

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

ETALONNAGE DES MESURES DE DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE

J. FREYCENON

Commissariat à l'Energie Atomique - C.E.N./CADARACHE

RESUME

On constate souvent que des mesures de densité spectrale énergétique de signaux aléatoires ne sont pas étalonnées en puissance : les spectres sont présentés en "unités arbitraires" sur l'axe des ordonnées. Ceci interdit des comparaisons quantitatives entre des mesures provenant d'appareillages différents ; dans certains appareils, des distorsions peuvent même exister entre deux mesures si les conditions expérimentales ne sont pas rigoureusement identiques.

On indique ici une méthode pour réaliser un étalonnage des mesures de densité spectrale énergétique. Elle utilise une détermination de la puissance du signal analysé, et elle repose sur le fait que l'intégrale du spectre constitue également une mesure de cette puissance.

Différents procédés peuvent être mis en oeuvre pour déterminer la valeur de cette intégrale, et il serait généralement facile de disposer un élément affecté à ce calcul dans le système de traitement du signal.

Cette méthode a été appliquée à un ensemble de mesure de densité spectrale procédant par calcul de la fonction de corrélation et transformation de Fourier. Elle a mis en évidence des défauts de l'appareillage qui étaient insoupçonnés.

SUMMARY

It can often be observed that power spectral density estimates of low frequency random signals are not standardized : the spectra are presented in "arbitrary units" along the ordinate axis. This forbids quantitative comparisons between measurements coming from different equipments ; in some apparatus, disparities can even exist between two measurements if the experimental conditions are not strictly identical.

A method is given here for the standardization of power spectral density measurements. It uses a determination of the signal mean power, and it is based on the fact that the integral of the spectrum is equal to it.

Different ways can be used to determine the value of this integral, and it would generally be easy to set a circuit affected to this operation in the signal processing equipment.

The method has been applied to a system measuring power spectral density by Fourier transform of correlation function estimates. It has displayed unsuspected flaws of the set up.



NOTE LIMINAIRE - On a seulement en vue ici l'étalonnage des mesures de la densité spectrale énergétique de signaux aléatoires en basse fréquence. Il s'agira d'une façon générale des mesures effectuées dans le cadre de l'étude ou de la surveillance de processus physiques au laboratoire ou dans l'industrie. On n'a pas cherché à étendre le champ de ces réflexions au domaine des analyseurs pour signaux de hautes fréquences (télécommunications etc..).

INTRODUCTION

La mesure d'une densité spectrale énergétique est généralement présentée sous forme graphique : une courbe dans un système d'axes orthogonaux repérés. L'axe des abscisses est toujours gradué en fréquences, ou en pulsations, mais on peut observer que l'axe des ordonnées est très souvent gradué en "unités arbitraires". On perd de ce fait la possibilité de comparer quantitativement les mesures effectuées dans des conditions différentes par un appareil donné, et a fortiori celles qui sont effectuées par deux appareils différents.

L'absence d'étalonnage des mesures provient en partie de ce que bien des fabricants d'analyseurs de spectres semblent ignorer qu'il existe une méthode simple pour effectuer cet étalonnage et ne proposent parfois que des "recettes" compliquées dont la mise en oeuvre rebute l'utilisateur.

On souhaite indiquer ici comment cette question peut être abordée, et montrer que l'étalonnage des mesures de densité spectrale peut devenir une opération routinière.

On examine d'abord le problème de la calibration d'un appareil : savoir graduer en $(\text{Volts})^2/\text{Hz}$ l'axe des ordonnées dans la présentation d'un spectre. L'étalonnage est abordé ensuite, on le relie simplement à l'étalonnage d'une mesure de puissance.

DONNEES PRATIQUES DU PROBLEME

Dans la réalité du laboratoire, le problème de la calibration des mesures de densité spectrale énergétique (DSE) se pose en général de la façon suivante :

- l'expérimentateur dispose d'un signal électrique (une tension) dont l'amplitude fonction du temps, $x(t)$ (volts), représente avec un facteur de conversion connu la grandeur physique objet des mesures. $x(t)$, considéré comme un signal aléatoire, stationnaire, ergodique, est appliqué à l'entrée d'un analyseur de spectre. La DSE est obtenue par exemple sur une table traçante branchée sur les sorties X (fréquences) et Y (DSE) de l'analyseur. On connaît toujours à coup sûr la largeur totale de la bande de fréquence analysée, à laquelle correspond l'élongation maximale en X. La DSE du signal, qui doit s'exprimer en $(\text{volts})^2/\text{Hz}$ est traduite par la tension fournie en Y.

Calibrer l'analyseur, c'est déterminer le rapport qui existe entre la valeur de la DSE et la valeur de la tension correspondante sur la sortie Y. On appellera ici c ce rapport qui sera exprimé en $(\text{volts})^2/\text{Hz/Volt}$.

THEORIE

On va considérer que la DSE $P(f)$ de $x(t)$ est définie pour les seules fréquences positives, puisque dans la pratique on ne voit jamais représenter un spectre à la fois sur les fréquences négatives et sur les fréquences positives, comme la théorie de l'analyse harmonique en donnerait le droit.

On sait que l'intégrale de la DSE est égale à la variance du signal, ce qui s'exprime par :

$$\int_0^{\infty} P(f) df = \overline{x^2} \quad (1)$$

en désignant par $\overline{x^2}$ la valeur quadratique moyenne de $x(t)$.



ETALONNAGE DES MESURES DE DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE

Cette formule mathématique exprime que l'aire comprise entre la courbe représentative de la DSE et l'axe des abscisses (axe des fréquences) est proportionnelle à la puissance moyenne du signal.

Dans la plupart des analyseurs de spectre actuels, la DSE est déterminée pour un certain nombre N de fréquences discrètes, séparées d'un intervalle constant Δf , tel que :

$$(N - 1) \Delta f = f_m$$

f_m désignant la fréquence maximum analysée. Le nombre N et Δf sont, d'une façon ou d'une autre, choisis par l'opérateur.

L'intégration de la courbe par la méthode des rectangles conduit à écrire :

$$\overline{x^2} = \sum_{i=1}^N V_i \Delta f \quad (2)$$

où V_i ($i = 1, 2, \dots, N$) désigne les N valeurs successives de la tension sur la sortie Y de l'analyseur, représentant les N valeurs successives de la DSE qui ont été déterminées.

Cette dernière égalité peut s'écrire aussi :

$$\sum_{i=1}^N V_i = \frac{1}{\Delta f} \overline{x^2} \quad (3)$$

Cette expression peut être interprétée de la façon suivante : si toute la puissance de $x(t)$ se trouvait concentrée dans une seule bande de fréquence de largeur Δf , l'analyseur fournirait sur la sortie Y une tension V donnée par :

$$V = \sum_{i=1}^N V_i$$

et cette valeur correspondrait à une densité spectrale énergétique de $\overline{x^2}/\Delta f$ (Volts)²/Hz.

Si donc on connaît les valeurs de $\overline{x^2}$ (volts)² et de V (volts) on peut déterminer le coefficient de calibration c (volts)²/Hz/volt :

$$c = \frac{\overline{x^2}/\Delta f}{V} \text{ (volts)}^2/\text{Hz/volt.}$$

Les progrès accomplis dans la technique électronique offrent des moyens simples pour disposer dans un analyseur les circuits permettant, lors de chaque mesure, de fournir les deux données $\overline{x^2}$ et $\sum V_i$ à l'utilisateur. Celui-ci pourrait alors calculer facilement le coefficient de calibration c .

Il serait aussi éventuellement possible de calculer par planimétrie l'aire de la surface située sous la courbe représentative de la DSE, et de recourir à un voltmètre quadratique pour mesurer la valeur quadratique moyenne du signal.

ETALONNAGE

Après avoir réalisé la calibration, l'étalonnage en amplitude ne requiert que l'étalonnage de la mesure de puissance moyenne $\overline{x^2}$.

On peut effectuer cette opération en appliquant à l'analyseur une tension continue ou alternative (mais déterministe !) provenant d'un générateur étalon à l'aide duquel on fixera la valeur que devra afficher la mesure de $\overline{x^2}$.

L'étalonnage de la mesure de DSE suppose que l'étalonnage en fréquence a été effectué : on peut proposer, pour être complet, de le réaliser à l'aide d'un générateur "synthétiseur".



ETALONNAGE DES MESURES DE DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE

MISE EN OEUVRE

Cette méthode d'étalonnage des mesures de DSE est utilisée depuis plusieurs années au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache, dans un laboratoire de traitement du signal (référence : R. BERGER, C. ESTIENNE, J. FREYCENON - Etalonnage d'une chaîne de traitement du signal - Note technique LEIS N° 75/03).

L'ensemble d'analyse est constitué d'un corrélateur à sorties numériques sur 1024 points associé à un transformateur de Fourier numérique. Dans ce cas, le corrélateur fournit une mesure de la valeur quadratique moyenne $\overline{x^2}$ du signal par la valeur de la fonction de corrélation pour un retard nul. L'étalonnage du corrélateur a été réalisé à l'aide de signaux déterministes d'amplitude connue.

Un dispositif additionneur effectue par ailleurs la somme des valeurs (numériques) successives calculées pour la transformée de Fourier de la fonction de corrélation. Ainsi, lors de la mesure d'un spectre, l'expérimentateur dispose de la valeur numérique de la somme $\sum V_i$: il a fixé lui-même le nombre de points de calcul, et la largeur de bande d'analyse, il est donc à même de calculer le coefficient d'étalonnage pour chaque mesure.

Les résultats des essais qui sont rapportés dans la note citée en référence, ont montré en particulier que, toutes choses étant égales par ailleurs, l'étalonnage de cet ensemble de mesure pour un signal très "coloré" n'est pas identique à celui obtenu pour un signal de même puissance mais de spectre plat. Il est donc nécessaire de calibrer chaque spectre indépendamment : la méthode mise en oeuvre facilite beaucoup cette opération.