

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

L'EFFET DE L'AFFAIBLISSEMENT MULTIVOIE ET DE LA LIMITATION DE LARGEUR DE BANDE SUR LE TAUX D'ERREUR DES SYSTEMES PSK-4 ϕ EN PRESENCE DE BRUIT GAUSSIEN ADDITIF.
EFFECT OF MULTIPATH FADING AND BAND-LIMITING ON PSK-4 ϕ SYSTEM IN PRESENCE OF ADDITIVE GAUSSIAN NOISE.

T.T. Cung, M. Lecours et H.T. Huynh

Département de Génie Electrique, Faculté des Sciences et de Génie, Université Laval, Québec, G1K 7P4

RESUME

Les derniers progrès technologiques permettent de transmettre de l'information à très grande vitesse par des systèmes PSK à quatre phases (PSK-4 ϕ). A la fréquence porteuse usuelle (d'ordre GHz), le phénomène de fading est sévère et provoque des interférences-intersymboles de Multi-parcours qui s'ajoutent à des interférences intersymboles dues à une largeur de bande finie. On s'intéresse dans ce travail aux performances d'un système PSK-4 ϕ en présence de cette catégorie d'interférence et en présence du bruit gaussien additif. Le fading est modélisé par deux parcours à déphasage arbitraire de type Rayleigh; la probabilité d'erreur est calculée analytiquement pour un détecteur cohérent; certains résultats numériques sont présentés pour mettre en évidence la dégradation de la performance du système en fonction des paramètres caractéristiques.

SUMMARY

PSK-4 ϕ phase systems operating at very high transmission rates are more and more in use. For carrier frequencies of the order of the GHz multipath fading is severe and intersymbol interference results from multipath as well as from band-limiting. This paper deals with the performance of PSK-4 ϕ systems in presence of this type of interference and of additive gaussian noise, the Rayleigh type fading being approximated by a two-ray model. The error probability is evaluated for a coherent detector and some numerical results are presented to the degradation in the systems performance.



L'EFFET DE L'AFFAIBLISSEMENT MULTIVOIE ET DE LA LIMITATION DE LARGEUR DE BANDE SUR LE TAUX D'ERREUR DES SYSTEMES PSK-4 ϕ EN PRESENCE DE BRUIT GAUS-SIEN ADDITIF.

EFFECT OF MULTIPATH FADING AND BAND-LIMITING ON PSK-4 ϕ SYSTEM IN PRESENCE OF ADDITIVE GAUSSIAN NOISE.

T.T. Cung, M. Lecours et H.T. Huynh.

1. Introduction

L'avènement de systèmes radio-numériques à large bande pose, entre autres, la question de l'évaluation de l'influence d'un fading sélectif en fréquence sur un système de communication à large bande. Cet article vise à évaluer la dégradation de performance qui peut résulter de l'affaiblissement multivoie dans le cas particulier d'un système cohérent PSK-4 ϕ .

On définit dans un premier temps un modèle simple à deux rayons dont on peut démontrer qu'il représente de façon correcte les propriétés statistiques de la propagation multivoie. On intègre ensuite ce modèle de fading à un modèle d'un système de communication PSK-4 ϕ cohérent opérant en présence de bruit blanc gaussien additif. Ceci permet d'évaluer la probabilité d'erreur et la dégradation de performance causée dans différentes conditions de fading.

2. Modèle du fading

On sait que la probabilité d'affaiblissements importants de signaux à une fréquence donnée, à cause de la propagation multivoie, suit une loi quadratique; c'est-à-dire que la probabilité que le signal reçu E_u soit affaibli en dessous d'un très faible niveau V_0 est proportionnel au carré de V_0 :

$$P(|E_u| < V_0) \propto V_0^2$$

Ce phénomène est appelé affaiblissement de Rayleigh, dont l'exemple classique est la dispersion d'une porteuse en un grand nombre de composantes dont les amplitudes et les phases sont statistiquement indépendantes. Ce modèle cependant ne correspond pas à la description physique de l'affaiblissement multivoie sur des systèmes à ligne de vue, où ce phénomène est produit par l'addition d'un petit nombre de composantes interférentes engendrées par des irrégularités dans le gradient de l'indice de réfraction atmosphérique.

Des modèles simples où la propagation multivoie se limite à deux ou trois rayons donnent d'ailleurs une représentation statistiquement adéquate du phénomène [1, 2, 3]. C'est le cas en particulier d'un modèle à deux rayons comme à la figure 1, qui représente l'addition d'un vecteur constant E_0 et d'un vecteur aléatoire $E_e e^{j\beta}$: des affaiblissements importants se produisent lorsque $|E|$ et $|E_0|$ sont presque égaux et lorsque la valeur de la phase β s'approche de π . On peut vérifier que la probabilité de l'affaiblissement suit bien une loi quadratique si la fonction de répartition de E/E_0 est uniforme dans le voisinage de 1 et si β est réparti uniformément entre 0 et 2π .

Etant donné les mesures expérimentales qui relient la propagation multivoie à l'apparition d'un petit nombre de composantes interférentes, ce résultat justifie jusqu'à un certain point l'utilisation d'un modèle simple à deux rayons dans les études sur la propagation multivoie. Quoique l'apparition de rayons supplémentaires puisse être fréquente, l'influence de ces rayons ne devrait pas être trop significative à moins que leur amplitude ne soit comparable à celle des deux premières composantes, ce qui devrait rarement se produire.

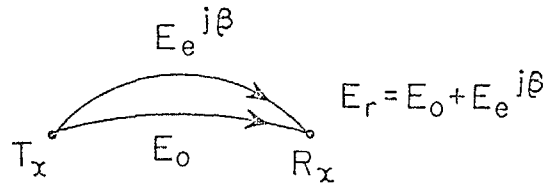


Fig. 1: Modèle du fading à 2 rayons

3. Modèle du système

Le récepteur cohérent du système PSK-4 ϕ à bande limitée est donné à la figure 3:

$H_B(f)$ = fonction de transfert d'un filtre passe-boucle;

$H_L(f)$ = fonction de transfert d'un filtre passe-pas;

$n(t)$ = bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 = \frac{N_0}{2} S(f)$.

Le modèle adopté pour la propagation multivoie se comporte comme un système aléatoire linéaire. En conséquence, on peut déplacer le filtre à la sortie de l'émetteur à la figure 1 pour le combiner avec les filtres du récepteur. Puisque les largeurs de bande de ces filtres sont identiques, on peut conserver le même modèle de bruit gaussien blanc additif et de densité spectrale de puissance $N_0/2$ à l'entrée du récepteur. Il en résulte le modèle de la figure 4.

Les fonctions de transfert des filtres équivalents $H_1(f)$ et $H_2(f)$ sont:

$$H_1(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} T \frac{\sin \pi f T}{\pi(f-f_c)T} e^{-j\pi f T} e^{j\frac{\pi}{4}} & \text{pont } f_c - B \leq f \leq f_c + B \\ \frac{1}{2} T \frac{\sin \pi f T}{\pi(f+f_c)T} e^{-j\pi f T} e^{-j\frac{\pi}{4}} & \text{pont } -f_c - B \leq f \leq -f_c + B \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$H_2(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} T \frac{\sin \pi f T}{\pi(f+f_c)T} e^{-j\pi f T} e^{-j\frac{\pi}{4}} & \text{pont } f_c - B \leq f \leq f_c + B \\ \frac{1}{2} T \frac{\sin \pi f T}{\pi(f-f_c)T} e^{-j\pi f T} e^{j\frac{\pi}{4}} & \text{pont } -f_c - B \leq f \leq -f_c + B \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Les signaux reçus comprennent deux composantes: la composante principale $S_s(t)$ et la composante secondaire ou réfractée $S_r(t)$ dont les formes analytiques sont les suivantes:

$$S_s(t) = \sqrt{\frac{E}{2T}} \left[(d_{1i} + d_{2i}) \cos \omega_c t - (d_{1i} - d_{2i}) \sin \omega_c t \right]$$

où $d_{1i} = \pm 1$ et $d_{2i} = \pm 1$ dans $iT \leq t \leq (i+1)T$

$$S_r(t) = \alpha \sqrt{\frac{E}{2T}} \left[(d_{1i} + d_{2i}) \cos |\omega_c (t - \tau) - \theta| - (d_{1i} - d_{2i}) \sin |\omega_c (t - \tau) - \theta| \right]$$

L'EFFET DE L'AFFAIBLISSEMENT MULTIVOIE ET DE LA LIMITATION DE LARGEUR DE BANDE SUR LE TAUX D'ERREUR DES SYSTEMES PSK-4φ EN PRESENCE DU BRUIT GAUSSIEN ADDITIF

où $d_{1i} = \pm 1$ et $d_{2i} = \pm 1$ dans $iT \leq t \leq (i+1)T$

E et T correspondent respectivement à l'énergie et à la durée du signal transmis; d_{1i} et d_{2i} définissent les quatre signaux du codage.

4. Calcul de la probabilité d'erreur

Le signal, dû à une transmission continue de signaux d'information, échantillonné au temps $t = T$ à l'entrée d'une des deux branches du dispositif de décision est:

$$y_i(T) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I_{in}(T) \quad (i = 1, 2)$$

où $I_{in}(T)$ est la sortie à l'instant T de la i-ème branche du dispositif de décision, due au seul signal transmis dans le n-ème intervalle. Une composante aléatoire due au bruit gaussien blanc additif à l'entrée du récepteur s'ajoute à ce signal. Le signal total est donc une variable aléatoire gaussienne de moyenne $y_i(T)$ et de variance σ_i^2 :

$$\sigma_i^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \left\{ \int_{f_c-B}^{f_c+B} \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\sin \pi f T}{(f-f_c)} \right|^2 df + \int_{-f_c-B}^{-f_c+B} \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\sin \pi f T}{(f+f_c)} \right|^2 df \right\}$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0 T}{4} J(BT, 0)$$

A cause de la symétrie des filtres et de l'orthogonalité des axes de détection (figure 2), les probabilités de mal détecter les composantes du vecteur signal sont indépendantes, de sorte que la probabilité d'erreur de détection du système est égale à la somme de ces deux probabilités d'erreur de détection.

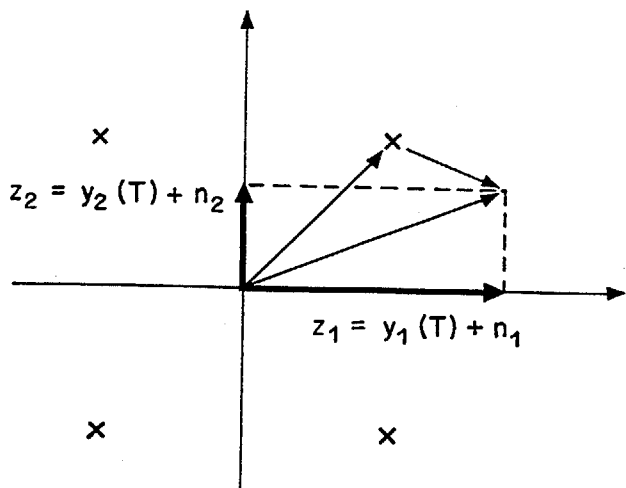


Fig. 2: Espace de décision pour PSK-4φ

La probabilité d'erreur P_{e1} de la première composante est:

$$P_{e1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} \left[x + \left| \sum_{i=-\infty}^{\infty} I_{1i}(T) \right| \right] \right\} dx$$

ou

$$P_{e1} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \left| \sum_{i=-\infty}^{\infty} I_{1i}(T) \right| \right]$$

et la probabilité d'erreur P_{e2} de la deuxième composante est:

$$P_{e2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} \left[x + \left| \sum_{i=-\infty}^{\infty} I_{2i}(T) \right| \right]^2 \right\} dx$$

ou

$$P_{e2} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \left| \sum_{i=-\infty}^{\infty} I_{2i}(T) \right| \right]$$

comme $I_{ii}(T)$ est fonction de $(d_{1i-1}, d_{2i-1}, d_{1i}, d_{2i})$, nous avons ainsi 16 cas possibles contribuant à la valeur de P_{e1} . Etant donnée la symétrie rotationnelle des signaux dans l'espace de détection, on peut réduire ces 16 cas au quatre principaux montrés au tableau 1. Ainsi:

$$P_{e1} = \frac{1}{4} (P_{e11} + P_{e12} + P_{e13} + P_{e14})$$

n	d_{1i}	d_{2i}	d_{1i-1}	d_{2i-1}	P_{e1i}
1	1	1	1	1	P_{e11}
2	1	1	-1	1	P_{e12}
3	1	-1	1	1	P_{e13}
4	1	-1	-1	1	P_{e14}

Tableau 1

Les quatre cas de transmission à considérer

Les probabilités d'erreur totale P_e est:

$$P_e = P_{e1} + P_{e2}$$

où P_{e2} est la probabilité d'erreur de détection de la deuxième composante, qui se calcule de même manière que pour P_{e1} .

5. Conclusions

Dans ce travail, nous avons formulé de façon générale le problème de la dégradation de la performance des systèmes PSK-4φ. Les résultats analytiques tiennent compte des effets de la propagation multivoie, de la limitation de largeur de bande ainsi que du bruit gaussien additif. On pourrait également inclure, sans difficulté, dans l'analyse l'effet de l'erreur de phase. Certains calculs numériques effectués jusqu'à maintenant sont très satisfaisants et les résultats généraux seront présentés et discutés au colloque; il est intéressant de noter que la probabilité d'erreur



L'EFFET DE L'AFFAIBLISSEMENT MULTIVOIE ET DE LA LIMITATION DE LARGEUR DE BANDE SUR LE TAUX D'ERREUR DES SYSTEMES PSK-4φ EN PRESENCE DU BRUIT GAUSSIEN ADDITIF

P_e est directement liée aux paramètres BT et F défini comme: $F = \alpha \cos(\omega_c \tau + \theta)$. Au fur et à mesure que la valeur de F s'approche de α , la performance du système s'améliore car la composante réfractée est en phase avec le rayon principal, ce qui fait augmenter l'énergie de la composante du signal détecté. On constate aussi que, en général, plus la composante réfractée est importante, plus la performance globale du système se dégrade rapidement.

D'autre part, BT représente la largeur de bande normalisée du système; quand BT est faible ($BT \approx 0.5$) l'interférence-intersymbol est importante, ce qui affecte sérieusement P_e . Lorsque BT est raisonnablement élevé ($BT \approx 5$), l'effet de la limitation devient négligeable.

Références:

- 1) Ruthruff, J.C.L.: "Multiple-path fading on line-of sight microwave systems as a function of path length and frequency". BSTJ, Vol. 50, No 7, Sept. 1971, pp. 2375-2398.
- 2) Lin, S.H.: "Statistical behavior of a fading signal". BSTJ, Vol. 50, No 10, Dec. 1971, pp. 3211-3270.
- 3) Trong, J.C.T., Huynh, H.T. et Lecours, M.: "Rayleigh Fading on Wide-Band Channels with a two Ray Model". Canadian Conférence on Communications and Powers, Montréal 1974.
- 4) Smith, G.H., Cunningham, D.R. et Ziemer, R.E.: "Performance Degradation due to Specular Multipath Intersymbol-Interference". IEEE Trans. AES, Vol. AES9, No 4, July 1973, pp. 548-554.
- 5) Shehaded, N.M. & Tu, K. "Effects of Band-Limiting on the Coherent Detection of PSK, ASK, FSK Signals". A.E.U. 1972, pp. 369-376.

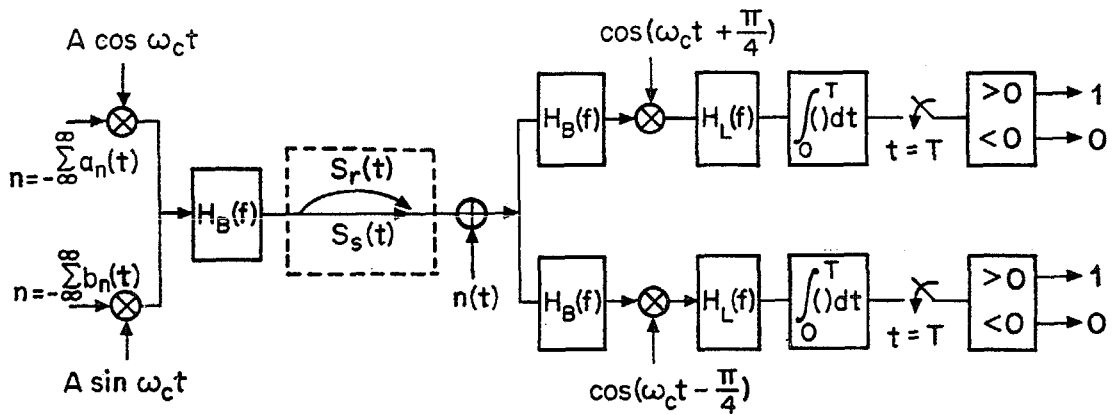


Fig. 3: Modèle du système PSK-4φ

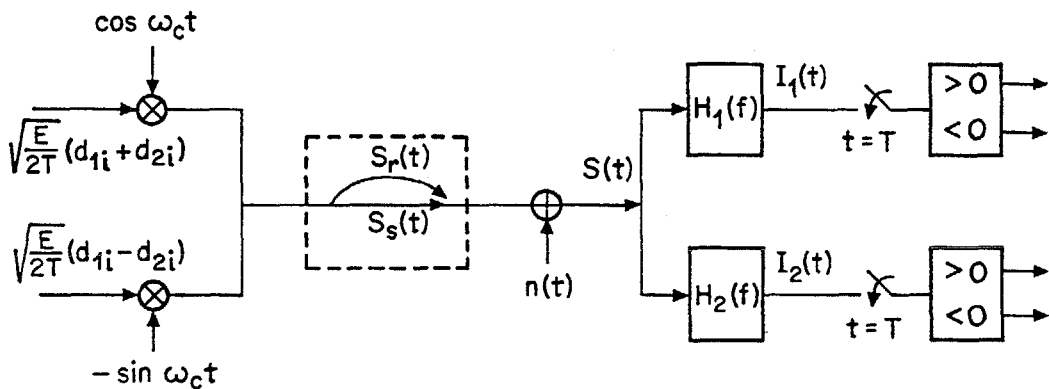


Fig. 4: Modèle équivalent du système PSK-4φ



L'EFFET DE L'AFFAIBLISSEMENT MULTIVOIE ET DE LA LIMITATION DE
LARGEUR DE BANDE SUR LE TAUX D'ERREUR DES SYSTEMES PSK-4φ EN
PRESENCE DU BRUIT GAUSSIEN ADDITIF

APPENDICE

Le signal PSK-4φ à l'entrée du récepteur est donné par:

$$S(t) + n(t) = S_s(t) + S_r(t) + n(t)$$

La transformée de Fourier de $S(t)$ est:

$$S(f) = (S(t)) = S_s(f) + S_r(f)$$

avec:

$$S_s(f) \sqrt{\frac{E}{2T}} \left[f(d_{1i} + d_{2i}) + j f e^{j\theta} (d_{1i} - d_{2i}) \right] T \frac{\sin \pi f T}{\pi (f^2 - f_c^2) T} \exp(-j\pi f T (2i + 1))$$

$$\text{et } S_r(f) = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{E}{2T}} \times$$

$$\left\{ \left[(d_{1i-1} + d_{2i-1})F + (d_{1i-1} - d_{2i-1})F' \right] \left[\exp(j\pi f_c \tau) \frac{\sin \pi (f-f_c) \tau}{(f-f_c)} + \exp(-j\pi f_c \tau) \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\sin \pi (f+f_c) \tau}{(f+f_c)} \right] \exp(-j\pi f (2i T + \tau)) \right. \\ \left. + \left[(d_{1i-1} - d_{2i-1})F - (d_{1i-1} + d_{2i-1})F' \right] \left[j \exp(j\pi f_c \tau) \frac{\sin \pi (f-f_c) \tau}{(f-f_c)} - j \exp(-j\pi f_c \tau) \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\sin \pi (f+f_c) \tau}{(f+f_c)} \right] \exp(-j\pi f (2i T + \tau)) \right. \\ \left. + \left[(d_{1i} + d_{2i})F + (d_{1i} - d_{2i})F' \right] \left[\exp(j\pi f_c (T+\tau)) \frac{\sin \pi (f-f_c) (T-\tau)}{(f-f_c)} + \exp(-j\pi f_c (T+\tau)) \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\sin \pi (f+f_c) (T-\tau)}{(f+f_c)} \right] \exp \left[-j\pi f [(2i+1)T + \tau] \right] \right. \\ \left. + \left[(d_{1i} - d_{2i})F - (d_{1i} + d_{2i})F' \right] \left[j \exp(j\pi f_c (T+\tau)) \frac{\sin \pi (f-f_c) (T-\tau)}{(f-f_c)} - j \exp(-j\pi f_c (T+\tau)) \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\sin \pi (f+f_c) (T-\tau)}{(f+f_c)} \right] \exp \left[-j\pi f [(2i+1)T + \tau] \right] \right\}$$

Dans ces équations:

$$F = \alpha \cos(\omega_c \tau + \theta)$$

$$F' = \alpha \sin(\omega_c \tau + \theta) = \sqrt{\alpha^2 - F^2}$$

Le signal à la sortie du filtre $H_s(f)$ est donné par:

$$I_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) H_1(f) e^{j2\pi f t} df \quad 0 \leq t \leq T$$

$$\text{ou } I_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_s(f) H_1(f) e^{j2\pi f t} df + \int_{-\infty}^{+\infty} S_r(f) H_1(f) e^{j2\pi f t} df$$