

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

86/



NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

SYNTHESE DE FILTRES RECURSIFS BIDIMENSIONNELS

William TORRES

Laboratoire d'AUTOMATIQUE - INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES 35031 RENNES CEDEX FRANCE

RESUME

La restauration des images dégradées par du bruit ou une convolution peut s'effectuer par filtrage adaptatif au contexte local de l'image. Malheureusement la plupart des méthodes de calcul des filtres optimaux aboutissent à des filtres transversaux définis simplement par leurs réponses impulsionnelles bidimensionnelles d'étendue finie. Malgré les nombreux avantages des filtres transversaux (stabilité, possibilité de phase linéaire, etc.) ils ont l'inconvénient de posséder un nombre de coefficients plus important que les filtres récursifs équivalents. Le temps nécessaire pour filtrer une image étant pratiquement proportionnel au nombre de coefficients, il est intéressant d'élaborer des filtres numériques récursifs possédant la même réponse impulsionnelle qu'un filtre transversal donné.

Nous proposons une méthode de synthèse de filtres bidimensionnels récursifs à dénominateur séparable basée sur une approche littérale du calcul des coefficients. Le critère de minimisation de l'écart entre les deux réponses impulsionnelles est du type moindre carré. Différentes approximations transforment le problème initial non linéaire en un système linéaire ayant comme inconnues des coefficients du filtre récursif recherché.

La solution approchée obtenue sert à initialiser un algorithme de programmation non linéaire (P.N.L.) basé sur la méthode de Gauss.

Les résultats obtenus sont présentés sur des images filtrées successivement par un filtre transversal et le filtre récursif.

SUMMARY

The restoration of digital image degraded by noise or a convolution can be done by adapting digital filters to local properties of image. Unfortunately most of the computed methods of optimal filters lead to transversal filters defined simply by their two dimensional finite impulse response. In spite of the numerous advantages offered by the transversal filters (stability, possibility of linear phase) they have the inconvenience of having a larger number of coefficients than the equivalent recursive filters. The time needed to filter an image is practically proportional to the numbers of coefficient, therefore it is interesting to design a recursive digital filter having the same impulsive response as a given transversal filter.

We propose a method in designing two-dimensional recursive filter with separable denominator based on a literal approach to the calculus of the coefficients. The criterion for measure the error between two impulse response is a least-squares one. Various approach put the first non linear problem into a linear one where the unknowns are the coefficients of the searched recursive filter.

We get a closed solution giving an initial condition for a non linear programming based on the Gauss-method.

The final results are successively presented on filtered images by a transversal filter and the recursive one.



INTRODUCTION

Les travaux effectués au Laboratoire d'Automatique de l'I.N.S.A. de Rennes pour la déconvolution d'images dégradés par le flou ou du bruit conduisent à des filtres bidimensionnels (2-D) traversaux ou à réponse impulsionnelle d'étendue finie (R.I.F.) [1]. Les filtres obtenus sont non causaux et possèdent de (10 x 10) à (40 x 40) coefficients. Ceci entraîne des temps de calcul importants.

Dans le but de réduire le temps de calcul nous avons envisagé de synthétiser un filtre à réponse impulsionnelle d'étendue infinie (R.I.I.) (filtres récurifs) tels que les $K_1 \times K_2$ premières valeurs de sa réponse impulsionnelle approchent au mieux les $K_1 \times K_2$ valeurs de celles du filtre à R.I.F. donné.

Nous proposons une méthode de synthèse de filtres bidimensionnels à R.I.I. à dénominateur séparable basée sur une approche littérale du calcul des coefficients. Le critère de minimisation de l'écart entre les deux réponses impulsionnelles est du type moindre carrée. Différents approximations transforment le problème initial non linéaire en un système linéaire ayant comme inconnues les coefficients du filtre à R.I.I. recherché.

La solution approchée obtenue sert à initialiser un algorithme de programmation non linéaire basé sur la méthode de Gauss.

1 - METHODES DE SYNTHESE APPROCHEES

La méthode générale que nous allons employer consiste à mesurer l'écart entre les $K+1$ valeurs de la réponse impulsionnelle à approcher \vec{g} et les $K+1$ premières valeurs de la réponse impulsionnelle \vec{h} du filtre à R.I.I. cherché, le critère le plus naturel permettant la mesure de l'écart est l'erreur quadratique ϵ , défini par :

$$\epsilon(\vec{x}) = \vec{e}^T \vec{e} \quad (1)$$

\vec{e} est la vecteur d'écart défini par :

- Cas monodimensionnel (domaine temporel)

$$\vec{e}^T = \vec{h}^T - \vec{g}^T = [e_0 \ e_1 \ \dots \ e_K]$$

$e_i = h_i - g_i$ dénote l'écart entre les deux réponses impulsionnelles au point i

$$\text{et } \vec{h}^T = [h_0 \ h_1 \ \dots \ h_K]$$

$$\vec{g}^T = [g_0 \ g_1 \ \dots \ g_K]$$

- Cas bidimensionnel (domaine spatial)

$$\vec{e}^T = \vec{h}^T - \vec{g}^T = [e_{00} \ e_{01} \ \dots \ e_{0K_2} \ e_{10} \ \dots \ e_{K_1 K_2}]$$

où $e_{m,n} = h_{m,n} - g_{m,n}$ dénote l'écart entre les deux

réponses impulsionnelles au point (m,n)

$$\text{et } \vec{h}^T = [h_{00} \ h_{01} \ \dots \ h_{0K_2} \ h_{10} \ \dots \ h_{K_1 K_2}]$$

$$\vec{g}^T = [g_{00} \ g_{01} \ \dots \ g_{0K_2} \ g_{10} \ \dots \ g_{K_1 K_2}]$$

vecteur de $(K_1+1) (K_2+1)$ coefficients.

Les coefficients du filtre à R.I.I. 1-D ou 2-D sont calculés pour que l'erreur quadratique ϵ soit minimale (moindres carrées). Une approche analytique de cette minimisation est décrite par la suite dans le cas monodimensionnel et bidimensionnel.

A - Approche monodimensionnel

La fonction de transfert d'un filtre digital à R.I.I. causal s'écrit :

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^i}{1 + \sum_{i=1}^M b_i z^{-i}} = \sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i} \quad (2)$$

M et N doivent être le plus petit possible et $M \geq N$. La séquence $\{h(n)\} = [h_0 \ h_1 \ \dots]$ est la réponse impulsionnelle du filtre.

Etant donné une certaine réponse impulsionnelle d'étendue finie \vec{g} , de longueur $K+1$, nous voulons calculer les $M+N+1$ coefficients a_i et b_i de $H(z)$ tels que les $K+1$ premiers coefficients de \vec{h} approchent au mieux \vec{g} . Nous choisissons comme critère de mesure l'erreur quadratique moyenne ϵ définie par :

$$\epsilon = \sum_{i=0}^K (h_i - g_i)^2 \quad (3)$$

A partir de (2) nous déduisons :

$$h_n = a_n - \sum_{i=1}^M b_i h_{n-i} \quad \text{si } n \leq N \quad (4.a)$$

$$h_n = - \sum_{i=1}^M b_i h_{n-i} \quad \text{si } n > N \quad (4.b)$$

Les coefficients a_i et b_i sont calculés de telle façon que l'erreur quadratique $\epsilon(\vec{a}, \vec{b})$ soit minimale. \vec{a} et \vec{b} étant des vecteurs contenant les coefficients a_i et b_i de $H(z)$:

$$\vec{a}^T = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_N]$$

$$\vec{b}^T = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_M]$$

Nous pouvons remarquer que $\epsilon(\vec{a}, \vec{b})$ est une fonction non linéaire des coefficients de \vec{a} et \vec{b} . En conséquence, le problème de minimisation de $\epsilon(\vec{a}, \vec{b})$ ne possède, en général, aucune solution analytique possible.

Nous allons décrire maintenant une méthode approchée de minimisation de $\epsilon(\vec{a}, \vec{b})$ et ensuite généraliser la méthode au cas bidimensionnel.



Une première approche possible consiste à résoudre le système d'équations (4) en faisant ($h_n = g_n, 0 \leq n \leq K$). Ceci conduit à une erreur nulle sur les $M+N+1$ premiers coefficients, malheureusement cette approche introduit souvent des erreurs trop grandes pour les $K-M-N$ derniers coefficients. Cette méthode s'appelle "approche de Padé".

La deuxième approche consiste à minimiser l'erreur quadratique sur les $K-N$ derniers coefficients, qui sont fonction des coefficients b_i seulement. Cette erreur quadratique $\epsilon_1(\vec{b})$ est définie par :

$$\epsilon_1(\vec{b}) = \sum_{n=N+1}^K (h_n - g_n)^2 \quad (5)$$

ou bien :

$$\epsilon_1(\vec{b}) = \sum_{n=N+1}^K \left(\sum_{i=1}^M b_i h_{n-i} + g_n \right)^2 \quad (6)$$

$e_m = h_m - g_m$ est l'erreur sur le coefficient m , l'équation (6) s'écrit :

$$\begin{aligned} \epsilon_1(\vec{b}) = & \sum_{n=N+1}^K \left(\sum_{i=1}^M b_i g_{n-i} + g_n \right)^2 + \\ & + \sum_{n=N+1}^K \left(\sum_{i=1}^M b_i g_{n-i} + g_n \right) \left(\sum_{i=1}^M b_i e_{n-i} \right) + \\ & + \sum_{n=N+1}^K \left(\sum_{i=1}^M b_i e_{n-i} \right)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Le minimum de (7) ne pouvant pas être obtenu de façon analytique, nous n'allons minimiser que le premier terme car les deux autres termes sont d'un ordre de grandeur inférieur au premier. Ceci revient à calculer les coefficients b_i tels que :

$$g_n = -b_i g_{n-i}$$

Le minimum du premier terme est obtenu en annulant sa dérivée par rapport aux coefficients de \vec{b} . Ceci nous conduit à un système d'équation de terme général :

$$\sum_{i=1}^M b_i \left(\sum_{n=N+1}^K g_{n-i} g_{n-l} \right) = \sum_{n=N+1}^K g_n g_{n-l} \quad 1 \leq l \leq M$$

Ce système d'équation peut être résolu par les méthodes classiques de Choleski ou Gauss. Récemment un algorithme réduisant de quelque peu le nombre de multiplications utilisées par les méthodes classiques a été développé [7]

B - Approche bidimensionnel

Nous allons calculer les coefficients d'un filtre 2-D récursif et à dénominateur séparable avec une méthode analytique qui est une extension du cas monodimensionnel. Nous ne considérons que les filtres à dénominateur séparable car les tests de stabilité sont beaucoup plus simples que pour les filtres à dénominateur non séparable [2].

Soit $H(Z_1, Z_2)$ la fonction de transfert du filtre à R.I.I. 2-D à dénominateur séparable et soit \underline{h} la séquence à deux indices contenant sa réponse impulsionnelle. La fonction de transfert est :

$$H(Z_1, Z_2) = \frac{\sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} a_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j}}{\left(\sum_{i=0}^{M_1} b_i z_1^{-i} \right) \left(\sum_{j=0}^{M_2} c_j z_2^{-j} \right)} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} h_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j} \quad (8)$$

avec $b_0 = c_0 = 1$

Et soit \underline{g} la séquence à deux indices d'étendue finie représentant la réponse impulsionnelle que nous désirons approcher. Celle-ci peut être considérée comme la réponse impulsionnelle d'un filtre à R.I.F. de fonction de transfert $G(Z_1, Z_2)$:

$$G(Z_1, Z_2) = \sum_{i=0}^{K_1} \sum_{j=0}^{K_2} g_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j} \quad (9)$$

Désormais les coefficients du filtre à R.I.I. vont être notés par :

- Le vecteur des coefficients du numérateur avec $(N_1 + 1)(N_2 + 1)$ composantes :

$$\vec{a}^T = [a_{00} a_{01} \dots a_{0N_2} a_{10} \dots a_{N_1 N_2}]$$

- Le vecteur des coefficients du dénominateur qui agissent sur les signaux de sortie du filtre ligne par ligne, pour une colonne fixée avec M_1 composantes :

$$\vec{b}^T = [b_1 b_2 \dots b_{M_1}]$$

- Le vecteur des coefficients du dénominateur qui agissent sur les signaux de sortie du filtre colonne par colonne, pour une ligne fixée avec M_2 composantes

$$\vec{c}^T = [c_1 \dots c_{M_2}]$$

Les composantes des vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} sont calculées pour que l'erreur quadratique ϵ soit minimale :

$$\epsilon(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \sum_{m=0}^{K_1} \sum_{n=0}^{K_2} e_{m,n}^2 \vec{e}^T \vec{e} \quad (10)$$

où $e_{m,n} = h_{m,n} - g_{m,n}$

La relation entre $h_{m,n}$ et les coefficients du filtre est obtenue à partir de (8)



$$h_{m,n} = a_{m,n} - \sum_{i=0}^{M_1} b_i \sum_{j=0}^{M_2} C_j h_{m-i,n-j} \quad \text{si } m \leq N_1 \text{ et } n \leq N_2 \quad (11.a)$$

$$h_{m,n} = - \sum_{i=0}^{M_1} b_i \sum_{j=0}^{M_2} C_j h_{m-i,n-j} \quad \text{si } m > N_1 \text{ ou } n > N_2 \quad (11.b)$$

Une première approche du minimum de ϵ est obtenue avec la méthode analytique décrite dans le cas monodimensionnel. Les coefficients de \vec{b} sont calculés pour rendre minimal l'erreur quadratique ϵ' sur la première colonne de la réponse impulsionnelle ($n=0$) :

$$\epsilon'(\vec{b}) = \sum_{i=N_1+1}^{K_1} e_{i0}^2 = \sum_{i=N_1+1}^{K_1} (h_{i0} - g_{i0})^2 \quad (12)$$

De même les coefficients de \vec{c} sont calculés pour rendre minimal l'erreur quadratique ϵ'' sur la première ligne de la réponse impulsionnelle ($m=0$) :

$$\epsilon''(\vec{c}) = \sum_{j=N_2+1}^{K_2} e_{0j}^2 = \sum_{j=N_2+1}^{K_2} (h_{0j} - g_{0j})^2 \quad (13)$$

ensuite les coefficients de \vec{a} sont calculés à partir de (11.a)

Une approche plus fine est obtenue si nous calculons le vecteur \vec{b} ou \vec{c} par la méthode monodimensionnelle et puis nous calculons l'autre vecteur en minimisant l'erreur quadratique sur le reste des valeurs des réponses impulsionnelles. Nous décrivons ceci en considérant que les coefficients de \vec{c} sont calculés par la méthode monodimensionnelle. Les coefficients de \vec{b} sont obtenus par minimisation de :

$$\epsilon_1(\vec{b}) = \sum_{m=1}^{K_1} \sum_{n=N_2+1}^{K_2} e_{m,n}^2 + \sum_{m=N_1+1}^{K_1} \sum_{n=0}^{N_2} e_{m,n}^2 \quad (14)$$

Des approches semblables à celles faites dans le cas monodimensionnel nous permettent d'aboutir au système d'équations suivant :

$$\sum_{i=1}^{M_1} b_i \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{K_1} \sum_{n=N_2+1}^{K_2} f_{n-i,n} f_{n-1,n} + \sum_{m=N_1+1}^{K_1} \sum_{n=0}^{N_2} f_{m-i,m-1,n} \\ \sum_{n=1}^{K_1} \sum_{m=N_2+1}^{K_2} f_{m,n} f_{m-1,n} + \sum_{m=N_1+1}^{K_1} \sum_{n=0}^{N_2} f_{m,n} f_{m-1,n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{K_1} \sum_{n=N_2+1}^{K_2} f_{n-i,n} f_{n-1,n} + \sum_{m=N_1+1}^{K_1} \sum_{n=0}^{N_2} f_{m-i,m-1,n} \\ \sum_{n=1}^{K_1} \sum_{m=N_2+1}^{K_2} f_{m,n} f_{m-1,n} + \sum_{m=N_1+1}^{K_1} \sum_{n=0}^{N_2} f_{m,n} f_{m-1,n} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$1 \leq i \leq M_1$

avec $f_{m,n} = \sum_{j=0}^{M_2} C_j g_{m,n-j}$ (16)

Les coefficients de \vec{b} sont obtenus en résolvant (15). En remplaçant les coefficients obtenus dans (11.a) et en résolvant ce système d'équations nous

obtenons les coefficients de \vec{a}

2 - OPTIMALISATION

Les méthodes analytiques décrites étant sous-optimums, et étant donné que l'erreur quadratique ϵ est une fonction non linéaire des coefficients du filtre il est nécessaire d'utiliser des algorithmes de programmation non linéaire (P.N.L.) [3].

L'algorithme que nous utilisons ici est une méthode de descente obtenue par extension de la méthode de Gauss car parmi les méthodes de descente, celles basées sur cette dernière méthode sont en général les plus efficaces lorsqu'il s'agit de minimiser une fonction du type erreur quadratique [4][5].

Algorithme de linéarisation

L'algorithme de linéarisation est une extension de la méthode de Gauss à notre problème particulier.

L'équation aux différences donnant la sortie du filtre à R.I.I. à dénominateur séparable s'écrit :

$$y_{m,n} = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} a_{m,n} x_{m-i,n-j} - \sum_{i=0}^{M_1} b_i \sum_{j=0}^{M_2} c_j y_{m-i,n-j} \quad (17)$$

où $\{x(m,n)\}$ est la séquence à l'entrée du filtre et $\{y(m,n)\}$ la séquence de sortie correspondante. En particulier, si \underline{x} est la fonction de Dirac 2-D la sortie \underline{y} est la réponse impulsionnelle du filtre.

Les coefficients du filtre sont les coefficients des vecteurs \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} et vont être calculés pour que la réponse \underline{y} à une entrée quelconque \underline{x} approche le mieux la réponse désirée \underline{d} .

L'écart entre les deux réponses est :

$$\vec{e} = \vec{y} - \vec{d} \quad (18)$$

où $\vec{y}^T = [y_{00} y_{01} \dots y_{0K_2} y_{10} \dots y_{1K_2} \dots y_{K_1 K_2}]$
 $\vec{d}^T = [d_{00} \dots d_{0K_2} d_{10} \dots \dots d_{K_1 K_2}]$
 $\vec{e}^T = [e_{00} \dots e_{0K_2} e_{10} \dots \dots e_{K_1 K_2}]$

et $e_{m,n} = y_{m,n} - d_{m,n}$ est l'écart entre les deux réponses au point (m,n) .

Prenons l'erreur quadratique $\epsilon(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ comme mesure de l'erreur entre les deux réponses, les coefficients de \vec{a}, \vec{b} et \vec{c} vont être calculés pour que ϵ soit minimale. Ainsi, ϵ est définie par :

$$\epsilon(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \sum_{m=0}^{K_1} \sum_{n=0}^{K_2} (y_{m,n} - d_{m,n})^2 = \vec{e}^T \vec{e} \quad (19)$$

Le gradient de ϵ par rapport aux coefficients des vecteurs \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} est donné par :

$$\vec{\nabla} \epsilon = 2 D^T \vec{e} \quad (20)$$

$$\text{où } \vec{\nabla} \epsilon = \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial b_1} \dots \frac{\partial \epsilon}{\partial b_{M_1}} \frac{\partial \epsilon}{\partial c_1} \dots \frac{\partial \epsilon}{\partial c_{M_2}} \frac{\partial \epsilon}{\partial a_{00}} \dots \frac{\partial \epsilon}{\partial a_{N_1 N_2}} \right] \quad (21)$$

$$D = \left[\frac{\partial \vec{y}}{\partial b_1} \dots \frac{\partial \vec{y}}{\partial b_{M_1}} \frac{\partial \vec{y}}{\partial c_1} \dots \frac{\partial \vec{y}}{\partial c_{M_2}} \frac{\partial \vec{y}}{\partial a_{1,0}} \dots \frac{\partial \vec{y}}{\partial a_{N_1 N_2}} \right] \quad (22)$$

parfois la matrice D est appelé "Jacobien", et possède de $\left[(K_1+1)(K_2+1), (M_1+M_2+(N_1+1)(N_2+1)) \right]$ coefficients.

Les coefficients des vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} vont être perturbés dans la direction descendante \vec{p}_a , \vec{p}_b et \vec{p}_c respectivement. En développant en série de Taylor le vecteur \vec{y} et en se limitant au premier ordre, on obtient :

$$\vec{y}(\vec{a}+\vec{p}_a, \vec{b}+\vec{p}_b, \vec{c}+\vec{p}_c) = \vec{y}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) + D \begin{bmatrix} \vec{p}_b \\ \vec{p}_c \\ \vec{p}_a \end{bmatrix} \quad (23)$$

équation que nous pouvons remplacer dans (3)

$$\epsilon = (\vec{y}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) + D\vec{p} - \vec{d})^T (\vec{y}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) + D\vec{p} - \vec{d}) \quad (24)$$

où $\vec{p}^T = [\vec{p}_b \ \vec{p}_c \ \vec{p}_a]$ est le vecteur de perturbation.

La valeur de \vec{p} qui donne l'erreur quadratique ϵ minimum, est obtenue par la pseudo inverse :

$$\vec{p} = -\frac{1}{2} [D^T D]^{-1} D^T \vec{e} = -[D^T D]^{-1} \vec{\nabla} \epsilon \quad (25)$$

La matrice $D^T D$ est toujours définie positive.

La nouvelle valeur des vecteurs contenant les coefficients du filtre (après perturbation) \vec{a}_{K+1} , \vec{b}_{K+1} , \vec{c}_{K+1} sont obtenus à partir de son ancienne valeur par :

$$\begin{aligned} \vec{a}_{K+1} &= \vec{a}_K + \alpha_0 \vec{p}_a \\ \vec{b}_{K+1} &= \vec{b}_K + \alpha_0 \vec{p}_b \\ \vec{c}_{K+1} &= \vec{c}_K + \alpha_0 \vec{p}_c \end{aligned} \quad (26)$$

où α est un scalaire, choisi pour que

$$\begin{aligned} \left[\epsilon(\alpha) \right] &\leq \epsilon(\alpha) & 0 < \alpha \leq 1 \\ \alpha &= \alpha_0 \end{aligned} \quad (27)$$

Le choix de α_0 peut conduire à des méthodes de minimalisation demandant davantage du temps de calcul. Dans la pratique nous choisissons $\alpha_0 = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ tels qu'ils vérifient (27)

Une remarque importante peut être faite au sujet de la matrice D qui est à première vue assez complexe. Il est simple de démontrer les propriétés suivantes :

$$\frac{\partial y_{m+1, n+1}}{\partial a_{K+1, 1+1}} = \frac{\partial y_{m, n}}{\partial a_{K, 1}} \quad (28)$$

$$\frac{\partial y_{m+1, n+1}}{\partial b_{K+1}} = \frac{\partial y_{m, n}}{\partial b_K} \quad (29)$$

$$\frac{\partial y_{m, n+1}}{\partial c_{1+1}} = \frac{\partial y_{m, n}}{\partial c_1} \quad (30)$$

Alors il suffit de connaître les dérivées de \vec{y} par rapport à a_{00} , b_1 et c_1 , les dérivées par rapport aux autres coefficients sont obtenues par simple décalage.

Des simplifications supplémentaires sont obtenues lorsque la réponse désirée est la réponse impulsionnelle.

Pour assurer la stabilité du filtre obtenu nous faisons un test sur les coefficients du dénominateur. Si après optimisation le filtre obtenu n'est pas stable, nous incrementons le nombre de coefficients K_1 et K_2 . Ceci revient à ajouter des zéros additionnels à la réponse impulsionnelle donnée.

RESULTATS

Nous avons approché des filtres non causaux employés en traitement d'images dans le but de réduire le temps de calcul. La figure 1 représente la réponse impulsionnelle d'un filtre optimal dans le sens de Wiener utilisée pour le traitement d'une image dégradée par du flou et du bruit et possède (29x37) coefficients. Dans la figure 2 est présentée la réponse impulsionnelle du filtre approchée de degré 2 en Z_1 et Z_2 au numérateur et au dénominateur. La figure 3 représente la différence de deux réponses impulsionnelles.

Avec ces deux filtres nous avons traité l'image dégradée (Port de Binic). La figure 4 représente une ligne d'images où sont superposées les lignes avant et après dégradation. A la figure 5 nous avons la même ligne traitée par les deux filtres et la différence des deux traitements. On peut remarquer les effets du bord dus à l'initialisation des filtres.

Les images avec ces résultats seront présentées au colloque.

CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode de synthèse de filtres numériques, récursifs, bidimensionnels et stables, destinés au traitement des images. Cette méthode s'appuie sur une solution analytique approchée suivie d'une optimisation par programmation non linéaire. Ces travaux permettent notamment le passage d'un filtre récursif équivalent et possédant un nombre de coefficients réduit par rapport au filtre transversal. Lors des opérations de filtrage le gain de



SYNTHESE DE FILTRES RECURSIFS BIDIMENSIONNELS

temps en unité centrale est sensiblement proportionnel au nombre de coefficients du filtre.

Nous avons testé la méthode sur des filtres de restauration d'images présentant un défaut de flou ou de bougé. La comparaison des réponses impulsionnelles témoigne de la bonne approximation que permet la méthode. Les images restaurées par les deux types de filtres sont de qualité semblable et le temps de filtrage est passé de 4h pour un filtre transversal à 15 minutes pour un filtre récursif sur le même mini-calculateur HP 21 MXE. Enfin des structures spécifiques à base de microprocesseurs en tranches devraient encore abaisser le temps de filtrage [6].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Ronsin J. - "Déconvolution en temps réel. Application au traitement des images". Thèse 3ème cycle. Université de Rennes. 1977.
- [2] Shanks J. and Justice J. - "Stability and synthesis of two-dimensional recursive filters". IEEE Trans. on audio and Electroacoustics. Vol. Au-18, N°2, pp 123-129, June 1970.
- [3] Brophy F. and Salazar - "Recursive digital filters synthesis in the time domain". IEEE ASSP Vol22, Feb 1974.
- [4] Bard Y. - "Comparaison of gradient methods for the solution of non linear parameters estimation problems". SIAM J. Numer. analysis, Vol 7, N°1, pp 157-186, March 1970.
- [5] Cadsow J. - "Recursive digital filters synthesis via gradient based algorithms". IEEE Trans. on acoustics, speech and signal processing, Vol ASSP 24, N°5, pp 349-355, Oct 1976.
- [6] J. Pellegrin - Mémoire de DPE, INSA Octobre 1977.
- [7] Morf, Dickinson, Kailath and Vieira. "Efficient solution of covariance equations for linear prediction" IEEE Trans. on acoustics speech and signal proc, Vol. ASSP-25, N°5, pp 429-433, oct. 1977.

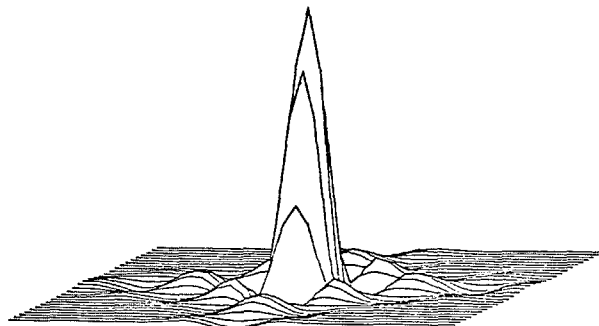


Figure 1 : Réponse impulsionnelle du filtre à approxier

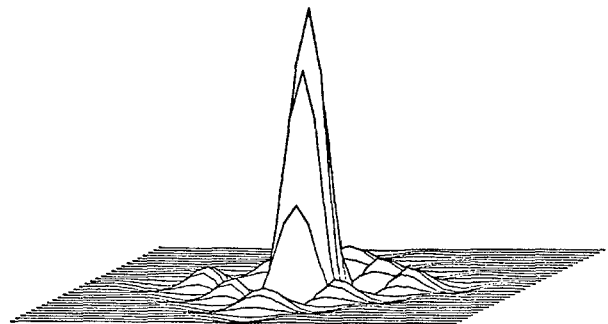


Figure 2 : Réponse impulsionnelle du filtre récursif obtenu



Figure 3 : Valeur absolue de l'écart entre les deux réponses.

