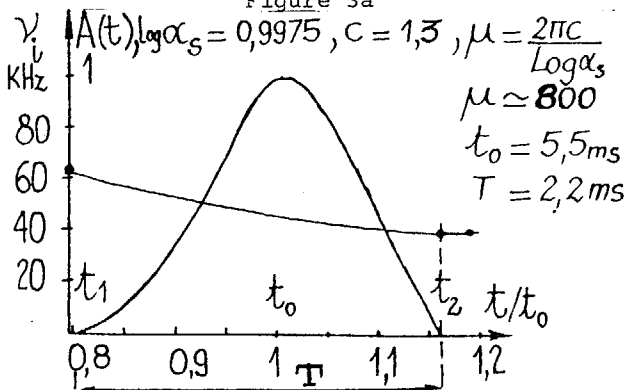


Figure 3b

De tels types de signaux ont pu être observés lors de diverses phases d'opération SONAR par diverses espèces de chauve-souris. La figure 4 montre un tel type de signal émis par *Pipistrellus nathusii* au cours d'un vol dans une pièce de dimensions faibles nécessitant de fréquentes manoeuvres avec accélération et décélération. Ce signal coïncide avec celui de la figure 3b.

En effet, le signal observé est émis par la chauve-souris lors d'un vol elliptique d'aller et retour dans une pièce de dimensions suivantes :

- hauteur : 3 m, largeur : 3 m
- longueur : 4,5 m

Dans cet espace l'animal vole donc à vitesse

essentiellement variable, faisant apparaître des effets d'accélération.

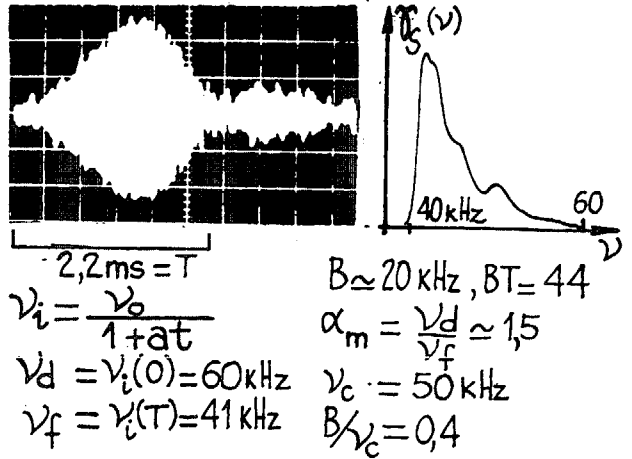


Figure 4

CONCLUSION :

Tout signal d'énergie finie, réel ou complexe, possède un front d'onde particulier: son centre de découplage (Σ_d). Si, lors de l'émission du signal, (Σ_d) est émis à $t=0$, sa durée de propagation aller-retour sonar-cible est définie comme étant la date d'arrivée de l'écho et est estimée sans erreurs de biais quel que soit le taux d'effet DOPPLER, si celui-ci est constant.

Lorsque l'effet DOPPLER est variable (cible en mouvement uniformément accéléré par exemple), cette estimation peut encore être réalisée sans erreurs, mais moyennant certaines conditions strictes sur le signal émis. Ces dernières définissent des signaux de L^2_c auxquels coïncident certains signaux sonar de Chiroptères émis en vol de croisière ou dans d'autres phases d'opération, telles que la poursuite de cibles.

REMERCIEMENTS :

Ce travail fut réalisé dans le cadre de la R. C. P. 445 du C. N. R. S.. Les auteurs tiennent à remercier les différents participants pour leurs suggestions au cours de cette recherche.

Bibliographie :

- (1) M. MAMODE, B. ESCUDIE : Signaux à grand produit durée-bande pour l'estimation optimale non corrélée de paramètres dépendants.

Colloque National Traitement Signal GRETSI P. 21/1, 21/7 B. DEROUET ED. NICE 1979

ESTIMATION OPTIMALE, CONDITIONS DE DECOUPLAGE, SIGNAUX SONAR ANIMAUX.

(2) M. MAMODE : Estimation de la date d'arrivée d'un écho SONAR et choix d'une origine des dates - à paraître Annales Télécommunications 1981.

(3) R. A. ALTES : Methods of Wide Band Signals Design for RADAR and SONAR Systems. Thèse Univ. ROCHESTER (N. Y.) U. S. A.

(4) B. LEVINE : Radiotechnique Statistique tome 2, p. 337-349 Ed. MIR MOSCOU U.R.S.S 1973.

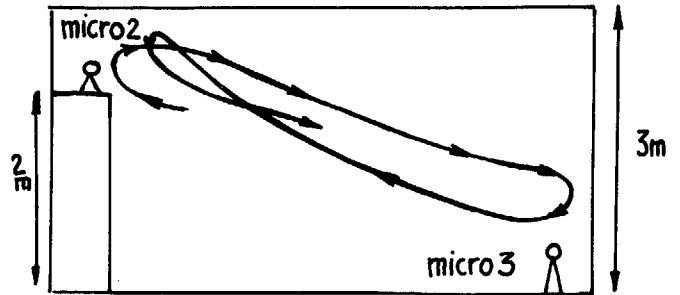
(5) P. M. Van TREES : Detection Estimation and Modulation Theory tome 1, J. WILEY and Sons N. Y., U. S. A. 1968.

(6) M. MAMODE : Thèse doct. Ingénieur I.N.P. Grenoble, Univ. Grenoble Avril 1981.

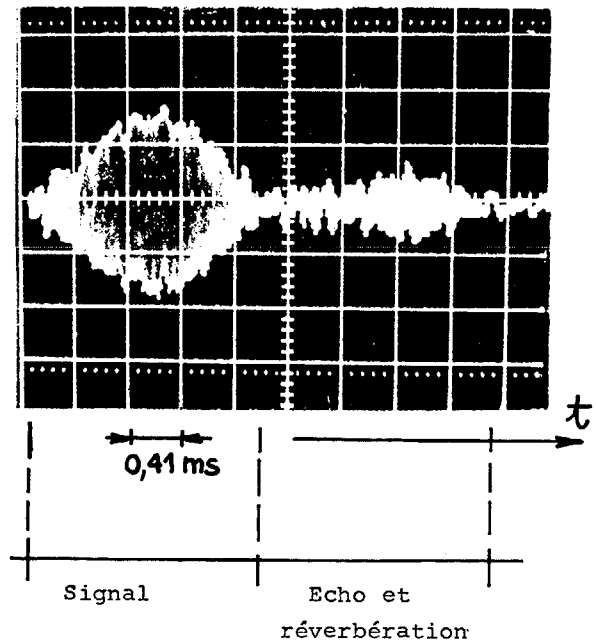
(7) Y. TUPINIER et al. : à paraître MAMMALIA 1981.

(8) R. A. ALTES : Sonar for generalized target description and its similarity to animal echolocation systems J. Acoust. Soc. Am. vol. 59 n°1 1976.

(9) M. ZAKHARIA et al. : Analyse conjointe en temps et fréquence adaptée à des signaux échos et classification de cibles en SONAR actif : Application à la Reconnaissance de poissons par SONAR haute fréquence. Colloque National Traitement du Signal GRETSI B. DEROUET Ed. CAGNES s/mer Nice, Juin 1981.



2 - Séquence de signaux et d'échos SONAR dus à *Pipistrellus nathusii* en vol dans la salle décrite ci-dessus.



Annexes Techniques :

1 - Représentation de la salle d'études du signal représenté Figure 4.

