

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

UN EGALISEUR RAPIDE POUR LES GIGUES DE PHASE ET DE GAIN

Eweda EWEDA Odile MACCHI

L2S, CNRS - ESE, Plateau du Moulon, 91190 GIF/YVETTE

RESUME

SUMMARY

Dans les canaux de transmission de données, c'est la conjonction des interférences intersymboles (II) et des fluctuations rapides du déphasage et du gain du canal qui augmente le taux d'erreur. Pour le réduire, nous introduisons une solution simple qui remplace à la fois une boucle à verrouillage de phase et un contrôle automatique de gain. Cette solution utilise un égaliseur auto-adaptatif à un seul coefficient (complexe) destiné à compenser les deux types de fluctuations, dit "égaliseur de gigue" (EG). L'EG est placé en aval de l'égaliseur d'II. La simplicité de l'algorithme d'adaptation de l'EG permet sa répétition multiple dans un même intervalle baud, pour suivre des fluctuations plus larges et plus rapides. L'effet de cette répétition a été étudié sur des simulations et des réalisations techniques. Lorsque le rapport signal sur bruit est fort, la répétition rend effectivement l'EG capable de compenser des giges très sévères de phase et de gain. Lorsque le rapport signal sur bruit est moins fort, les répétitions augmentent le bruit en sortie du système et donc le taux d'erreur. Cet inconvénient disparaît si l'on introduit une intégration faible à la suite des répétitions. Il faut remarquer que ni les répétitions ni l'intégration n'augmentent la complexité de réalisation technologique dans un système réel où les unités arithmétiques sont utilisées en temps partagé avec les autres parties du récepteur. Il n'y a pas non plus de limitation supplémentaire imposée aux vitesses de traitement.

The phase and gain fluctuations in data transmission channels increase the error rate. To reduce it we introduce a simple solution that offers the combined performance of a phase locked loop and an automatic gain control. This solution uses an equalizer with one complex coefficient updated to reduce jointly the effects of both fluctuations. The simplicity of the adaptation algorithm allows its repetition several times during one baud interval. We have examined the effects of this repetition with the help of both computer simulation and technical realization. When the signal to noise ratio is high, the repetition enables the equalizer to track rapid and severe fluctuations that cannot be followed without the repetition. When the signal to noise ratio is not large the repetition increases the error rate. This drawback is overcome with a weak smoothing of the equalizer coefficient. The repetition and the smoothing neither increase the complexity nor limit the speed of processing when the arithmetic units are used in time sharing with other parts in the receiver.



1. - INTRODUCTION

Les deux problèmes importants des transmissions de données sont les fluctuations de phase et de gain du canal et l'interférence intersymbole (II). Plusieurs auteurs [1]-[4] ont étudié le problème de la poursuite des fluctuations de phase. En particulier, C. et O. Macchi et M. Lévy ont présenté, dans un travail précédent [5] un égaliseur à un seul coefficient (complexe) dit "égaliseur de gigue" (EG) placé en aval de l'égaliseur d'II. Son coefficient très rapidement adaptatif donne une correction de phase malgré l'absence d'estimation explicite de phase.

Cet article a deux buts. Le premier est d'étendre le concept de l'EG pour le problème des fluctuations de gain. Le deuxième est d'augmenter l'efficacité de l'EG définie par la gamme des fréquences de fluctuations que l'EG peut compenser. L'idée est de répéter plusieurs fois, dans un même intervalle baud, l'algorithme d'adaptation de l'EG. Ce procédé dit "EG répété" (EGR) est étudié par simulation sur ordinateur et à l'aide d'une maquette expérimentale pour une transmission à 9600 bit /seconde sur un canal téléphonique.

2. - L'ALGORITHME ET SON ACCELERATION

Considérons la transmission d'une suite a_k de données à valeurs dans un alphabet fini, sur un canal affecté de fluctuations de gain et/ou de phase. Nous supposons que le canal ne présente pas de distortion linéaire, ou également que l'II est parfaitement égalisée par le récepteur. Alors le signal x_k d'entrée de l'EG peut être représenté par :

$$(1) \quad x_k = a_k e^{j\phi_k} A_k + b_k, \quad j=\sqrt{-1}$$

où A_k (réel et positif) et ϕ_k (réel) sont respectivement le gain et le déphasage du canal à l'instant $t=kT$ de la $k^{\text{ième}}$ transmission (T étant l'intervalle baud) et où b_k est un échantillon de bruit additif. L'équation (1) décrit le cas où les données modulent à la fois l'amplitude et la phase d'une porteuse et où le signal reçu est démodulé avec deux porteuses en quadrature (MAQ et modulation de phase). Dans ce cas x_k , a_k et b_k sont complexes. L'équation (1) peut aussi décrire les transmissions en bande de base ou en BLU avec démodulation synchrone ($\phi_k=0$). Alors a_k , x_k et b_k sont réels. Si l'II n'est pas parfaitement compensée, b_k comporte un résidu d'interférence. En général, on modélise les composantes de b_k à l'aide de deux suites indépendantes stationnaires de variables aléatoires gaussiennes indépendantes, centrées.

Un récepteur typique avec un EG est présenté sur la figure 1.

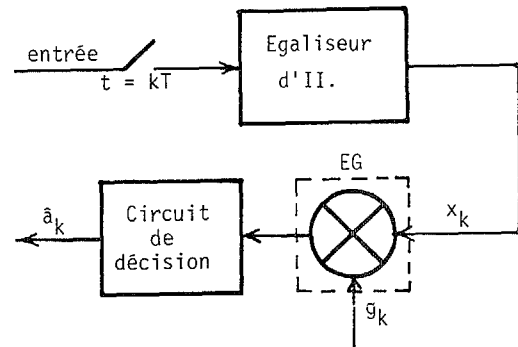


Fig. 1 : Récepteur à E.G.

L'EG est constitué par un multiplieur qui multiplie x_k par un coefficient adaptatif g_k :

$$(2) \quad y_k = g_k x_k.$$

Sa sortie y_k est traitée par un système de décision non linéaire qui fournit la donnée restituée \hat{a}_k . Le coefficient g_k est adapté selon l'algorithme du gradient [1][2]

$$(3) \quad g_{k+1} = g_k + \lambda (\hat{a}_k - y_k) x_k^*$$

où λ est un pas d'incrémentatif positif et où x_k^* est le complexe conjugué de x_k . Cet algorithme est fait pour suivre la valeur $\hat{g}_k = E(a_k x_k^*) / E(|x_k|^2)$ qui minimise $E(|g_k x_k - a_k|^2)$ à l'instant kT . Supposons le bruit et les données décorréllées et appelons a^2 (resp. b^2) la puissance des données (resp. du bruit). Il vient d'après (1)

$$(4) \quad \hat{g}_k = \frac{e^{-j\phi_k}}{A_k} \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \frac{1}{A_k^2}\right)^{-1}.$$

Il a été montré [6] dans le cas des fluctuations de phase ($A_k = \text{constante}$) que la procédure (2), (3) élimine correctement le déphasage du canal : g_k est très proche de \hat{g}_k . On peut étendre les résultats de [6] au cas des fluctuations de gain.

Pour introduire l'EGR, nous allons considérer le cas où le bruit est négligeable et le taux d'erreur très faible (cas où a^2/b^2 est élevé, par exemple 30 dB). D'après (4) et (1) :

$$(5) \quad \hat{g}_k = e^{-j\phi_k} / A_k = a_k / x_k = \hat{a}_k / x_k;$$

ainsi pour atteindre l'optimalité, il faut trouver un moyen de mettre g_k à la valeur \hat{a}_k / x_k . Cette valeur n'est pas disponible à l'instant kT où x_k doit être traité car \hat{a}_k ne peut être disponible avant que g_k le soit. Cependant, la valeur \hat{a}_{k-1} / x_{k-1} est très proche

de (5) si les variations de ϕ_k et A_k dans un intervalle baud ne sont pas significatives i.e. si :

$$(6) \quad FT \ll 1,$$

où F est la plus haute fréquence des fluctuations de gain et/ou de phase. Bien que des diviseurs rapides et précis ne soient pas encore disponibles, la division peut être approximativement réalisée par itérations successives, en utilisant par exemple l'algorithme du gradient :

$$(7) \quad \begin{cases} g_{k,1} = g_{k-1} + \lambda (\hat{a}_{k-1}^{-g_{k-1}} x_{k-1}) x_{k-1}^* \\ g_{k,2} = g_{k,1} + \lambda (\hat{a}_{k-1}^{-g_{k,1}} x_{k-1}) x_{k-1}^* \\ \vdots \\ g_{k,M} = g_{k,M-1} + \lambda (\hat{a}_{k-1}^{-g_{k,M-1}} x_{k-1}) x_{k-1}^* \end{cases}$$

destiné à faire tendre vers zéro la quantité $|g_{k,M} \cdot x_{k-1}^{-\hat{a}_{k-1}}|^2$, lorsque $M \rightarrow \infty$, pourvu que λ soit inférieur à $2/|x_{k-1}|^2$. On voit que les itérations de (7) correspondent à des répétitions successives de l'algorithme (3) de l'EG, au cours d'un même intervalle baud. L'EGR à M répétitions est décrit par les équations (2), (7) et

$$(8) \quad g_k = g_{k,M}$$

On peut se demander si l'EGR n'est pas équivalent à un EG dont le pas d'incrémentatation serait augmenté. Mais ce n'est pas le cas. En effet, avec un EG on ne peut pas assurer en même temps une grande vitesse de poursuite et une erreur quadratique moyenne faible, qui correspondent pour l'une à un grand λ et pour l'autre à un petit λ . Avec un EGR on peut obtenir les deux qualités à conditions de choisir M grand et λ petit. Ainsi, pour un canal à fluctuations rapides de gain et de phase, un EG ne peut obtenir d'aussi bonnes performances qu'un EGR. Ceci apparaît clairement sur la fig. 2 qui montre les performances d'un EG et d'un EGR avec M=6 évaluées par simulation. Il s'agit de la transmission de données normalisées ($E(|a_k^2|)=1$) sur un canal affecté d'une gigue de phase de crête-à-crête 30° et de fréquence 150 Hz ainsi que d'une dérive de fréquence de 5 Hz. Le débit binaire est 9600 bit./sec et la fréquence baud 2400 Hz. Le rapport signal sur bruit a^2/b^2 vaut 30 dB. On voit sur la fig. 2 que pour l'EG, le nombre minimum de bits faux est 37 sur 10^4 bits transmis, correspondant à $\lambda=0.9$. Au contraire l'EGR assure des décisions sans erreur pourvu que $0.3 \leq \lambda \leq 1$.

L'EGR effectue $(2M+1)/3$ fois plus de multiplications que l'EG. Dans la pratique l'EGR (ou l'EG) utiliseront les unités arithmétiques en temps partagé avec d'autres parties du récepteur, telles que l'égaliseur d'II. Comme il faut beaucoup plus de multiplications pour ce dernier que pour l'EGR (ou l'EG), la fréquence

baud maximale ne sera pas affectée si l'on remplace l'EG par un EGR.

III. - EFFET DU BRUIT SUR L'EGR

Dans les cas où le bruit n'est pas négligeable (par exemple $a^2/b^2 \leq 20$ dB) il faut reprendre l'analyse précédente. En supposant qu'une décision correcte est faite à l'instant $(k-1)T$ correspondant à un échantillon de bruit faible

$$(9) \quad |b_{k-1}| \ll |a_{k-1}| A_{k-1},$$

on a

$$(10) \quad g_{k,M} \approx \frac{e^{-j\phi_{k-1}}}{A_{k-1}} - \frac{b_{k-1}}{a_{k-1}} \frac{e^{-2j\phi_{k-1}}}{A_{k-1}^2}$$

Par ailleurs, d'après (4), le coefficient optimal est

$$(11) \quad \hat{g}_k \approx \frac{e^{-j\phi_k}}{A_k} - \frac{b^2}{a^2} \frac{e^{-j\phi_k}}{A_k^3} \approx \frac{e^{-j\phi_{k-1}}}{A_{k-1}}$$

Le dernier membre de (11) découle de (6), et de l'hypothèse que a^2/b^2 est très supérieur à 1, par exemple 15 dB. Ainsi :

$$(12) \quad g_{k,M} \approx \hat{g}_k + n_k, \quad n_k \approx -\frac{b_{k-1}}{a_{k-1}} \frac{e^{-2j\phi_{k-1}}}{A_{k-1}^2}$$

Si les échantillons successifs de b_k sont décorrelés et centrés, alors les n_k sont décorrelés et leur spectre est plat dans la bande $[-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T}]$. Quant à \hat{g}_k , même dans le cas de fluctuations sévères et rapides, son spectre n'est pas plat. Ainsi une intégration faible de $g_{k,M}$ a pour effet majeur de réduire n_k plutôt que de limiter la vitesse de l'EGR. Cela apparaît clairement sur la figure 3 qui montre les performances évaluées par simulation de l'EG, de l'EGR avec M=6, et celles d'un EGR avec M=6 comportant une intégration faible. Considérant la simplicité technique nous avons choisi l'intégration :

$$(13) \quad g_k = \frac{1}{2} g_{k-1} + \frac{1}{2} g_{k,M}$$

Le canal est affecté d'une gigue de phase de crête à crête 15° et de fréquence 50 Hz. Le débit binaire est 9600 bits/sec. et la fréquence baud est 2400 Hz ; a^2/b^2 vaut 20 dB.

III. - RESULTATS DE LA MAQUETTE

La figure 4 montre le schéma de la maquette réalisée qui concerne les fluctuations de gain.

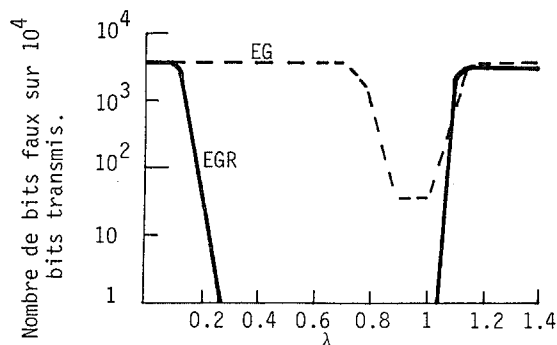


Fig. 2 : Supériorité de l'EGR sur l'EG.

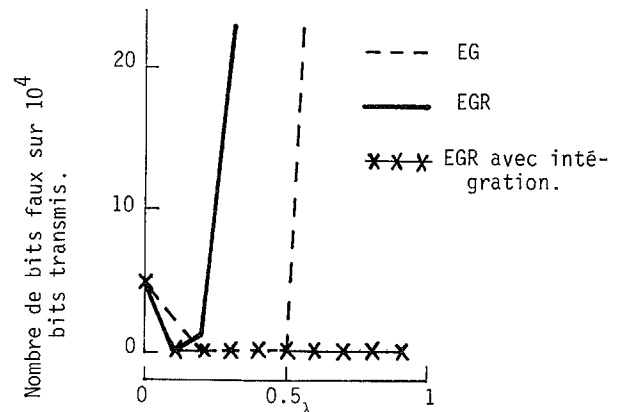


Fig. 3 : Réduction de l'effet de bruit par intégration.

À la sortie d'un générateur binaire pseudo-aléatoire (GA) les bits sont groupés par deux et codés selon un code de Gray donnant a_k ; a_k prend les valeurs $-3/\sqrt{5}, -1/\sqrt{5}, 1/\sqrt{5}, 3/\sqrt{5}$ avec la même probabilité. Outre la sortie numérique a_k , le codage a une sortie analogique $a(t)$ qui prend la valeur a_k dans l'intervalle $kT \leq t < (k+1)T$. Les fluctuations de gain du canal sont simulées en appliquant $a(t)$ à l'entrée d'un multiplieur analogique dont l'autre entrée est constituée par un signal sinusoïdal correspondant aux fluctuations de gain A_k . Un convertisseur analogique digital sur 12 bits (A/D) est utilisé. L'EG est réalisé sous forme numérique ainsi que l'EGR pour $M=6$. Les données vraies a_k sont fournies à l'EG (EGR) pendant une période d'apprentissage de $1000 T$ ($T = \frac{1}{2400}$ s) ; \hat{a}_k et a_k sont appliquées à l'entrée d'un circuit de comptage du nombre n d'erreurs sur un intervalle de $24000 T$ (10 sec.). Dans cette maquette, le bruit additif b_k a son origine dans le multiplieur analogique qui en outre est source de distortions non linéaires jouant elles-mêmes le rôle de bruit additif pour l'EG et EGR. Le rapport signal sur bruit a^2/b^2 (sans considérer les distortions non linéaires) vaut 40 dB ; A_k fluctue avec la fréquence 50 Hz entre les valeurs 1 et $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (-9dB). Nous avons considéré ce cas des fluctuations sévères pour montrer la supériorité de l'EGR par rapport à l'EG.

Les résultats apparaissent dans le tableau I dans lequel la lettre G indique que n est plus grand que 1000. De tels cas sont sans intérêt en communications. Le tableau II montre les résultats des simulations sur ordinateur pour le même a^2/b^2 et les mêmes fluctuations de gain. On voit bien que les deux tableaux sont dans une bonne correspondance. On voit aussi que l'EGR est plus efficace que l'EG, dans cet exemple.

Tableau I

λ	EG	EGR
	n	n
2-11	G	G
1/16	G	G
1/8	G	G
1/4	G	25
1/2	G	0
3/4	G	0
15/16	G	0

Tableau II

λ	EG	EGR
	n	n
0	G	G
0.1	G	G
0.2	G	717
0.5	G	0
0.8	G	0
1	G	0

4. - CONCLUSION

L'EGR présenté dans cet article est fait pour suivre des fluctuations sévères et rapides du déphasage et du gain du canal. Si le bruit est faible (rapport signal sur bruit ≥ 25 dB) il donne d'excellentes performances, très supérieures à celles d'un EG. Lorsque le rapport signal sur bruit se dégrade, ou lorsqu'il est a priori inconnu, ce résultat reste vrai, à condition de faire suivre l'algorithme d'adaptation de l'EGR d'une intégration faible. Finalement nous remarquons que ni les répétitions ni l'intégration n'augmentent la complexité de réalisation technologique dans un système réel ou les unités arithmétiques sont utilisées en temps partagé avec d'autres parties du récepteur. Il n'y a pas non plus de limitation supplémentaire imposée aux vitesses de traitement.

Références

- (1) H. KOBAYASHI : "Simultaneous adaptive estimation and decision algorithm for carrier modulated data transmission systems". *IEEE Trans. Comm.*, COM. 19 pp. 268-280 (june 1971)
- (2) D.D. FALCONER : "Analysis of a gradient algorithm for simultaneous passband equalization and carrier phase recovery" *BSTJ*, 55, pp. 409-428, (1976)
- (3) G. UNGERBOECK : "New applications for the Viterbi algorithm : carrier phase tracking in synchronous

UN EGALISEUR RAPIDE POUR LES GIGUES DE PHASE ET DE GAIN

data transmission systems" Nat. Telecomm. Conf.
pp. 734-738 (1974).

- [4] F.R. MAGGE : "Simultaneous phase tracking and de-
tection in data transmission over noisy dispersive
channels" IEEE Trans. on Comm., pp. 712-715 (1977)
- [5] O. MACCHI, M. LEVY, C. MACCHI : "Perfectionnements
aux systèmes de transmission de données" Brevet
français n° 76 17 156 du 4 juin 1976.
- [6] M. LEVY : "Elimination conjointe des interférences
intersymboles et des écarts de phase dans les sys-
tèmes de transmission de données" Thèse d'Ingénieur
Docteur. Orsay (juillet 1977).

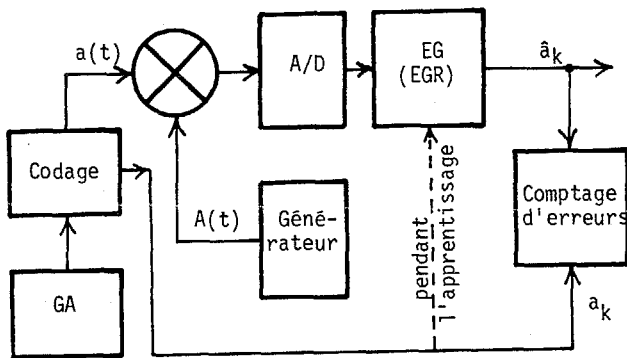


Fig. 4 : Schéma de la maquette.