

# SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

---

SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRE-  
LEE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS  
PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMA-  
TION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS

M. DECOUVELAERE - B. ESCUDIE

Département Systèmes et Communications  
ENST - 46 rue Barrault, 75634, PARIS - Cedex 13

Service Traitement du Signal  
ICPI - 25 rue du Plat, 69002, LYON

---

## RESUME

Les signaux SONAR, de type impulsif, émis par les mammifères marins pour repérer leurs proies présentent la propriété remarquable de permettre une réception par filtrage adapté quasiment tolérante à l'effet Doppler. Afin de tenter de les caractériser, on est conduit à déterminer des signaux optimaux selon des critères cohérents avec cette propriété. Cette dernière implique notamment que, lors de l'estimation simultanée de la distance et de la vitesse d'une cible ponctuelle, le couplage entre les deux estimateurs soit minimum. C'est ce critère que l'on considère ici, compte tenu de contraintes sur les variances minimales des estimateurs, et du caractère transitoire des signaux recherchés. L'expression de la matrice de covariance des estimateurs fait intervenir des moments de la dérivée du signal émis liés aux dérivées de sa fonction d'ambiguïté en compression. L'optimisation du critère par la méthode de Lagrange conduit, selon les valeurs des contraintes, à des signaux déduits des fonctions de Legendre, ou modulés linéairement en période. Ce type de modulation est observé effectivement sur des signaux émis par certains dauphins. De manière générale, les signaux obtenus par cette méthode ont des caractéristiques comparables à celles des signaux expérimentaux.

## SUMMARY

One main property of marine mammals echolocation signals is to permit Doppler-tolerant matched filter reception. In order to characterize these signals, one may search optimal signals for criteria consistent with this property, among which minimum range-Doppler coupling during estimation of the range and speed of a target. This criterium is considered in this paper, together with constraints on the minimum variances of each estimator, assumed that the signal is a transient one. The covariance matrix of the two estimators involves the second order derivatives of the wideband ambiguity function of the emitted signal. Lagrange's optimization method leads, according to the value of the constraints, to waveforms depending on Legendre or linear period modulated functions. These optimal waveforms have similar characteristics as observed echolocation signals.



SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRELÉE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMATION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS.

### Introduction

L'analyse des signaux SONAR émis par les mammifères marins, et notamment l'observation de leur fonction d'ambiguïté en compression, ont permis de mettre en évidence leur propriété de quasi-invariance à l'effet Doppler dans l'hypothèse d'une réception par corrélation avec des copies compressées du signal émis [1].

Une méthode possible pour tenter de caractériser ces signaux est de définir des critères d'optimalité cohérents avec cette propriété, puis de chercher les formes de signaux optimales selon ces critères et remplissant en outre des contraintes déduites d'autres caractéristiques observées. Ainsi, à partir des propriétés géométriques locales de la fonction d'ambiguïté autour de son maximum, on a pu montrer [2] l'impossibilité de trouver des signaux réalisables parfaitement tolérants à l'effet Doppler, et la nécessité de recourir à des critères partiels, c'est à dire la minimisation des pertes de performance dues à la méconnaissance de la vitesse, soit en détection, soit en estimation de la distance.

Nous considérons ici le point de vue, légèrement différent, des propriétés des estimateurs optimaux de la distance et de la vitesse, avec l'hypothèse d'un bruit additif à la réception blanc dans la bande de fréquence utile du signal, gaussien et centré. C'est en effet dans cette situation de réception que la fonction d'ambiguïté représente les performances du signal émis. Ceci nous permet de définir un critère de quasi-tolérance à l'effet Doppler, utilisant le coefficient de corrélation entre les deux estimateurs.

### Critère d'optimalité et contraintes

Considérons la situation de réception suivante :

. On émet le signal  $s(t)$ , réel, de durée  $T$  et d'énergie  $E_s = \int s^2(t) dt$  finies.

. L'écho d'une cible ponctuelle, de vitesse relative radiale  $v$  par rapport à l'émetteur-récepteur uniforme s'écrit

$$(1) \quad e(t) = A_c \sqrt{\eta_c} s(\eta_c(t - \tau_c))$$

où  $\eta_c = \frac{\bar{v} - v}{\bar{v} + v}$  ( $\bar{v}$  : vitesse de propagation du milieu),

et  $\tau_c$  est, par définition le retard de l'élément de signal émis à l'instant  $t = 0$ .

. Le bruit additif  $n(t)$  à la réception est supposé

centré, stationnaire, gaussien et blanc dans la bande de fréquence utile ; ceci correspond, pour les bandes de fréquence des émissions SONAR observées, à une approximation du bruit de fond marin [3].

On observe alors  $r(t) = n(t) + e(t)$  sur une durée  $T_1$  (supposée suffisamment longue pour que l'écho soit effectivement reçu, et on estime les valeurs des paramètres de  $e(t)$  selon le critère du maximum de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance logarithmique des paramètres  $A$ ,  $\eta$  et  $\tau$  s'écrit [4]

$$(2) \quad \Lambda(A, \eta, \tau) = \frac{2}{N_0} \int_{T_1} r(t) A \sqrt{\eta} s(\eta(t - \tau)) dt - \frac{1}{N_0} A^2 E_s$$

Les estimateurs  $\hat{A}$ ,  $\hat{\eta}$ ,  $\hat{\tau}$ , rendant cette fonction maximale, sont alors déterminés par

$$(3) \quad \hat{A} = \frac{1}{E_s} \int_{T_1} r(t) \sqrt{\hat{\eta}} s(\hat{\eta}(t - \hat{\tau})) dt$$

$$(4) \quad L(\tau, \eta) = \frac{1}{N_0 E_s} \left( \int_{T_1} r(t) \sqrt{\eta} s(\eta(t - \tau)) dt \right)^2 \text{ maximale}$$

pour  $\tau = \hat{\tau}$  ;  $\eta = \hat{\eta}$ .

$\frac{N_0}{2}$  est la variance du bruit  $n(t)$

On montre [5] que  $\hat{\tau}$  et  $\hat{\eta}$  sont, quand le rapport signal sur bruit à la réception

$$\frac{2 A_c^2 E_s}{N_0}$$

augmente, asymptotiquement sans biais et efficaces et, d'autre part, non corrélés avec  $\hat{A}$ . Leur matrice de covariance

$$\Gamma = E \left( \begin{bmatrix} \hat{\tau} - \tau_c & \hat{\eta} - \eta_c \\ \hat{\eta} - \eta_c & \hat{\tau} - \tau_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\tau} - \tau_c & \hat{\eta} - \eta_c \end{bmatrix} \right)$$

a pour limite la borne de Cramer-Rao  $\Gamma_\infty$  et  $\Gamma_\infty$  est toujours définie non négative.  $\Gamma_\infty$  est donnée par

$$(5) \quad \Gamma_\infty = \frac{N_0}{2 A_c^2 E_s} Q^{-1} ; \quad Q = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \chi_s(0,1)}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 \chi_s(0,1)}{\partial \tau \partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \chi_s(0,1)}{\partial \tau \partial \eta} & \frac{\partial^2 \chi_s(0,1)}{\partial \eta^2} \end{bmatrix}$$

où

$$(6) \quad \chi_s(\tau, \eta) = \frac{\sqrt{\eta}}{E_s} \int s(t) s(\eta(t - \tau)) dt$$

est par définition la fonction d'ambiguïté en compression normée du signal  $s(t)$ .

SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRELLEE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMATION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS.

On peut réécrire (5) en fonction des moments de la dérivée  $\dot{s}$  du signal émis. Ainsi

$$(7) \quad Q = \begin{bmatrix} \frac{2}{\eta_c} \Delta & -K \\ -K & (\alpha_s^{(1)} - \frac{1}{4}) - \frac{1}{\eta_c^2} \end{bmatrix}$$

avec, par définition

$$(8) \quad \Delta = \frac{1}{E_s} \int \dot{s}^2(t) dt ; K = \frac{1}{E_s} \int t \dot{s}^2(t) dt ;$$

$$\alpha_s^{(1)} = \frac{1}{E_s} \int t^2 \dot{s}^2(t) dt$$

D'où

$$(9) \quad \Gamma_\infty = \frac{N_o}{2 A_c^2 E_s} \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta \eta_c^2} [1 + \frac{K^2}{\Delta G}] & \frac{K}{\Delta G} \\ \frac{K}{\Delta G} & \frac{\eta_c^2}{\alpha_s^{(1)} - \frac{1}{4}} [1 + \frac{K^2}{\Delta G}] \end{bmatrix}$$

avec

$$(10) \quad G = \alpha_s^{(1)} - \frac{1}{4} - \frac{K^2}{\Delta} \text{ par définition.}$$

Considérons alors le critère d'optimalité suivant pour  $s(t)$  :

$$(C) \quad \boxed{\begin{array}{l} |K| \text{ minimum} \\ \text{avec } \Delta = \Delta_o, E_s = 1, \alpha_s^{(1)} = \alpha_o \end{array}}$$

Dans l'hypothèse où le rapport signal sur bruit en réception est suffisamment grand pour que l'on assimile  $\Gamma$  à  $\Gamma_\infty$ , le signal  $s^*(t)$  optimal selon ce critère permet, lorsqu'on fixe la variance minimale de chacun des estimateurs  $\hat{\tau}$  et  $\hat{\eta}$ , de minimiser leur coefficient de corrélation. (En effet, pour  $\alpha_s^{(1)}$  et  $\Delta$  fixés, si  $|K|$  est minimum, alors  $G$  qui est toujours positif est maximum). Le couplage entre les deux estimateurs est alors minimum. Si, de plus, on choisit  $\Delta_o$  grand et  $\alpha_o$  petit,  $s^*(t)$  permet une bonne précision dans l'estimation de la distance, mais introduit une grande variance dans l'estimation de la vitesse :  $s^*(t)$  permet une réception peu sensible à l'effet Doppler

On peut également interpréter dans le même sens le critère (C) du point de vue des pertes de performance a priori (c'est à dire sans considération de bruit) dues à la méconnaissance de la vitesse lors de la détection où de l'estimation de la distance d'une cible [2], puisque les moments  $K$ ,  $\Delta$  et  $\alpha_s^{(1)}$  caracté-

risent les variations de  $\chi_s(\tau, \eta)$  autour de son maximum.

Précisons à présent les contraintes supplémentaires que nous imposons à  $s^*(t)$ . Le calcul précédent suppose que  $s(t)$  est réel, de durée finie et dérivable deux fois. Ceci entraîne en particulier que  $s(t)$  est nul aux bornes de son support. Ces hypothèses ne sont pas en contradiction avec l'origine physique du problème. (Rappelons que nous nous limitons ici au cas des signaux SONAR émis par les mammifères marins ; ces signaux sont de type impulsif (peu d'alternances) et de produit BT = bande passante x durée faible, de l'ordre de 10. Le cas des signaux à grand produit BT, pour lesquels l'utilisation de la représentation complexe est fructueuse, est traité dans [6]). Celle-ci nous conduit en outre à prendre en compte la causalité des phénomènes : nous imposerons par conséquent que l'émission du signal  $s(t)$  commence à l'instant  $t = 0$  ;  $s(t)$  est un signal causal de durée T finie. En d'autres termes, la référence des temps, par rapport à laquelle est défini le paramètre retard  $\tau$ , est l'instant de début d'émission.

Remarquons en particulier que ces contraintes entraînent

$$K = \int_0^T t \dot{s}^2(t) dt > 0$$

En effet seul  $s(t) \equiv 0$  permettrait d'annuler  $K$ .

Nous pouvons résumer le problème de la manière suivante :

On cherche  $s(t)$ , fonction réelle dérivable deux fois sur l'intervalle  $[0, T]$  et telle que

$$(I) \quad \begin{cases} s(0) = s(T) = 0 \\ \int_0^T \dot{s}^2(t) dt = 1 \\ \int_0^T t \dot{s}^2(t) dt = \Delta_o ; \int_0^T t^2 \dot{s}^2(t) dt = \alpha_o \end{cases}$$

$$K = \int_0^T t \dot{s}^2(t) dt \text{ soit minimum.}$$

Signal optimal

La méthode des multiplicateurs de Lagrange conduit à la résolution de l'équation différentielle

$$(11) \quad \ddot{s}(t) (\lambda t^2 + t + \mu) + (2\lambda t + 1) \dot{s}(t) - \gamma s(t) = 0$$

$t \in [0, T]$

où  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $\gamma$  sont les paramètres associés respectivement aux contraintes sur  $\alpha_s^{(1)}$ ,  $\Delta$  et  $E_s$ .



SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRELÉE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMATION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS.

Une condition suffisante pour que l'extrémum soit un maximum est alors

$$(12) \quad \lambda t^2 + t + \mu \geq 0 \text{ pour } t \in [0, T]$$

La résolution de (11) conduit à une solution satisfaisant toutes les conditions (I) dans les deux cas suivants :

$$\text{Posons } \zeta = \frac{1}{4\lambda^2} - \frac{\mu}{\lambda}$$

- cas a) :  $\lambda < 0$  et  $\zeta > 0$

Alors

$$(13) \quad s_a^*(t) = C P_\delta \left( \frac{t + 1/2\lambda}{\sqrt{\zeta}} \right); t \in [0, T]$$

où  $P_\delta(x)$  est la fonction de Legendre, est une solution de notre problème avec  $\delta(\delta + 1) = \frac{\lambda}{\lambda}$  et à la condition que  $\frac{1}{2\lambda\sqrt{\zeta}}$  et  $\frac{2\lambda T + 1}{2\lambda\sqrt{\zeta}}$  soient des zéros de  $P_\delta$ .

- cas b) :  $\lambda > 0$  et  $\zeta = 0$

Dans ce cas

$$(14) \quad s_b^*(t) = \left( \frac{2}{(t + \frac{T}{\alpha-1}) \text{Log } \alpha} \right)^{1/2} \times \\ \sin \left( \frac{m\pi}{\text{Log } \alpha} \text{Log} \left( 1 + \frac{(\alpha-1)t}{T} \right) \right); \\ t \in [0, T]$$

est la solution,  $\alpha$  et  $m$  étant déterminés par les contraintes  $\Delta$  et  $\alpha_s^{(1)}$ . ( $\alpha > 1$ )

$s_b^*(t)$  est modulé linéairement en période ; ce type de modulation de phase est effectivement mentionné comme permettant la réception tolérante à l'effet Doppler [7], [8]. Cependant, les contraintes fixées ici déterminent également l'amplitude du signal émis.

Nous avons ainsi mis en évidence deux familles de fonctions rendant minimum le coefficient de corrélation  $\frac{K}{\Delta G}$ , avec les contraintes (I). Il est cependant possible de choisir celle qui convient le mieux pour une réception tolérante à l'effet Doppler. En effet, nous avons déterminé la variance minimale de l'estimateur  $\hat{\eta}$  en fixant  $\alpha_s^{(1)}$  à une valeur  $\alpha_0$  petite. Or, si on cherche, par la même méthode que précédemment, à rendre  $\alpha_s^{(1)}$  extrémal avec  $K$ ,  $\Delta$  et  $E_s$  fixés et les mêmes contraintes a priori, on retrouve les fonctions du type  $s_a^*(t)$  et  $s_b^*(t)$  mais les premières conduisent, d'après la condition suffisante analogue à (12) à un maximum, alors que les secondes conduisent à un minimum. (On a représenté sur la figure 1 une fonction

$s_a^*(t)$ , à comparer avec la solution  $s_b^*(t)$  de la figure 2).

|| Nous retenons donc  $s_b^*(t)$  comme la forme de signal quasi-optimale pour la tolérance à l'effet Doppler, dans la situation de réception considérée ici.

En utilisant (8), (10) et (14), on peut exprimer les termes de la matrice  $\Gamma_\infty$  en fonction des paramètres de  $s_b^*(t)$ .

Nous représentons ci-dessous (figures 2 et 3), quelques exemples de signaux obtenus. Les valeurs correspondantes des coefficients sont reportées dans le tableau ci-après.

Les figures 4 et 5 représentent des signaux observés lors d'émissions SONAR des espèces Tursiops Gilli d'une part, et Phocoena phocoena d'autre part. Leur forme est analogue à celle des signaux  $s_3$  et  $s_2$  respectivement. D'autres signaux représentatifs d'émissions SONAR des odontocètes présentent également une modulation de type linéaire en période mais possèdent une amplitude différente (par exemple d'abord croissante puis décroissante, [9]) ; ceci pourrait, entre autres, être dû à des contraintes de génération du signal qui n'ont pas été prises en compte. Les valeurs typiques observées sont de manière générale pour  $G$  de 2 à 60 et pour  $\frac{K}{\Delta}$  entre  $0,2 \times T$  et  $0,5 \times T$ . [2]

#### Conclusion

Le modèle de réception utilisé ici était extrêmement simplifié par rapport aux conditions réelles que rencontrent les mammifères marins (contraintes de génération du signal mal connues, bruit de réverbération ignoré -cf. [10]). Cependant, la démarche employée -chercher les signaux qui permettent une estimation non corrélée des paramètres retard et compression Doppler- a conduit avec certaines contraintes à des signaux ayant des performances analogues à celles des signaux observés (parfois même meilleures) du point de vue de la tolérance à l'effet Doppler pour l'estimation de la distance. On retrouve en particulier, sans contrainte a priori de modulation de phase, la modulation linéaire en période, que l'on peut observer effectivement.

#### Remerciements

Cette étude a été réalisée dans le cadre du Groupe d'Etude des Sonars Biologiques. Les figures



SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRELÉE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMATION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS.

4 et 5 ont été reproduites avec l'accord de leurs auteurs que nous tenons à remercier ici.

Références

- [1] A. DZIEDZIC et AL ; Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 7-10-1974, Série D, Tome 279, p. 1313
- [2] M. CHIOLLAZ et AL ; Coll. National sur le Traitement du Signal, Nice 1977, n° 100
- [3] D. de BRUCQ ; Coll. National sur le Traitement du Signal, Nice 1977, n° 3
- [4] B. LEVINE ; Fondements Théoriques de la Radio-technique Statistique - Tome II - Editions de Moscou, 1973
- [5] E.J. KELLY et AL ; J. SIAM 8, p. 309-341 et 481-507 - 1960
- [6] M. MAMODE, Colloque National sur le Traitement du Signal - Nice, Mai 1979
- [7] J.J. KROSZCZYNSKI ; Proceedings of the IEEE, Vol 57, n° 7, July 1969 - p. 1260
- [8] R.A. ALTES et AL ; IEEE Trans. AES-11, n° 5 p. 708 - Septembre 1975
- [9] A. DZIEDZIC et AL ; Acustica 37-4, 1977 pp. 258-266
- [10] M. DECOUVELAERE ; Coll. Nat. sur le Traitement du Signal, Nice - Mai 1979
- [11] K.S. NORRIS et AL ; In Animal Sonar Systems, R.G. Busnel Ed. ; Lab. de Physiologie Acoustique INRA - CNRZ , 1966, Jouy en Josas, pp. 409-437
- [12] A. DZIEDZIC ; In Animal Sonar Systems, R.G. Busnel Ed. ; Lab. de Physiologie Acoustique. INRA-CNRZ, 1966, Jouy en Josas, pp. 339-356

.Paramètres caractéristiques des signaux représentés ci-après

figure	1.	2	3
signal	$s_a^*$	$s_b^*$	$s_b^*$
T	$10^{-3}$ s	$10^{-3}$ s	$10^{-3}$ s
$\alpha_s^{(1)}$	22,6	14,4	7,2
K	$35 \cdot 10^3$	$30 \cdot 10^3$	$53 \cdot 10^3$
$\Delta$	$105 \cdot 10^6$	$120 \cdot 10^6$	$1714 \cdot 10^6$
G	11	7	6

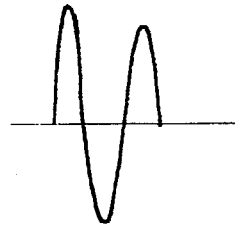


Figure 1 :  
 $s_a^*(t)$  ;  $\delta = 5$

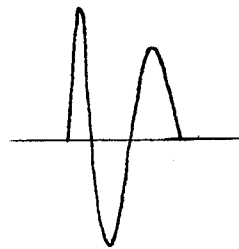


Figure 2 :  
 $s_b^*(t)$  ;  $\alpha = 3$

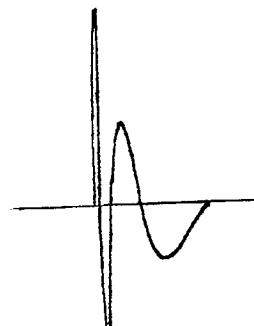


Figure 3 :  
 $s_a^*(t)$  ;  $\alpha = 30$



SIGNAUX SONAR IMPULSIFS OPTIMAUX POUR L'ESTIMATION SIMULTANEE ET NON CORRE-  
LEE DES PARAMETRES DISTANCE ET VITESSE -COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX EMIS  
PAR DES MAMMIFERES MARINS-  
OPTIMAL TRANSIENT SONAR SIGNALS FOR UNCORRELATED RANGE AND DOPPLER ESTIMA-  
TION ; COMPARISON WITH MARINE MAMMALS ECHOLOCATION SIGNALS.

---



Figure 4 :  
Signaux de Tursiops Gilli  
(d'après [11])

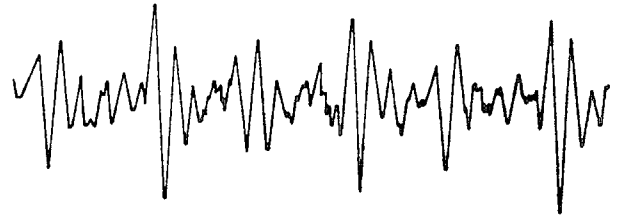


Figure 5 :  
Signaux de Phocoena phocoena  
(d'après [12])