

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

COMPENSATION DE LA DERIVE DE FREQUENCE PAR UN EGALISEUR DE GIGUE.

Odile MACCHI* - César MACCHI**

*Laboratoire des Signaux et Systèmes, C.N.R.S./E.S.E., Plateau du Moulon 91190 - GIF S/YVETTE (France).

**Laboratoire des Signaux et Systèmes et Institut de Programmation, Université Pierre et Marie Curie, PARIS.

RESUME

SUMMARY

Dans les travaux antérieurs, on a présenté un système de correction de phase, dit égaliseur de gigue (EG) pour canal de transmission de données affecté de fluctuations de phase rapides. L'EG est constitué d'un égaliseur à un seul coefficient, placé juste avant les circuits de décision, qui s'adapte rapidement sur la base des données restituées. Dans ce travail, nous étudions le comportement de l'EG en présence de gigue de phase et de dérive de fréquence. Nous introduisons une séparation de l'EG en deux égaliseurs de phase successifs g_k^1 et g_k^2 , le premier étant destiné à compenser la dérive de fréquence et elle seule, le second pour compenser la gigue de phase. La séparation se fait en testant l'appartenance de g_k^2 à une zone B du plan complexe qui correspond à une compensation de phase bornée. Lorsqu'un débordement a lieu, c'est-à-dire lorsque g_k^2 sort de B, la valeur de g_k^2 est reportée par accumulation multiplicative dans le correcteur de dérive g_k^1 . L'EG à débordements ainsi obtenu n'est pas plus complexe à mettre en oeuvre que l'EG simple, pourvu que la zone B soit facile à tester; il permet de compenser des dérives élevées telles que $F_d=10$ Hz sur ligne téléphonique pour un débit de 9600 bit/s. Cependant le taux d'erreur du récepteur se dégrade lorsque la dérive est forte.

Pour garder les performances indépendantes de la valeur F_d de la dérive, on en calcule une estimation peu fine \hat{F}_d , et on corrige d'autant le signal utile en amont du système de compensation de phase. Ainsi l'EG à débordements n'a plus à corriger que la dérive résiduelle $F_d - \hat{F}_d$. Nous présentons ici un dispositif original d'estimation de dérive par simple comptage du nombre de débordements de l'EG, qui rend la probabilité d'erreur sur les données indépendante de la valeur de la dérive, dans une plage très large.

In a previous work, we have introduced a one-coefficient-equalizer (OCE) that is designed to correct the rapid phase fluctuations of a data transmission channel. The OCE is placed right before the decision circuits and its single, complex, adaptive coefficient g_k can follow quick phase variations on the basis of the estimated data. In the present paper, we study the OCE behaviour when both phase jitter and frequency shift (FS) are present. The OCE is split into two successive phase equalizers g_k^1 and g_k^2 that are respectively intended for FS and phase jitter suppression. This is reached by testing whether or not g_k^2 belongs to a given area B of the complex plane, where B corresponds to a bounded phase correction. When an overflow occurs, i.e. when g_k^2 gets outside of B, the value g_k^2 is carried back into the FS corrector g_k^1 , by multiplicative accumulation. The technological complexity of the overflow - OCE that follows is not greater than that of the simple OCE, provided the belonging to B is easy to test; the overflow OCE enables the correction of large FS such as $f=10$ Hz for the binary rate 9600 bit/s on a telephone line. However the error rate of this system degrades when the FS is large.

In order to keep the performances independent of the FS value f , a rough estimate \hat{f} of f is computed, and the said amount of FS is corrected in the useful signal before the overflow OCE, for which only the residual FS $\Delta f = f - \hat{f}$ remains to be corrected. Here we propose an original system for FS estimation by simply counting the number of OCE overflows. The resulting data error probability becomes independent of the FS, within a very large range.



1. Introduction et rappel sur l'égaliseur de gigue.

On s'intéresse à la transmission d'une suite de données a_k émises aux instants $t=kT$, prenant leurs valeurs dans un alphabet fini A , généralement complexe. Deux diagrammes usuels pour l'alphabet A sont donnés sur la figure 1.

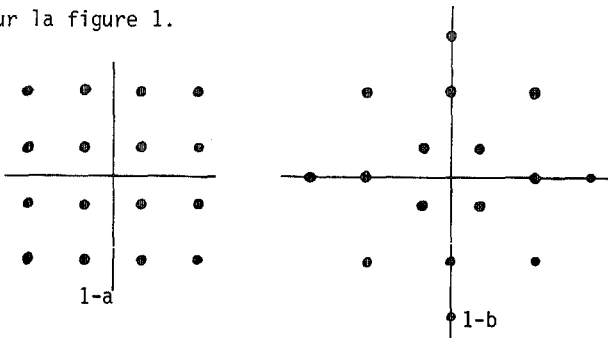


Figure 1 : Diagrammes usuels de données.

La plupart des canaux de transmission introduisent un déphasage \mathcal{D} sur le signal de données, parmi d'autres distorsions, de sorte que le signal reçu (complexe) vaut

$$(1) \quad x_k = a_k e^{i\phi_k} + b_k,$$

où ϕ_k est la valeur du déphasage à l'instant kT et b_k un bruit additif, présent dans toute transmission. Ce phénomène est particulièrement grave lorsque le déphasage n'est pas borné. On voit par exemple sur la figure 1 que lorsque ϕ_k passe par les valeurs $m \cdot \frac{\pi}{2}$ (m entier) le récepteur est sujet à des erreurs systématiques à cause de l'invariance des diagrammes par rotation de $\frac{\pi}{2}$.

C'est le cas lorsque le canal introduit une dérive de fréquence correspondant au déphasage

$$(2) \quad \phi_k^1 = 2\pi kT F_d + \phi_0.$$

Le déphasage est aussi cause d'erreurs lorsque tout en restant borné, il atteint des valeurs telles que $\frac{\alpha}{2}$, en appelant α le minimum de la demi-distance angulaire entre les points du diagramme des données. C'est alors l'effet conjoint du bruit b_k et du déphasage qui fait sortir l'observation x_k de la zone attachée à la décision correcte a_k . C'est le cas lorsque le canal introduit une gigue de phase correspondant au déphasage

$$(3) \quad \phi_k^2 = \sum_i C_i \sin(2\pi kT F_g^i + \phi_0^i).$$

Dans la pratique, le déphasage \mathcal{D} introduit par le canal est la somme des termes (2) et (3). Pour une transmission correcte, le récepteur doit comporter un système de compensation de \mathcal{D} . Dans les transmissions à haut débit, ce système poursuit la valeur de ϕ_k par un algorithme adaptatif basé sur les données restituées

\hat{a}_k . Plusieurs méthodes existent pour ce faire, avec parmi les plus simples la boucle à verrouillage de phase numérique de Falconer (1) et l'égaliseur de gigue (E.G.) de O. et C. Macchi et de M. Lévy (2), (3).

L'E.G. utilise le fait que la vitesse d'adaptation d'un égaliseur est inversement proportionnelle au nombre de ses coefficients (4), (5). Plus l'égaliseur est court, plus sont rapides les fluctuations des distorsions qu'il peut compenser.

Pour compenser des fluctuations de phase, un seul coefficient (complexe) est nécessaire dans l'égaliseur. Soit g_k ce coefficient. La sortie de l'EG est

$$(4) \quad y_k = g_k x_k,$$

et l'algorithme de poursuite du déphasage par l'EG est

$$(5) \quad g_{k+1} = g_k + \lambda (\hat{a}_k - y_k) x_k^*,$$

où λ est un pas d'incrémentatif positif fixe. L'originalité de l'EG est de compenser le déphasage sans effectuer d'estimation de ϕ_k . En outre l'EG peut compenser des variations rapides de gain dans le canal (6) puisque le module de g_k n'est pas nécessairement égal à 1.

2. Principe du débordement.

On voit facilement que le pas d'incrémentatif à choisir pour l'algorithme (5) est une fonction croissante de la vitesse des fluctuations de phase à compenser. En présence de dérive de fréquence, qui est un phénomène lent, λ doit être choisi plus faible qu'en présence de gigue de phase, qui est un phénomène rapide. Dans ce cas, le choix d'un grand λ est néfaste car du fait de sa grande mobilité et en présence de pointes de bruit, g_k peut quitter le voisinage de la valeur souhaitable $e^{-i\phi_k}$, aux moments où le décodage de x_k à l'aide du diagramme des données présente une ambiguïté, c'est-à-dire aux moments où $\phi_k = m \cdot \frac{\pi}{2}$ (dans le cas de la figure 1).

Ainsi, dans le cas usuel où les deux termes de phase (2) et (3) sont effectivement présents, le problème du choix de λ ne peut être résolu par un compromis qui serait nécessairement mauvais pour l'un des termes.

Le principe du débordement résout ce conflit en séparant artificiellement l'EG en deux égaliseurs de phase g_k^1 et g_k^2 placés en cascade, le premier étant destiné à compenser la dérive, et elle seule, le second pour compenser la gigue. Pour obtenir que la répartition se fasse effectivement suivant ce programme on procède comme suit : pour permettre à g_k^2 de compenser effectivement la gigue on le pilote par l'algorithme (5) en



COMPENSATION DE LA DERIVE DE FREQUENCE PAR UN EGALISEUR DE GIGUE.

choisissant un λ grand et, pour l'empêcher de poursuivre tout l'écart angulaire dû à la dérive, on lui impose des bornes. Par exemple, on interdit à g_k^2 de sortir de la zone B illustrée sur la figure 2. Pour atteindre le but souhaité, la zone B doit correspondre à une limitation de la phase de g_k^2 , qui permette la poursuite de la gigue (donc nettement supérieure à la valeur 2C du crête à crête), mais qui empêche la phase de g_k^2 d'atteindre la valeur $\pi/2$. Par exemple sur la figure 2, la compensation de phase de g_k^2 est bornée à $\pm \pi/6$.

Au contraire on n'impose pas de borne au coefficient g_k^1 de l'égaliseur de dérive, et pour le contraindre à des variations lentes comme celles de la dérive, on ne procède pas à une remise à jour de g_k^1 à chaque intervalle baud. C'est pourquoi g_k^1 est gardé constant, sauf aux instants kT pour lesquels g_k^2 débord de la zone B. Un système à E.G. fonctionnant suivant le principe du débordement est schématisé sur la figure 3. On appelle u_k la valeur intermédiaire :

$$(6) \quad u_k = x_k g_k^1, \quad y_k = u_k g_k^2$$

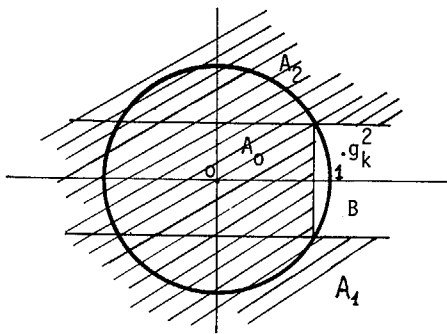


Figure 2 : Introduction d'une zone de débordement pour l'E.G.

Les algorithmes d'adaptation comportent à chaque itération un test du débordement de g_k^2 de la zone B. Ils s'écrivent :

$$(7-a) \quad g_{k+1}^2 = g_k^2 + \lambda (\hat{a}_k - y_k) u_k^*$$

$$(7-b) \quad g_{k+1}^2 = g_{k+1}^2 \text{ et } g_{k+1}^1 = g_k^1 \text{ si } g_{k+1}^2 \in B$$

$$(7-c) \quad g_{k+1}^2 = 1 \text{ et } g_{k+1}^1 = g_k^1 \cdot g_{k+1}^2 \text{ si } g_{k+1}^2 \notin B.$$

On voit que la valeur du produit $g_{k+1}^1 \cdot g_{k+1}^2$ est indépendante de la position dans B ou hors de B, du coefficient g_k^2 après adaptation. Ainsi la séparation de l'EG en deux égaliseurs de phase par le principe du débordement n'affecte pas la valeur du déphasage qui est compensé globalement. En outre la répartition du déphasage est conforme au but recherché : d'une part g_k^2 ne peut compenser de dérive à cause de la borne; d'autre part g_k^1 ne peut suivre la gigue puisque sa valeur ne change que très peu souvent.

Ceci est confirmé par les simulations sur ordinateur. C'est ainsi que la courbe donnant les phases respectives des coefficients g_k^1 et g_k^2 a l'aspect de la figure 4

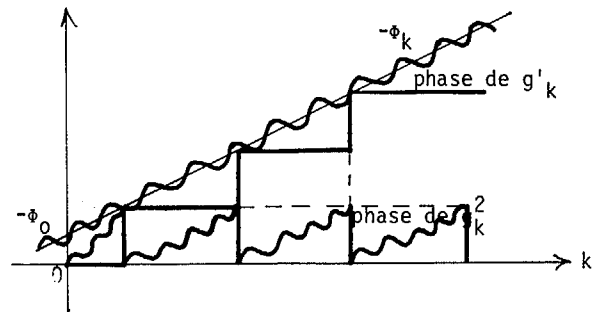


Figure 4 : Répartition de la correction de phase par g_k^1 et g_k^2 .

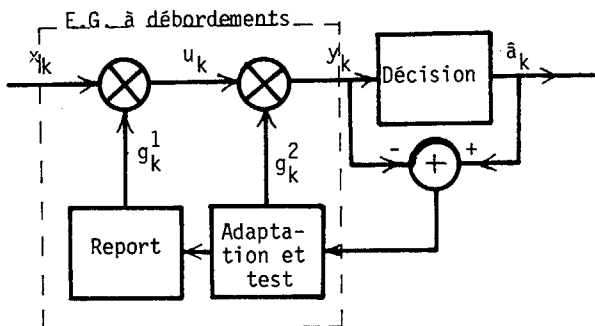


Figure 3 : Egaliseur de gigue suivant le principe de débordement.

C'est la somme des phases de g_k^1 et de g_k^2 qui poursuit la valeur $-\phi_k$ (du déphasage à compenser).

La plupart du temps, c'est g_k^2 seul qui s'adapte. Mais au moment des débordements, (7-c) effectue le report dans g_k^1 de la compensation effectuée par g_k^2 ; g_k^1 est un accumulateur. Malgré leur extrême simplicité, les équations (7-b), (7-c) traduisent un lien complexe entre g_k^1 et g_k^2 : la phase de g_k^1 se déduit de celle de g_k^2 par un lissage ou filtrage passe-bas (ce qui donne une estimation de la dérive) suivi d'une accumulation (ce qui donne la tendance à l'augmentation ou à la diminution nécessaire pour suivre la dérive).

Remarquons que le choix de la zone B n'est pas du tout critique, pourvu qu'elle corresponde à une limi-



tation de la phase de g_k^2 . On choisira donc une zone facile à tester, par exemple une zone rectangulaire à côtés parallèles aux axes de coordonnées.

Les performances de l'EG à débordements ont été évaluées par simulation, soit à l'aide de la probabilité d'erreur P_e sur les données restituées, soit à l'aide de l'erreur quadratique moyenne

$$(8) \quad \epsilon = E(|a_k - y_k|^2).$$

Les simulations montrent que le principe du débordement rend effectivement l'EG capable de supporter des dérives élevées, pouvant aller jusqu'à $F_d=15\text{Hz}$ sur ligne téléphonique du type M1020, pour un débit de 9600 bit/s, une fréquence baud de 2400 Hz et un rapport signal sans bruit de l'ordre de 25 dB. La divergence de l'EG à débordements se produit pour $F_d > 20\text{ Hz}$ dans les mêmes conditions.

Les grandeurs P_e et ϵ dépendent du diagramme des données, du rapport signal sans bruit

$$(9) \quad \rho = \frac{E(|a_k|^2)}{E(|b_k|^2)},$$

du crête à crête 2C et de la fréquence F_g de la gigue, comme on pouvait s'y attendre. Mais, et c'est très important, on constate qu'elles ne dépendent pas de la fréquence F_d de la dérive, pour autant que F_d vérifie

$$(10) \quad F_d \leq F_d^0.$$

La fonction $\epsilon(F_d)$ est illustrée dans un cas typique sur la figure 5. Cette figure montre que toute

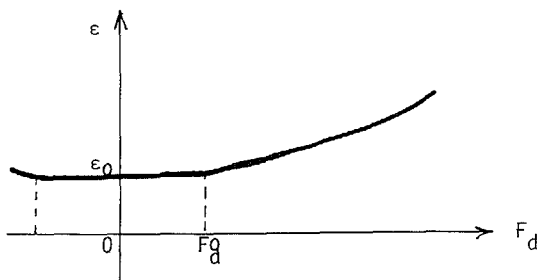


Figure 5 : L'erreur quadratique moyenne en fonction de la dérive.

dérive de fréquence inférieure à F_d^0 est complètement éliminée par l'EG à débordements. Au-delà de la valeur F_d^0 , les performances commencent à se dégrader. La dégradation est plus sensible sur P_e que sur ϵ , car P_e est une fonction très rapidement croissante de ϵ (on sait que, très approximativement, P_e varie comme $\exp - \frac{b}{\sqrt{\epsilon}}$).

Le paragraphe qui suit fournit une méthode pour rendre les performances de l'égaliseur indépendantes de la valeur de la dérive jusqu'à une valeur beaucoup plus élevée que F_d^0 .

3. EG à estimation de dérive.

On a vu dans le paragraphe précédent que l'algorithme du débordement (7-b), (7-c) de l'EG, comporte une estimation implicite de la dérive de fréquence. On peut améliorer les performances du système en rendant cette estimation explicite. Si \hat{F}_d est la valeur de l'estimée, on corrige la dérive \hat{F}_d dans le signal observé x_k , préalablement à toute correction de phase par l'EG. Cela peut par exemple se faire par multiplication complexe :

$$(11) \quad v_k = x_k \cdot e^{-2i\pi\hat{F}_d kT},$$

et c'est le signal v_k qui se présente à l'entrée de l'EG à débordements, affecté seulement de la dérive résiduelle $\Delta F = F_d - \hat{F}_d$. Le système correspondant est schématisé sur la figure 6.

D'autres auteurs ont déjà proposé avec succès des méthodes s'inspirant de la même idée : ainsi Gibson et Caloyannides (7) pour les transmissions de données à bande latérale unique, et très récemment Desblache (8) pour la MAQ et la modulation de phase. Dans les deux cas, un correcteur de phase placé juste avant le système de décision effectue une estimation de phase explicite basée sur les données restituées. Soit $\hat{\phi}_k$ cette estimation à l'instant kT . Un filtrage passe-bas (lissage) de $\hat{\phi}_k$ fournit ensuite une bonne estimation $\hat{\phi}_k^1$ du déphasage ϕ_k^1 lié à la dérive de fréquence, et présent à l'entrée du correcteur de phase. L'angle $\hat{\phi}_k^1$ est alors compensé, généralement très en amont du correcteur de phase dans la chaîne de réception, ce qui diminue la dérive et améliore les performances du récepteur.

L'EG à débordements, sans aucune modification, donc sans complexité supplémentaire, peut être amélioré exactement de la même manière

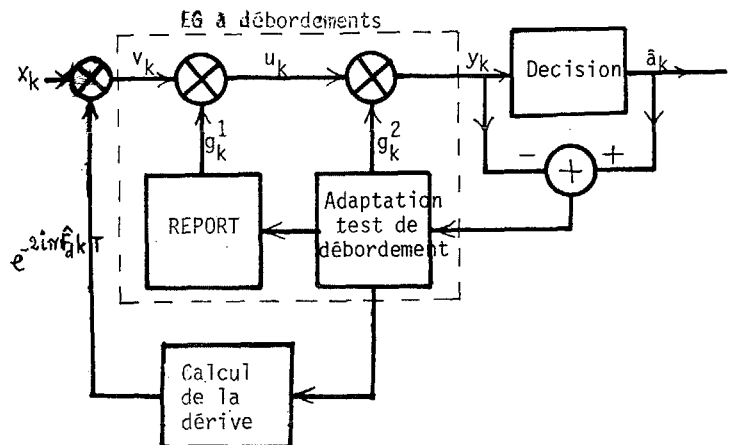


Figure 6 : E.G. à estimation de dérive.

Il n'y a même pas de filtrage passe-bas à effectuer. En effet, il suffit de remarquer qu'en présence de la dérive résiduelle ΔF , des débordements quasi réguliers hors de B apparaîtront, dont la fréquence moyenne est proportionnelle à $|\Delta F|$ et dont le sens donnera le signe de ΔF . Pour la commodité, introduisons la variable auxiliaire de comptage (cf. Fig. 2)

$$(12) I_k = \begin{cases} 1 & \text{si } g_{k+1}'' \in A_1 \\ 0 & \text{si } g_{k+1}'' \in A_0 \cup B \\ -1 & \text{si } g_{k+1}'' \in A_2 \end{cases}$$

Il est clair que, pour mesurer la dérive, les seuls débordements significatifs sont ceux correspondant aux sorties dans A_1 ou A_2 ($I_k \neq 0$). Si N est le nombre d'itérations entre deux débordements consécutifs de ce type, affectons le du même signe que la variable I_k au moment du deuxième débordement; on en déduit une estimation de la dérive résiduelle à l'entrée de l'EG:

$$(13) \hat{\Delta F} = \frac{\gamma}{2\pi \langle N \rangle T}$$

formule dans laquelle γ est l'angle limite accepté par la zone B.

Naturellement, (13) fournit une estimation d'autant plus précise que la moyenne effectuée sur N est plus longue; mais corrélativement, le temps nécessaire à la correction de dérive augmente, ce qui est un inconvénient.

Pourtant la figure 5 et l'équation (10) du paragraphe 2 montrent qu'une estimation précise de F_d est inutile. Il suffit au contraire que

$$(14) |F_d - \hat{F}_d| < F_d^0$$

pour obtenir des performances aussi bonnes qu'en l'absence de dérive. En effet l'EG à débordements voit passer la dérive résiduelle $F = F_d - \hat{F}_d$ et il la corrige totalement, sans perte de performances. Dans ces conditions, on peut réaliser l'estimation de la dérive de manière beaucoup plus simple que (13), sans moyenne et sans division, quitte à perdre sur la précision. On compte le nombre U de débordements (affecté du signe convenable) sur des intervalles de temps de durée p itérations (p fixe). On en déduit une estimation proportionnelle de la dérive résiduelle

$$(15) \hat{\Delta F} = KU.$$

Si cette valeur satisfait la borne (14), on ne modifie pas la valeur estimée \hat{F}_d de la dérive, valeur utilisée pour compenser la majeure partie de la dérive, avant l'EG à débordements. Au contraire, si $|\hat{\Delta F}| > F_d^0$, on remplace cette estimation \hat{F}_d par

$$(16) \hat{F}_d' = \hat{F}_d + \hat{\Delta F}$$

et, par la suite, c'est la dérivé \hat{F}_d' que l'on vient compenser à l'entrée de l'EG.

Exemple : La méthode précédente a été appliquée à des transmissions de données à 9600 bit./s, sur ligne téléphonique du type M 1020, en effectuant une estimation de dérive résiduelle à 1 Hz près (la fréquence baud est de 2400 Hz). Cette méthode permet de corriger des dérives de fréquence très fortes, de plus de 20 Hz. Les performances en erreur quadratique moyenne sont portées sur la figure 7 pour un rapport signal sur bruit de 25 dB.

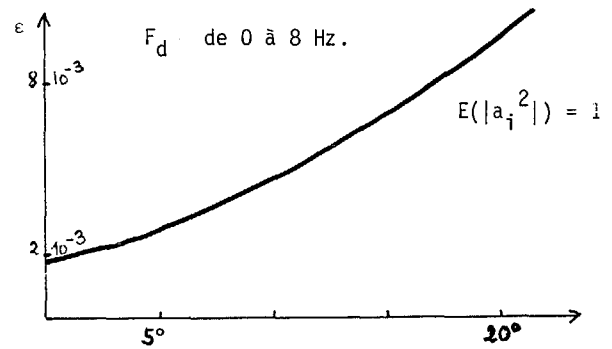


Figure 7 : Influence de la gigue et de la dérive sur les performances de l'E.G.

En abscisse est porté le crête à crête de la gigue dont la fréquence est 100 Hz. La courbe est la même quelle que soit la fréquence de la dérive entre 0 et 8 Hz. On est donc complètement affranchi de la dérive de fréquence, dans une très large plage.

Remarque : La récupération de porteuse proposée dans cet article a un autre avantage important pour les transmissions de données à haut débit, où la phase d'acquisition nécessaire avant la transmission de l'information utile doit être la plus brève possible. En effet l'acquisition de porteuse par l'EG à débordements et l'initialisation de l'égaliseur d'interférences peuvent se faire conjointement et non successivement.

4. Conclusion.

Nous avons présenté un système de compensation de phase pour canaux de transmission de données, basé sur un égaliseur de gigue. L'addition d'un simple test de débordement de zone à l'algorithme d'adaptation de l'EG, a permis à cet égaliseur de compenser en même temps gigue de phase et dérive de fréquence.

Un comptage supplémentaire du nombre des débordements fournit une estimation de la dérive de fréquence, qui, à son tour, permet de rendre les performances du système absolument indépendantes de la dérive de fré-



COMPENSATION DE LA DERIVE DE FREQUENCE PAR UN EGALISEUR DE GIGUE.

quence, et ceci dans une plage suffisamment large pour couvrir la majorité des applications.

REFERENCES

- (1) D.D. FALCONER : "Analysis of a gradient algorithm for simultaneous pass-band equalization and carrier phase recovery", BSTJ, 55, pp. 409-428 (1976)
- (2) M. LEVY, O. MACCHI : "Egaliseur de gigue", 6ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice. pp.821-827 (1977).
- (3) O. MACCHI, M. LEVY, C. MACCHI : "Perfectionnement aux systèmes de transmission de données" Brevet Français n° 7617156 (1976).
- (4) G. UNGERBOECK : "Theory of the speed of convergence in adaptive equalizers for digital communication", IBM. J. Res. Develop. p. 546-555 (1972).
- (5) O. MACCHI : "Résolution adaptive de l'équation de Wiener-Hopf. Cas d'un canal de données affecté de gigue". Ann. Inst. Henri Poincaré, vol. 14, n° 3, p. 357-379 (1978).
- (6) E. EWEDA, O. MACCHI : "Un égaliseur rapide pour les giges de phase et de gain" 7ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice (Mai 1979).
- (7) E.D. GIBSON, M.A. CALOYANNIDES : "Coherent SSBSC Reception using no carrier or pilot tone" IEEE Inter. Conf. on Comm. Seattle (1973).
- (8) A. DESBLACHE : "Traitement numérique du signal appliqué aux transmissions de données". Thèse d'Etat Nice (Juin 1979).