

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

C. GUEGUEN

DEPARTEMENT SYSTEMES ET COMMUNICATIONS
ENST. 46 rue Barrault, 75634, PARIS - Cedex 13

RESUME

L'article passe en revue les différents problèmes de traitement du signal où les techniques de modélisation semblent apporter une contribution intéressante. On présente ainsi une introduction à la modélisation des systèmes et des signaux par identification paramétrique. Les techniques récentes de calcul rapide et efficace des modèles linéaires sont ensuite introduites. Des exemples d'utilisation de cette approche sont fournis en analyse, synthèse, transmission, filtrage, égalisation, et détection ... sur des signaux aussi variés que la parole, les images, l'électro encéphalogramme, etc ... Une généralisation aux techniques structurelles est proposée.

SUMMARY

This paper is a tutorial introduction to various digital signal processing problems that can be advantageously attacked using modeling techniques. The principles of model identification for signals and systems are introduced. The new efficient computer techniques for fast identification of linear models are then compared. Examples of this approach for analysis, synthesis, transmission, filtering, equalization, detection ... of various complex signals are given. A generalization towards structural methods is then proposed.



1 - Introduction

Les théories des signaux et des systèmes tendent à se rapprocher pour ne former qu'un ensemble de techniques cohérentes. Cette évolution, bien qu'accéléérée, n'est pas récente, tant le dialogue entre ces deux concepts a toujours été nécessaire. Celui-ci s'instaure en particulier sous deux angles :

- le système apparaît comme l'instrument de distorsion ou de traitement principal du signal (canal imparfait, filtre, égaliseur, ...)
- un signal peut souvent trouver sa source, son dispositif de synthèse dans un système répondant à une excitation standard.

Le problème central de la théorie des systèmes est celui de la modélisation mathématique. Cette modélisation, opération souvent longue et délicate est toujours entreprise en fonction d'un but : compréhension de la nature intime des phénomènes, simple représentation du comportement externe du système ou une variété d'objectifs intermédiaires entre ces deux extrêmes. Si les premières tentatives ont pu se contenter d'une approche abstraite et purement mathématique (mécanique, astronomie ...), l'avènement des systèmes complexes a rendu caduque cette approche et a contraint à une démarche expérimentale de portée générale : l'identification.

Ce processus, rappelé par la figure 1, vise à ajuster les paramètres d'un modèle convenablement caractérisé, de façon à maximiser la ressemblance de comportement entre système et modèle. L'approche laisse place à une grande richesse de variantes selon des choix à priori du modèle, du type de critère, de l'excitation retenue ... Dans certaines de ces variantes, des techniques de calcul à la fois robustes et rapides ont pu être mises au point et ont entraîné un regain récent d'activités dans le domaine.

Mais l'un des aspects favorables de l'approche réside dans un traitement homogène des signaux et systèmes. Dans cette optique, on cherchera à modéliser le processus générateur du signal. Pour cela le signal réel y_t sera confronté avec un signal synthétique \hat{y}_t engendré par un modèle répondant à une excitation standard convenablement choisie. La définition d'une erreur ϵ_t , globalisée par un critère (en général statistique) permettra l'ajustement optimal du modèle. Il s'agit alors d'une analyse par synthèse extrêmement profitable.

Il est dès lors intéressant d'évaluer la contribution que ces deux types de modélisation (système et signal) peuvent apporter à la solution des problèmes classiques de traitement du signal. C'est ce qui sera tenté dans ce papier où l'on mettra en relief l'apport de la modélisation à des domaines aussi divers que l'analyse, la transmission, la classification des signaux, l'égalisation et le filtrage.

2 - Principes de la modélisation [1] à [4]

Comme on l'a entrevu, l'identification possède sa panoplie de méthodes efficaces de calcul. Mais elle laisse aussi place à un grand nombre de choix à priori où pourra se manifester l'art de l'ingénieur ... Ces à priori sont des limitations que l'on exploitera si possible pour améliorer les techniques de calcul, mais ce sont aussi des degrés de liberté permettant de "travailler à patron" dans un contexte donné et d'introduire des connaissances exogènes aux simples mesures.

2.1 - Modèles

Quand il s'agit de traitement du signal, l'équilibre de la modélisation se déplace de la connaissance vers la représentation. Le but étant le plus souvent technique, la justification du modèle sera une représentation suffisamment précise pour l'application envisagée. On retiendra alors des modèles simples (linéaire par exemple), de complexité ajustable (ordre du modèle) et de portée générale.

Dans ce contexte on utilise volontiers les modèles linéaires à temps discret (pour implantation numérique) liant les entrées et sorties échantillonnées u_t et y_t : réponse impulsionnelle ou moyenne glissante MA (Moving Average) (1), modèle auto-régressif monodimensionnel AR (2), modèle ARMA ...

$$y_t = \sum_{i=0}^q h_i u_{t-i} \quad (1) \quad y_t + \sum_{i=0}^p a_i y_{t-i} = u_t \quad (2)$$

On note une prédominance naturelle des modèles AR explicable par la simplicité de la formulation, mais aussi par leur concision et leur aptitude à véhiculer une information privilégiée sur le système : la dynamique des modes propres.

Le choix particulier d'un modèle sera un compromis entre la fidélité (par rapport aux données, aux connaissances à priori ...) et la complexité. La possibilité



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

dans les modèles linéaires de modifier les ordres p et q , ou de laisser évoluer les paramètres au cours du temps semble à ce titre un bon compromis.

2.2 - Entrées et bruits

L'une des libertés de choix essentielle en identification est la classe d'entrées. L'ajustement des paramètres n'est réalisé que dans ce contexte restreint : l'opération comporte donc systématiquement un risque, le système en cours d'utilisation pourra être soumis à des entrées diverses, non prévues. Certaines entrées peuvent mettre en relief des propriétés marginales ou essentielles du système.

Ceci est d'autant plus vrai en analyse du signal où toute la connaissance de l'entrée repose sur des hypothèses et non des mesures. Il sera alors assez artificiel en l'absence d'informations complémentaires d'attribuer tout ou partie des propriétés du signal au système ou à la source (entrée). Une attitude raisonnable est alors de reporter tout l'effort sur le système en faisant l'hypothèse d'une entrée neutre et dépourvue d'information (dirac, bruit blanc).

Les excitations appliquées au système peuvent être des entrées voulues ou des bruits. Mais comme on cherchera souvent à identifier le système dans son environnement naturel, les entrées seront seulement constatées. Dans ces conditions on pourra les considérer comme aléatoires ou déterministes selon l'interprétation la plus profitable. La différence essentielle réside dans une mesure plus ou moins détaillée de l'excitation. Dans le cas de la modélisation de signal, les propriétés statistiques de cette excitation seront inconnues et devront être estimées en même temps que les paramètres du système.

2.3 - Erreurs et critères

Le point de comparaison entre système et modèle aura à l'évidence une influence primordiale. S'il est assez naturel de comparer les sorties, construisant ainsi une "erreur de sortie", en plaçant système et objet en parallèle, il est possible de placer en cascade système et un modèle inverse engendrant une "erreur d'entrée". De nombreuses solutions intermédiaires sont envisageables, parmi lesquelles celle de l'erreur d'équation est d'un intérêt particulier. Dans cette approche l'erreur coïncide avec l'estimation du bruit perturbateur (voir Figure 2).

A partir de cette erreur instantanée, divers critères statistiques peuvent être construits. Ils peuvent être plus ou moins élaborés et fournir des indications sur la qualité de l'estimation, mais demandent en échange des informations à priori sur le bruit ou les paramètres à chercher (moindres carrés, maximum de vraisemblance, Bayes ...). Si le but final est l'estimation des paramètres, certains critères (moindres carrés, moindres carrés pondérés ...) peuvent se révéler meilleurs (biais, variance de l'estimation ...).

Le point de mesure de l'erreur étant choisi, l'identification peut encore se prêter à diverses interprétations selon la normalisation imposée aux paramètres du système. Dans l'exemple du modèle AR (2) avec la contrainte $a_0 = 1$, il s'agira naturellement d'une erreur de prédiction. Le même modèle avec une contrainte de norme sur le vecteur des paramètres correspond à un simple ajustement de courbes et donne des résultats fondamentalement différents; ces normalisations reviennent à interpréter d'une manière différente la cause de l'erreur constatée.

3 - Les méthodes rapides d'identification

Malgré son intérêt méthodologique évident l'identification n'aurait pas connu son développement actuel sans l'existence de techniques de calcul numérique rapides et efficaces. Dans le contexte de la modélisation du signal, l'opération se réduit à son essence qui est l'identification d'un modèle auto-régressif soumis à un bruit blanc inconnu [5]. Des progrès récents ont permis l'avènement de méthodes de calcul rapide qui dépassent le simple cadre de la résolution numérique.

3.1 - Formulation

Le choix d'un modèle auto-régressif excité par un bruit blanc inconnu u_t (non mesuré) et d'une erreur d'équation (ou d'entrée) conduit à la figure 2. L'erreur étant une estimation du bruit d'entrée si $a_0 = 1$, le processus peut être interprété comme un filtrage inverse tentant de blanchir le signal y_t , le résultat étant une factorisation spectrale. De même cette normalisation, s'interprète comme une prédiction optimale de y_t à partir d'une combinaison linéaire d'échantillons précédents, l'erreur étant due à l'intervention du bruit d'entrée.



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

$$\epsilon_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - \sum_{i=1}^p \hat{a}_i y_{t-i} = \hat{u}_t \quad (4)$$

Si l'on retient le critère des moindres carrés de l'erreur, diverses variantes peuvent être envisagées en fonction de l'horizon considéré. Introduisant les matrices (de Toeplitz) $\mathcal{Y}, \mathcal{Y}', \mathcal{Y}''$ bâties sur les données $y_s \dots y_t$ selon la figure 3. On a ainsi :

$$\begin{aligned} \text{MC 1} \quad C &= \sum_{i=s-p}^{t+p} \epsilon_i^2 = a^T (\mathcal{Y}^T \mathcal{Y}) a \\ \text{MC 2} \quad C' &= \sum_{i=s}^t \epsilon_i^2 = a^T (\mathcal{Y}'^T \mathcal{Y}') a \\ \text{MC 3} \quad C'' &= \sum_{i=s-p}^t \epsilon_i^2 = a^T (\mathcal{Y}''^T \mathcal{Y}'') a \\ \text{EQM} \quad C_\infty &= \sum_{i=s}^{\infty} \epsilon_i^2 = a^T (\mathcal{Y}_\infty^T \mathcal{Y}_\infty) a \end{aligned} \quad (5)$$

avec $a^T = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_p]$ et $a_0 = 1$

Il s'agit donc de minimiser une forme quadratique sous la contrainte $a_0 = 1$. On remarque que les formes en question sont diverses estimations de la matrice d'auto-corrélation R du signal. Dans les cas MC 1 et EQM, ces matrices ont la structure de Toeplitz. Ce n'est plus vrai pour MC 2, MC 3 du fait d'effets de bords, mais la matrice résultante demeure "proche" de Toeplitz. D'autres estimations de R pourraient d'ailleurs être introduites pour compléter ces variantes en considérant des fenêtres de pondération ou des estimateurs scalaires des coefficients d'auto-corrélation.

Dans tous les cas cependant, l'optimisation avec contrainte conduit à des équations linéaires classiques (Yule-Walker)

$$a^T \hat{R} = [\alpha \ 0 \ \dots \ 0], \quad a_0 = 1 \quad (6)$$

dont la partie terminale constitue les conditions d'orthogonalité données-innovations (pour un ordre p correct) et la première colonne étant l'estimation résultante α de l'écart-type du bruit. Ces équations donnent lieu à de nombreuses interprétations (réalisation stochastique, maximum d'entropie ...). Dans le cas des bruits gaussiens elles constituent l'aboutissement de toutes les approches. C'est donc leur résolution qui sera le coeur du problème : celle-ci sera abordée de manière récursive, soit en ordre p , soit en temps t , soit de manière mixte.

3.2 - Méthodes de corrélation et de covariance

L'équation (6) est un simple système linéaire et pourrait être résolue comme tel. Mais ce serait négliger le caractère très structuré de \hat{R} ce qui est de nature à accélérer et à réduire le calcul. Libérant ainsi les hypothèses sur \hat{R} à partir du cas de Toeplitz, on obtient une panoplie de méthodes rapides dites de corrélation ou de covariance, récursives sur l'ordre p .

Méthode de corrélation : Si les mesures sont accessibles sur un temps suffisant, ou convenablement pondérées, la matrice \hat{R} , estimation de l'autocorrélation d'un processus stationnaire est de Toeplitz symétrique. C'est encore le cas par construction pour MC 1. Cette matrice possède des propriétés qui la rendent insensible au sens direct ou rétrograde de la prédiction. On a :

$$\begin{aligned} b^T \hat{R} &= [0 \ \dots \ 0 \ \beta] \\ \text{avec} \quad b_i &= a_{p-i}, \quad b_p = a_0 = 1, \quad \beta = \alpha \end{aligned} \quad (7)$$

C'est sur cette propriété que se fonde l'algorithme de Levinson [6] perfectionné par Durbin, Robinson et autres [7] à [10] qui combine linéairement les vecteurs directs et rétrograde convenablement décalés pour construire la prédiction d'ordre $p + 1$.

Le coefficient de proportionnalité ainsi introduit, dit de réflexion ou de corrélation partielle, est fondamental : il permet de tester la stabilité du modèle (assurée si $\hat{R} > 0$), de calculer les modèles d'ordre successifs de façon indépendante, de représenter le prédicteur sous la forme d'un filtre en treillis symétrique doté de propriétés intéressantes [11]. La méthode s'étend au cas d'une matrice de Toeplitz non symétrique (inter-corrélation de signaux stationnaires) mais les prédictions directe et rétrograde ne sont plus réciproques. On remarque que l'ensemble des prédictions d'ordres successifs constitue une décomposition de Choleski de \hat{R} [12].

Méthode de covariance : Dans le cas où les mesures ne sont disponibles que sur une fenêtre (s, t) relativement courte (de l'ordre de 10 p), la matrice \hat{R} n'est plus une estimation convenable de la corrélation et, même en utilisant une fenêtre de pondération, les effets de bord deviennent trop importants : seul le critère MC 2 conserve un sens, \hat{R} prend la forme d'une simple matrice de covariance.



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Le mécanisme fondamental de l'algorithme, comme démontré par Markel et Gray demeure applicable [13]. Mais les deux prédictions directe et rétrograde ne sont plus simplement liées et doivent être menées indépendamment. Deux coefficients de prédiction distincts apparaissent. La stabilité du prédicteur n'est plus assurée. On note cependant que toute la structure de \hat{R} n'est pas utilisée. Pour compenser ces défauts, diverses méthodes fondées sur l'évaluation de coefficients de réflexion ont été introduites [14].

3.3 - Méthodes récursives en temps

Dans de nombreux cas, l'identification doit être réalisée "en ligne" ou "en temps réel". Les données ne sont pas disponibles globalement mais seulement par échantillon.

Si le signal peut être considéré comme stationnaire, l'estimation a_{t-1} est ré-actualisée à chaque instant t en prenant en compte l'erreur de prédiction constatée :

$$a_t = a_{t-1} + c_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t = y_t^T \hat{a}_{t-1} \quad (8)$$

$$\text{avec } y_t^T = [y_t \ y_{t-1} \ \dots \ y_{t-p}]$$

Dans le cas des moindres carrés récursifs, à s fixé, la valeur du gain c_t est exactement déterminée par :

$$c_t = R_t^{-1} y_t \quad \text{avec} \quad R_t = R_{t-1} + y_t y_t^T \quad (9)$$

Ce vecteur peut être calculé récursivement, de façon d'ailleurs assez coûteuse, en utilisant un lemme d'inversion de matrice classique. Quand on dispose d'informations à priori sur les paramètres et leur variance, l'algorithme devient un filtre de Kalman dégénéré (estimation Bayésienne en ligne) qui converge vers la solution précédente. On obtient ainsi asymptotiquement la solution de la méthode de corrélation.

Dans la pratique les signaux devront souvent être considérés comme faiblement non-stationnaires. Il conviendra alors de rendre l'actualisation (8) auto-adaptative. Ceci peut être réalisé par les moindres carrés à mémoire fixe en considérant :

$$c_t = R_{st}^{-1} y_t \quad ; \quad R_{st} = R_{s-1,t-1} + y_t y_t^T - y_{s-1} y_{s-1}^T \quad (10)$$

Une autre approche consiste à prévenir la décroissance naturelle du gain C_t par un facteur dans R_{st}^{-1} additif (bruit sur l'état du filtre de Kalman) ou multiplicatif (mémoire évanouissante).

Les calculs restent cependant complexes d'où diverses tentatives pour mettre au point des algorithmes sous-optimaux. Cette simplification peut s'exercer dans deux directions [15] à [17] :

- . calcul itératif de R_{st}^{-1} en approximant cette matrice par une matrice circulante, par une matrice diagonale, un scalaire et l'identité ... mais la rapidité de convergence décroît et l'algorithme devient sensible aux initialisations.
- . remplacement de la covariance par une version de plus en plus instantanée, on se rapproche alors de l'approximation stochastique, la convergence change de signification, le modèle devient apte à suivre des changements brusques des paramètres mais son comportement devient plus erratique.

3.4 - Récursions croisées temps-ordre

Les techniques traditionnelles précédentes n'utilisent qu'incomplètement la structure particulière de R_{st} qui demeure le produit de deux matrices de Toeplitz. Cette observation a pour la première fois été exploitée par Morf et Al [18] pour une solution efficace de la méthode de covariance. Dans ce cas, en effet, on observe que la solution d'un pas en p ne peut être atteinte que par l'introduction d'une nouvelle donnée temporelle y_t . On peut alors montrer que les récursions en ordre [18] et en temps [19] peuvent être obtenues par la combinaison linéaire convenable des prédictions directe et rétrograde et de deux vecteurs auxiliaires ajustant les effets de bords :

$$c^T R_{st} = [y_t \ y_{t-1} \ \dots \ y_{t-p}] \quad (11)$$

$$d^T R_{st} = [y_s \ y_{s-1} \ \dots \ y_{s-p}] \quad (12)$$

Ainsi toute progression en ordre demande un pas en temps, de même la récursion temporelle demande de passer transitoirement à l'ordre supérieur. On reconnaît en (11) et (12) les gains intervenant dans les moindres carrés récursifs qui sont ici calculés en exploitant le décalage du membre de droite. On retrouve alors les avantages de calcul de l'algorithme originel, des généralisations supplémentaires peuvent être fournies (les contenus de R_{st} et y_t^T, y_s^T ne sont pas liés).



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

4 - Application à l'analyse, synthèse, transmission du signal

4.1 - Représentation [20] à [27]

Le modèle AR mono-dimensionnel envisagé jusqu'à présent se prête particulièrement bien au calcul. Mais cet avantage peut être aussi étendu à des modèles plus généraux susceptibles de représenter des signaux plus complexes : modèle AR vectoriel dans le cas multidimensionnel (dérivations d'électro-encéphalographie par exemple), modèle AR bi-indice dans le plan (traitement d'image), modèle ARI pour les signaux à valeurs positives, possédant des tendances ... etc

Un type de modèle étant choisi, une grande variété de paramètres de représentation demeure disponible qui correspond aux diverses façons équivalentes de réaliser la même fonction de transfert par des schémas (filtres) différents. Les paramètres en question sont liés de manière bi-univoque mais non linéaires et ont des propriétés de sensibilité, classification ... différentes.

Il faut concéder que, malgré leur intérêt potentiel en concision de représentation, les modèles MA, ou ARMA ne bénéficient pas des mêmes avantages de calcul (dans le cas stochastique, fondamentalement non linéaire). Même si l'effort de calcul est consenti, il ne pourra s'agir que de signaux à déphasage minimal (zéros à l'intérieur du cercle unité). Dans le cas de signaux déterministes (modélisation de clicks de dauphin, par exemple), le choix d'un modèle MA correspond à une extension de la classe d'entrée.

4.2. Analyse spectrale [28] à [29]

L'établissement d'un modèle est sous une forme indirecte l'apprentissage des propriétés statistiques du second ordre du signal (auto-corrélation). L'hypothèse de bruit blanc d'excitation permet de reconstituer le spectre. L'approche paramétrique retenue s'oppose à celles plus traditionnelles de la corrélation plus FFT, ou de la pondération du périodogramme par les fenêtres d'estimation spectrale. On dispose ainsi de l'équation du spectre et non d'une courbe. Quand on laisse p et t tendre vers l'infini de manière cohérente, les deux types d'estimation ont des propriétés asymptotiques très proches. On ne dispose que de peu de résultats pour les p et les t faibles.

4.3 - Synthèse [30] à [33]

L'un des avantages fondamentaux de l'approche est qu'il s'agit d'une analyse par synthèse. Cet aspect réversible de l'analyse peut avoir son intérêt technique propre (synthèse de la parole par exemple avec un modèle de représentation du canal vocal excité par une source simulant la vibration des cordes vocales ou des bruits de constriction). C'est là d'ailleurs que la stabilité du modèle devient essentielle. Mais c'est aussi l'un des principaux garants de la qualité de l'analyse : pour des raisons techniques l'identification sera réalisée sur un critère dépourvu de signification physique propre (moindres carrés par exemple) alors qu'un critère naturel mais complexe s'impose (écoute par l'oreille humaine par exemple). La synthèse rend possible, à posteriori, la validation du critère d'analyse.

4.4 - Transmission, mémorisation [34] à [36]

La modélisation s'interprète en termes de codage de source, l'émetteur réalisant l'analyse, le récepteur la synthèse. C'est d'ailleurs cette motivation dans le cadre de la parole qui est à l'origine des principaux travaux rapportés ici. L'approche offre une grande variété de taux de transmission en jouant sur l'équilibre entre un modèle de la source et un modèle du système. En effet, le modèle étant choisi, l'erreur de prédiction est une excitation reproduisant le signal de façon quasi parfaite (aux erreurs de calcul près). La transmission d'un modèle plus ou moins complexe laissant un résidu plus ou moins riche en information permet le compromis optimal à débit fixé (ø modulation, excitation vocale, vocoder). Là encore, qu'il s'agisse de transmission ou de simple mémorisation, le choix des paramètres de représentation est important (coefficients de réflexion par exemple). Devant le nombre limité de formes à transmettre, il peut se prêter à un codage statistique élaboré.

5 - Filtrage - Egalisation

Certains signaux bénéficient lors de la modélisation d'une connaissance exacte de l'entrée; c'est le cas du filtrage, ou d'une reconstruction fidèle, c'est celui de l'égalisation.

5.1 - Modélisation et Filtrage [37] à [39]

Le problème classique du filtrage de Wiener s'in-

APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL
CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

terprète aisément en termes d'identification. Le modèle retenu est une réponse impulsionnelle tronquée, c'est-à-dire un modèle MA, et les données constituées par l'auto-corrélation de l'entrée V et l'inter-corrélation s entrée-sortie du système (jouant le rôle de sortie désirée après filtrage). On constate que le filtre n'est autre qu'un modèle, établi selon ces données, du système engendrant la sortie désirée (signal sans bruit) à partir de l'entrée (signal bruité). Les équations de Wiener-Hopf s'écrivent :

$$V h = s \tag{13}$$

et sont efficacement résolues par les algorithmes présentés plus haut.

L'extension au filtrage de Kalman n'est pas directe car dans ce cas on suppose qu'un modèle exact du système est pré-établi sous forme d'équations d'état. Cependant gardant le même modèle par réponse impulsionnelle, celui-ci peut être estimé récursivement par les équations (14)

$$\begin{cases} h_{t+1} = h_t + v_t & v_t, w_t \\ y_t = u_t^T h_t + w_t & \text{bruits blancs} \end{cases} \tag{14}$$

qui constituent un modèle d'état h_t dont l'estimation bénéficie de l'accélération de calcul déjà mentionnée.

5.2 - Egalisation numérique [40] à [43]

L'égalisation d'une ligne de transmission peut être conçue comme le filtrage des données reçues y_t perturbées par l'interférence entre symboles, par un modèle inverse du canal. Lors de la séquence d'initialisation les entrées (symboles) sont connues du récepteur. En cours de fonctionnement, on suppose l'estimation suffisamment bonne et les symboles assez bien distribués (information a priori) pour que l'organe de décision restitue un symbole correct. On est donc en présence d'un problème d'identification à entrée connue. Si le modèle inverse du canal est une réponse impulsionnelle tronquée, l'ajustement optimal de l'égaliseur linéaire ainsi défini répond à l'équation :

$$R h = s \tag{15}$$

où R est l'auto-corrélation des données reçues y_t et s l'inter-corrélation données reçues-symboles émis. L'équation (15) est du type précédent, on peut penser

que la modélisation du canal sous forme d'un filtre en treillis et l'utilisation des algorithmes rapides sont de nature à réduire la taille des mots et à accélérer l'égalisation sans concession à l'optimalité.

5.3 - Synthèse de Filtres [44] à [46]

Le processus d'identification peut être utilisé pour déterminer les paramètres d'un filtre numérique répondant à des spécifications données. Celles-ci peuvent être exprimées en termes de gabarit spectral, ou de réponse impulsionnelle. Dans le premier cas, l'application de la transformée de Fourier (inverse) fournit la séquence d'auto-corrélation correspondante d'où se déduit le modèle. Si la réponse impulsionnelle est donnée, il s'agit d'un problème d'identification avec entrée connue et l'on utilisera souvent le critère des moindres carrés. La technique peut être étendue pour utiliser à la fois les deux types d'information et a donné des succès intéressants en filtrage bi-dimensionnel.

6 - Détection, classification, segmentation de signaux

Identification et reconnaissance sont deux concepts voisins basés sur une opération d'apprentissage. Le modèle peut ainsi devenir un instrument naturel de classification permettant de reconnaître un signal, de l'opposer à des signaux voisins ou à sa propre évolution temporelle, d'y détecter des événements insolites.

6.1 - Reconnaissance [47][48]

La reconnaissance d'un signal est une opération en deux étapes dont la première est l'apprentissage des caractéristiques d'une classe homogène de signaux sur des exemples typiques. Ceci peut être réalisé en se basant sur l'ergodicité supposée du signal ce qui correspondra, par exemple, à moyennner les corrélations calculées sur des échantillons suffisants. A la variabilité naturelle du signal se superposera celle de la classe elle-même éventuellement introduite par le professeur de l'apprentissage. La matrice R est alors la matrice de corrélation moyenne de la classe, et l'on déterminera le modèle en minimisant :

$$C = a^T R a \quad \text{avec} \quad a_0 = 1$$

A cette occasion d'autres normalisations de a viennent à l'esprit correspondant à des techniques d'analyse de données classiques (K-L, analyse factorielle ...).



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

La reconnaissance proprement dite est alors le test de la validité du modèle sur un autre échantillon. Le critère C est alors comparé à un seuil dépendant de la variance de la classe. Le même critère est utilisé à l'apprentissage et à la reconnaissance. L'implantation se réalise efficacement par filtrage inverse des données par le modèle (soit sous forme temporelle soit globalement sur la corrélation) en ne nécessitant aucune modélisation en ligne.

6.2 - Classification [49] à [53]

L'identification classique réalisée sur une classe unique peut aussi bénéficier d'une généralisation inspirée des techniques de classification. Utilisant les données et modèles relatifs à un signal i à classer et à un signal j de référence, diverses quantités peuvent, en effet, être construites :

$$a_j^T R_i a_j, \quad a_j^T R_j a_j, \quad a_i^T R_j a_i, \quad a_i^T R_i a_i$$

celles-ci collaborent à diverses "distances" normalisées selon, par exemple, les expressions :

$$d_1 = \frac{a_j^T R_i a_j}{a_j^T R_j a_j}, \quad d_2 = \frac{a_i^T R_j a_i}{a_j^T R_j a_j}, \quad d_3 = \frac{a_i^T R_j a_i}{a_i^T R_i a_i} \dots$$

d_1 : ne nécessite aucun calcul d'identification en ligne, les seuls modèles utilisés étant établis une fois pour toutes lors de l'apprentissage. Mais ce n'est pas une distance véritable car il peut exister un signal i le résultat sur d_1 soit plus faible que celui de j lui-même.

d_2 : est une distance dont le minimum est obtenu par construction pour $a_i = a_j$, cependant son calcul nécessite une identification réalisée du moment même de la reconnaissance.

d_3 : suggère d'utiliser lors de la modélisation même des critères de type discriminant calculant le modèle a_i coïncident au mieux avec les données R_i tout en rejetant les données R_j le plus possible.

On passe ainsi de l'identification à la classification automatique, l'étape ultime étant d'identifier à la fois les classes et leurs modèles sans le concours d'un professeur.

6.3 - Détection, Segmentation [54] à [57]

L'un des apports principaux de la modélisation

semble être l'instauration d'un dialogue naturel entre temps et fréquence. Les informations contenues dans le modèle sont à horizon temporel large, la connaissance de sa fonction de transfert rétablit l'estimation spectrale. Mais, par ailleurs, le calcul de l'erreur de prédiction (pseudo-innovation), soit à postériori, soit de manière récurrente, permet une surveillance temporelle du processus.

Ainsi tout artefact, toute innovation (non contenue dans le passé) provoquent des erreurs de prédiction. Celle-ci (éventuellement filtrée sur une courte fenêtre temporelle) permet de détecter des événements imprévus se superposant au signal (pointes épileptiques en EEG, ouverture de la glotte en parole, frontière dans une image ...).

Une application intéressante est la segmentation d'un signal non stationnaire en périodes quasi-homogènes. Il pourra s'agir d'une évolution du système ou de l'excitation. Dans ce cas le signal est confronté avec son propre modèle soit direct soit rétrograde pour déceler des limites de validité. Les frontières sont en général moins brusques que dans le cas précédent. Contrairement aux techniques traditionnelles qui étudient la stabilité des paramètres représentatifs, la segmentation est ici réalisée après reconnaissance.

Une retombée très riche de l'approche est alors d'organiser l'interaction temps-fréquence par une gestion des algorithmes (récurrents auto-adaptatifs) de modélisation par des décisions temporelles issues de l'examen des innovations.

7 - Modélisation structurelle [58][59]

Les limites de l'approche statistique en traitement du signal sont nettement perceptibles. C'est le cas pour les images, où les traits pertinents d'une forme visuelle s'inscrivent dans l'agencement caractéristique d'éléments primitifs par eux-mêmes dépourvus d'information. De même les échelons supérieurs de l'analyse de la parole font intervenir des niveaux syntaxiques et linguistiques. L'aspect réduction de l'information de l'analyse de Fourier disparaît quand le signal est dépourvu de toute forme de "périodicité".

Il est donc nécessaire de décrire cet assemblage par un formalisme adapté qui échappe à la statistique. On se tournera alors vers les outils offerts par la théorie des langages dont l'objet même est de décrire



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

la structure de formes (phrases) résultant de la concaténation d'éléments primitifs (mots). Il faut alors extraire les primitives convenables (souvent par une technique statistique) puis de disposer d'un modèle -la grammaire- engendrant les éléments de la classe à reconnaître.

On rentre alors clairement dans un processus analogue à celui explicité précédemment dans le cas statistique. La grammaire est essentiellement considérée comme un modèle génératif, son apprentissage est une identification.

Le problème peut être abordé de nombreuses façons selon le type de grammaire et selon les connaissances disponibles à priori, mais n'a reçu pour l'instant que peu de solutions opérationnelles en reconnaissance des formes. Les recherches menées en ce domaine peuvent avantageusement se localiser sur l'inférence d'expressions régulières qui semblent devoir jouer dans ce contexte le même rôle de représentation que les systèmes linéaires précédemment décrits. Dans ce cadre théorique bien formulé, il est, en effet, possible d'élaborer des techniques rapides aboutissant à un compromis entre la spécificité de la grammaire vis-à-vis de l'échantillon, et sa complexité. Par ailleurs, les méthodes introduites ont été étendues à l'inférence coordonnée de plusieurs grammaires dans le même esprit d'accentuation du pouvoir discriminant.

La reconnaissance se fait en vérifiant l'appartenance de la phrase inconnue au langage engendré par l'une des grammaires de référence. Cette analyse syntaxique peut être comprise comme une inversion du modèle générateur. Cependant, pour tenir compte du caractère précaire des primitives détectées en pratique, on aura recours à une analyse syntaxique tolérante donc à une distance (non-binaire) entre phrase et grammaire modèle.

CONCLUSION

Ce plaidoyer en faveur de la modélisation en traitement du signal ne doit pas être interprété avec exagération car la méthodologie en question a aussi ses limites (nombreux à priori en particulier) et elle ne relègue pas au second plan les approches non paramétriques plus classiques. On peut cependant noter à l'actif de cette approche :

. la cohésion de la démarche mêlant signaux et sys-

tèmes partant des fonctions les plus simples de représentation jusqu'à celles très élaborées de la reconnaissance

- . la disponibilité de techniques opératoires robustes et efficaces implantables sur les outils modernes et qui pourraient donner lieu à toute une génération de processeurs spécialisés.
- . le bénéfice d'un dialogue temps-fréquence naturel permettant à partir de modèles simples de représenter des phénomènes évolutifs complexes.

Cet exposé ne prétend pas, non plus, établir un bilan de l'apport en question car de nombreux points d'importance ont été délibérément laissés sous silence (modèles MA, ordre optimal ...). Malgré le caractère un peu rebattu de la question (modèle linéaire, MC ...) certains de ces points restent du domaine actuel de la recherche ... alors que les premiers résultats s'implantent déjà dans le domaine industriel et commercial.

Références

- [1] K. ASTROM, P. EYKHOFF : System identification - a survey
Automatica, Vol 7, pp 123-162, 1971
- [2] P. EYKHOFF : System identification : parameter and state estimation
Wiley, New York, 1974
- [3] J. RICHALET, A. RAULT, R. POULIQUEN : Identification des processus par la méthode du modèle
Gordon et Breach, Théorie des systèmes, Vol 4, 1971
- [4] Var. aut. : Special issue on system identification and time series analysis
IEEE Trans. on AC, Vol AC-19, pp 637-951, 1974
- [5] J. MAKHOUL : Linear prediction, a tutorial review
Proceedings of the IEEE, Vol 63, n° 4, pp 561-580, 1975
- [6] N. LEVINSON : The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction
J. Math Phys. Vol 25, n° 4, pp 261-278, 1947
- [7] J. DURBIN : The fitting of time series models
Rev. Inst. Int. Statist. Vol 28, n°3, pp 233-243, 1960
- [8] E.A. ROBINSON : Multichannel time series analysis



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

- with digital computer programs
Holden Day, SF, 1967
- [9] W. TRENCH : an algorithm for the inversion of finite Toeplitz matrices
J. SIAM Vol 12, n° 3, pp 515-522, 1964
- [10] S. ZOHAR : Toeplitz matrix inversion : the algorithm of W.F. Trench
JACM, Vol 16, n° 4, pp 592-601, 1969
- [11] F. ITAKURA, S. SAITO : Digital filtering techniques for speech analysis and synthesis.
7 th ICA, paper 25 CI, 1971
- [12] J. RISSANEN : Algorithms for triangular decomposition of block Hankel and Toeplitz matrices with application to factoring positive matrix polynomials
Math of Comp., Vol 27, n° 121, pp 147-154, 1973
- [13] J. MARKEL, A. GRAY : Linear prediction of speech
Springer Verlag, 1976
- [14] J. MAKHOUL : Stable and efficient lattice methods for linear prediction
IEEE Trans. on ASSP, Vol 25, n° 5, pp 423-428, 1977
- [15] J. MENDEL : Discrete techniques in parameter estimation, the error equation formulation
Dekker, New York, 1973
- [16] M. MORF, G. SIDHU, T. KAILATH : Some new algorithms for recursive estimation in constant, linear, discrete time systems.
IEEE Trans. on AC, Vol 19, n° 4, 1974
- [17] L. LJUNG : Analysis of recursive stochastic algorithms
IEEE Trans. on AC, Vol 22, n° 4, pp551-575, 1977
- [18] M. MORF, B. DICKINSON, T. KAILATH, A. VIERA : Efficient solution of the covariance equations of linear prediction
IEEE Trans. on ASSP, Vol 25, n° 5, pp 429-433, 1977
- [19] L. LJUNG, M. MORF, D. FALCONER : Fast calculation of gain matrices for recursive estimation schemes
Int. J. Control, Vol 27, n° 1, pp 1-19, 1978
- [20] C. GUEGUEN : Introduction à l'analyse de la parole
Journées du GALF, Nancy. ENST report n° C-76015
- [21] I. EL MALLWANY : Dialogue homme machine : le traitement du signal
Annales des Télécom. Vol 31, n° 11-12, pp 405-442, 1976
- [22] M. MATHIEU, M. TIRCH, S. POPPL : Multichannel on line EEG analysis by means of an AR model, with applications
2d Quantification EEG Symp, Jongny sur Vevey, 1975
- [23] H. KOREZLIOGLU : Processus auto-régressifs à deux indices et leur filtrage linéaire récursif
7e Colloque GRETSI, Nice, 1979
- [24] J. ABADIE, P. MESLIER : Etude de l'utilisation des modèles ARIMA pour la prévision à très court terme de l'énergie journalière produite par EDF.
Revue de la RAIRO, Vol 13, n° 1, pp 37-54, 1979
- [25] H. WIERSMA : Modélisation des signaux d'écholocation des mammifères marins par prédiction linéaire
Rapport ENST - Université de Delft. Mars 1979
- [26] O. LANNUZEL : Analyse des données recueillies sur les plate-formes de forage, utilisation de modèles auto-régressifs
Rapport CNEXO, COB, Dépt. DTI, 1978
- [27] J.P. GAMBOTTO : Processus bi-dimensionnel et modèle auto-régressif vectoriel : application à la modélisation des textures
7e Colloque GRETSI, Nice 1979
- [28] J. MAKHOUL : Spectral linear prediction, properties and applications
IEEE Trans. on ASSP, Vol 23, n° 3, pp 283-296, 1975
- [29] M. KAVEH, G. COOPER : An empirical investigation of the properties of the AR spectral estimator
IEEE Trans. on IT, Vol 22, n° 3, pp 313-323, 1976
- [30] F. ITAKURA, S. SAITO, H. SAWABE, M. NISHIKAWA : An audio response unit based on partial auto-correlation
IEEE Trans. on Comm., Vol 20, n° 4, pp 792-797, 1972

APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

- [31] C. GUEGUEN, J. LE ROUX, J. C. DOMENGER et Al :
Un synthétiseur à structure programmable
6e JEP du GALF, Toulouse 1975, ENST-C-75002
- [32] J. GENIN : Synthèse de la parole par prédiction
linéaire
Recherches Acoustiques, Vol 4, 1977
- [33] R. WIGGINS, L. BRANTINGHAM : Three-chip system
synthesizes human speech
Electronics, Technical Article, Aug. 31, 1978
- [34] R. VISWANATHAN, J. MAKHOUL : Quantization
properties of transmission parameters in LP
systems
IEEE Trans. on ASSP, Vol 23, n° 4, pp 309-321,
1975
- [35] M. SAMBUR : An efficient linear prediction
vocoder
Bell Syst. Tech. J., Vol 54, pp 1693-1723, 1975
- [36] F. ITAKURA, S. SAITO : On the optimal quantiza-
tion of feature parameters in the PARCOR speech
synthesizer
Speech Com. and Proc. Conf., pp 434-437, Newton,
1972
- [37] W. K. PRATT : Generalized Wiener filtering
computational techniques
IEEE Trans. on Computers, Vol 21, 1972
- [38] A. HABIBI : Fast suboptimal Wiener filtering of
Markov sequences
IEEE Trans. on Computers, Vol 26, n° 5, 1977
- [39] J. MUNIER, C. TURCAT : Estimation linéaire de
paramètres à la sortie d'un filtre aléatoire
non homogène
Annales des Télécommunications, Vol 30, n° 7/8,
pp 213-223, 1975
- [40] D. GODDARD : Channel equalization using a
Kalman filter for fast data transmission
IBM Research J., pp 267-273, May 1974
- [41] C. MACCHI, J. P. JOUANNAUD, O. MACCHI :
Récepteurs adaptatifs pour transmission de
données à grande vitesse
Annales des Télécomm., Vol 30, n° 9/10, 1975
- [42] G. KAWAS-KALEH : Réception de données par déco-
dage récurrent en présence de bruit et d'inter-
férence entre symboles
Thèse de Docteur-Ingénieur, PARIS VI, Mars 1977
- [43] D. FALCONER, L. LJUNG : Application of fast
Kalman estimation to adaptive equalization
IEEE Trans. on Comm., Vol 26, n° 10, pp 1439-1446,
1978
- [44] E. ROSENCHER, C. CLERGET : Approximation ration-
nelle des filtres
Annales des Télécommunications, A paraître
- [45] K. SHENOI, M. NARASIMHA, A. PETERSON : On least-
squares design of recursive digital filters
IEEE Trans. on ASSP, Vol 24, n° 4, 1976
- [46] C. MULLIS, R. ROBERTS : Round off noise in
digital filters, frequency transformations and
invariants
IEEE Trans. on ASSP, Vol 24, n° 8, pp 538-550,
1978
- [47] C. GUEGUEN : Sur une approche système de la
reconnaissance des formes
Congrès AFCET Reconnaissance des Formes et
Traitement d'images, Chatenay-Malabry, 1978
- [48] M. MATHIEU : Analyse de l'électro-encéphalogramme
par prédiction linéaire
Thèse de Docteur-Ingénieur, PARIS VI, Sept 1976
- [49] L. MICLET, N. NEHME : Comparaison de quelques
mesures de distance pour la reconnaissance de la
parole par prédiction linéaire
Congrès AFCET Reconnaissance des Formes et
Traitement d'images, Toulouse, 1979
- [50] G. VEZZOZI : Detection d'un signal dans un
bruit auto-régressif gaussien
Annales des Télécomm., Vol 33, n° 7/8, pp 261-
282, 1978
- [51] C. GUEGUEN, G. CARAYANNIS, T. FARJAUDON,
F. LE CHEVALLIER : Un vocoder à canaux adaptés
L'Onde Electrique, Vol 55, n° 7, pp 369-373,
1975



APPORT DE LA MODELISATION AU TRAITEMENT
DU SIGNAL

CONTRIBUTION OF MODELING TECHNIQUES TO
DIGITAL SIGNAL PROCESSING

- [52] Y. GRENIER : Speaker identification from linear prediction
4th IJCPR, Tokyo, 1978
- [53] A. GRAY, J. MARKEL : Distance measures for speech processing
IEEE Trans. on ASSP, Vol 24, n° 5, 1976
- [54] G. CARAYANNIS : Analyse comparative du signal de parole
7e JEP du GALF, Nancy, 1976
- [55] I. EL MALLAWANY : Approches à la détection et à l'analyse de l'intervalle de fermeture de la glotte
7e JEP du GALF, Nancy, 1976
- [56] J. LE ROUX : Une méthode synchrone d'extraction en temps réel du fondamental
6e JEP du GALF, Toulouse, 1975
- [57] J. P. GAMBOTTO, C. GUEGUEN : A multidimensional modelling approach to texture classification and segmentation
IEEE on ASSP, Int. Conf., Washington, 1979
- [58] L. MICLET : inférence of regular expressions
3rd IJCPR, San Diego (USA), 1976
- [59] L. MICLET, C. GUERIN : Inférence multiple en grammaires régulières
Congrès AFCET Reconnaissance des Formes et Traitement d'images, Chatenay-Malabry, 1978

Figure 2

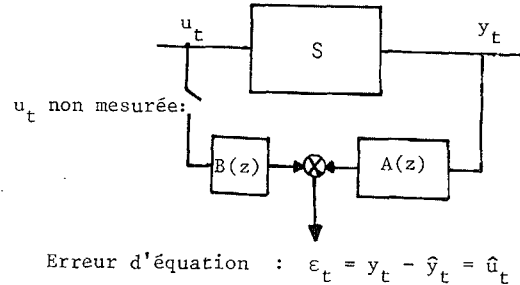


Figure 3

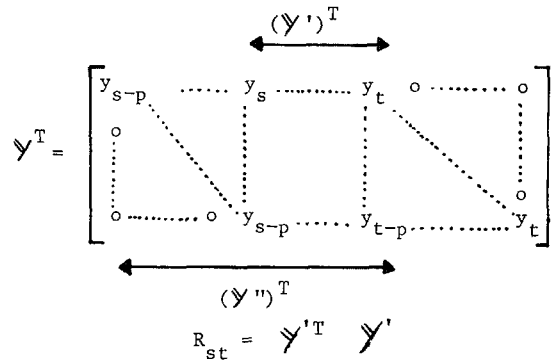


Figure 1

