

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

FILTRES DIGITAUX CABLES A MOTS DE 2 BITS UTILISANT LA QUANTIFICATION
A REFERENCE STOCHASTIQUE

F. CASTANIE, D. DUBE

G.A.P.S.E., Institut National Polytechnique, 2, rue Ch. Camichel, 31071 TOULOUSE CEDEX

RESUME

Cette communication traite de l'implantation en Calcul Stochastique bifilaire de filtres digitaux.

Dans une première partie, sont analysés les problèmes posés par la transposition aux Calculateurs Stochastiques des méthodes de synthèse de filtres digitaux. On étudie en détail la classe de filtres réalisables du second ordre.

Une deuxième partie est consacrée à l'étude de l'implantation de tels filtres digitaux à l'aide de registres à décalage de grande longueur utilisant ces C.C.D. digitaux.

Des résultats expérimentaux sont donnés dans la troisième partie, précédant une conclusion qui fait le point sur les problèmes que pose la réalisation de ces filtres digitaux.

SUMMARY

The present paper deals with the implementation of digital filtering in two-wire stochastic computers.

Transposition problems from conventional digital filter design to stochastic computing are examined in the first section. The class of realizable filters is investigated.

The second section is devoted to the study of implementation of stochastic digital filters with digital CCD-based shift registers. Experimental results are then given, leading to a conclusion in which realization problems are summarized.



1 - INTRODUCTION

A l'opposé des méthodes habituelles de calcul (analogique, numérique) le Calcul Stochastique (C.S) utilise un support aléatoire de l'information : les grandeurs à traiter sont représentées par une fonction de la valeur moyenne de processus stochastiques binaires (représentation dite 'monofilaire') ou ternaires (représentation 'bifilaire').

Il est bien connu que les organes de calcul en sont considérablement simplifiés [7] [15] [12] [2] .

L'une des raisons qui poussent à concevoir des calculateurs stochastiques est la très forte immunité au bruit qu'ils présentent [6] [14] .

On sait maintenant réaliser l'essentiel des opérateurs de calcul en C.S. [7] [11] [13] [4] . Cependant certains d'entre eux utilisent des techniques de comptage qui, de fait, reconstituent localement la valeur numérique des grandeurs. C'est en particulier le cas d'un élément aussi fondamental que l'intégrateur temporel [8].

L'immunité au bruit de tels organes semble à priori affaiblie.

L'importance des opérateurs linéaires (filtres fréquentiels, réseaux correcteurs etc.) dans les applications industrielles [6][14][10] nous a conduits à étudier des filtres pour calculateurs stochastiques dans lesquels l'information reste constamment sous sa forme initiale de processus binaire ou ternaire : il s'agit de Filtres Digitaux Stochastiques, dont l'étude préliminaire a été publiée récemment [5] .

2 - FILTRE DIGITAL STOCHASTIQUE

L'étude de filtres à base d'intégrateurs stochastiques [8] a montré que, si l'on accepte de recourir à une représentation numérique intermédiaire des composantes du vecteur d'état, on sait résoudre l'essentiel des problèmes de filtrage pour applications industrielles. Un autre moyen conduisant à la synthèse d'opérateurs linéaires est le filtrage digital. Un filtre digital nécessite seulement des opérateurs de multiplication, d'addition et de retard. Les deux premiers sont extrêmement simples à réaliser en C.S. Quant au problème du retard, nous avons montré [5] qu'il pouvait être résolu en utilisant des registres à décalage suffisamment longs : CCD, MOS dynamiques, etc...

Dans de tels dispositifs, la séquence aléatoire binaire ou ternaire est retardée sans qu'il soit nécessaire de recourir à la reconstitution numérique des échantillons.

Il apparaît donc élémentaire d'implanter le filtrage digital dans un Calculateur Stochastique, dans lequel l'information est partout traitée sous forme 'stochastique'.

Si nous notons :

$$H(Z) = \frac{\sum_{k=0}^R c_k Z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^R d_k Z^{-k}} \quad (1)$$

la transmittance du filtre digital, son implantation à l'aide d'opérateurs de Calcul Stochastique conduit à :

$$H_s(Z) = \frac{\sum_{k=0}^R \frac{c_k s}{p_c p_d} Z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^R \frac{d_k s}{p_d} Z^{-k}} \quad (2)$$

où $\{c_k s\}$ et $\{d_k s\}$ sont les 'codés stochastiques' des constantes du filtre, et p_c , p_d les facteurs de normation des additionneurs stochastiques. On sait [2]

$$\left\{ \begin{array}{l} |c_k s| \leq 1 \\ |d_k s| \leq 1 \\ p_c = 2^{nc} \\ p_d = 2^{nd} \end{array} \right. \quad (3)$$

où p_c (resp. p_d) est immédiatement supérieur au nombre de coefficients non nuls du numérateur (resp. du dénominateur).

L'étude de la classe des filtres réalisables sous les contraintes (3) a été étudiée dans [5] . Nous avons pu établir que tous les filtres intéressant le domaine des applications industrielles n'étaient pas ainsi réalisables. Nous avons poursuivi notre étude en introduisant un 'gain' dans la partie récursive du filtre.

On sait qu'une multiplication par un facteur supérieur à l'unité est difficile en C.S. (Il suffit de se rappeler qu'on manipule des probabilités). Divers systèmes ont été étudiés, et on a élaboré un 'multiplieur par 2 à saturation' opérationnel [9] , dont il serait trop long de décrire le principe ici.

Sachant que tout filtre admet une décomposition cascade ou parallèle de filtres du 2^è ordre, nous avons limité notre étude à la cellule Bi-quadratique i.e.

$$H(Z) = \frac{c_0 + c_1 Z^{-1} + c_2 Z^{-2}}{1 + d_1 Z^{-1} + d_2 Z^{-2}} \quad (4)$$

FILTRES DIGITAUX CABLES A MOTS DE 2 BITS UTILISANT LA QUANTIFICATION A REFERENCE STOCHASTIQUE

L'organisation de cette cellule élémentaire est donnée Figure 1.

Les contraintes (3) restreignant la réalisation de (2) sont modifiées par l'introduction du 'gain' 2, et nous avons maintenant :

$$\begin{cases} p_c = 2^{n_c - 1} \\ p_d = 2^{n_d - 1} \end{cases} \quad (5)$$

Il est évident que dans tout problème de synthèse de F.D.S, les $\{c_i\}$ seront toujours réalisables à un facteur d'échelle près, qui n'entraînera qu'une différence de gain statique. Cependant, les $\{d_i\}$ déterminant la partie récurrente ne seront pas nécessairement réalisable en C.S., compte-tenu des contraintes (3) modifiées par (5).

Si l'on trace dans l'espace paramètre le domaine réalisable en C.S., on obtient la Figure 2, où les pointillés représentent les 2 cas selon que d_1 , ou d_2 , utilise l'entrée libre de l'additionneur stochastique.

On voit que tout le triangle de stabilité de la cellule du 2^è ordre n'est pas recouvert, ce qui implique que tous les filtres stables ne sont pas réalisables en C.S. Pour étudier la classe des filtres réalisables, nous allons nous intéresser au filtre analogique équivalent.

Cette étude étant destinée aux filtres industriels, tels que réseaux correcteurs ou filtres fréquentiels, nous avons utilisé la méthode de la transformation bilinéaire dont la distorsion fréquentielle a été linéarisée pour les petits angles, ainsi qu'il est classiquement fait [17]. Nous obtenons :

$$H(Z) = \frac{c_0 + c_1 Z^{-1} + c_2 Z^{-2}}{1 + d_1 Z^{-1} + d_2 Z^{-2}}$$

$$\Leftrightarrow H(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2}$$

$$= \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + 2\xi(p/2\pi f_n) + (p/2\pi f_n)^2}$$

La relation entre les coefficients est donnée par :

$$\frac{\alpha_1}{T} = (1 - d_2) / (1 + d_1 + d_2)$$

$$\frac{\alpha_2}{T^2} = (1 - d_1 + d_2) / (1 + d_1 + d_2)$$

où $\frac{1}{T} = f_e$ représente la fréquence d'échantillonnage de l'entrée.

Les Figures 3, 4 et 5 donnent les domaines permis pour les coefficients du filtre analogique équivalent (zone non hachurée) $(\alpha_1 \cdot f_e, \alpha_2 \cdot f_e^2)$ et $(f_n / f_e, \xi)$.

Ce dernier domaine (Figure 3) est le plus directement appréciable : on voit par exemple que l'on ne peut simultanément obtenir un très faible amortissement (forte surtension) et une fréquence de résonance basse

$$\left(\xi < 0.3, \frac{f_n}{f_e} < 0.25 \right).$$

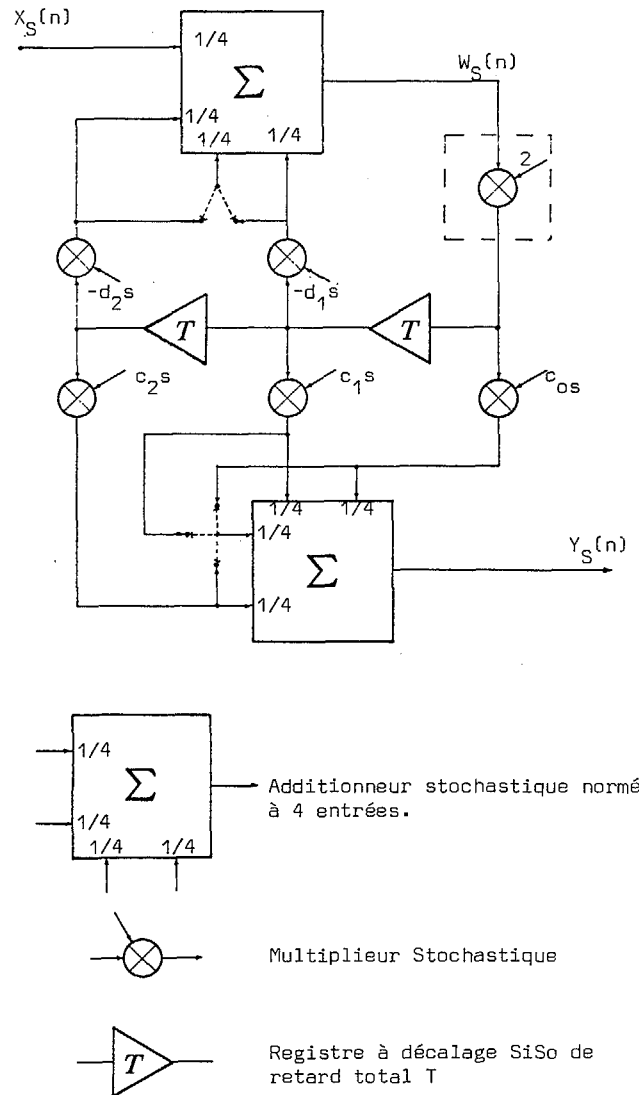


Figure 1



FILTRES DIGITAUX CABLES A MOTS DE 2 BITS UTILISANT LA QUANTIFICATION A REFERENCE STOCHASTIQUE

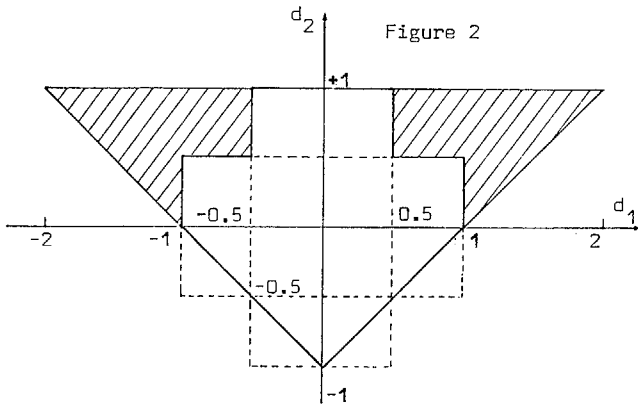


Figure 2

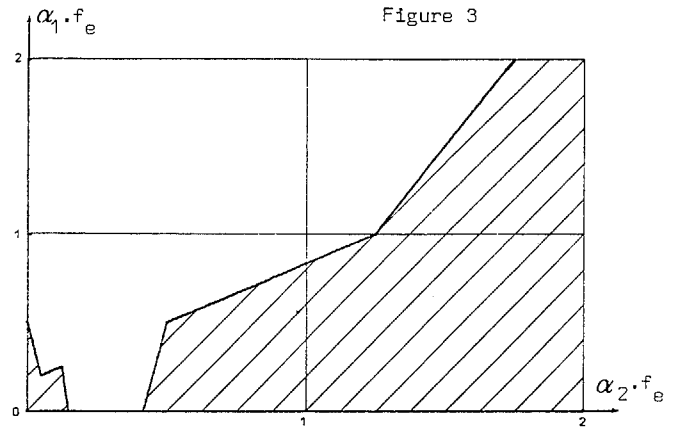


Figure 3

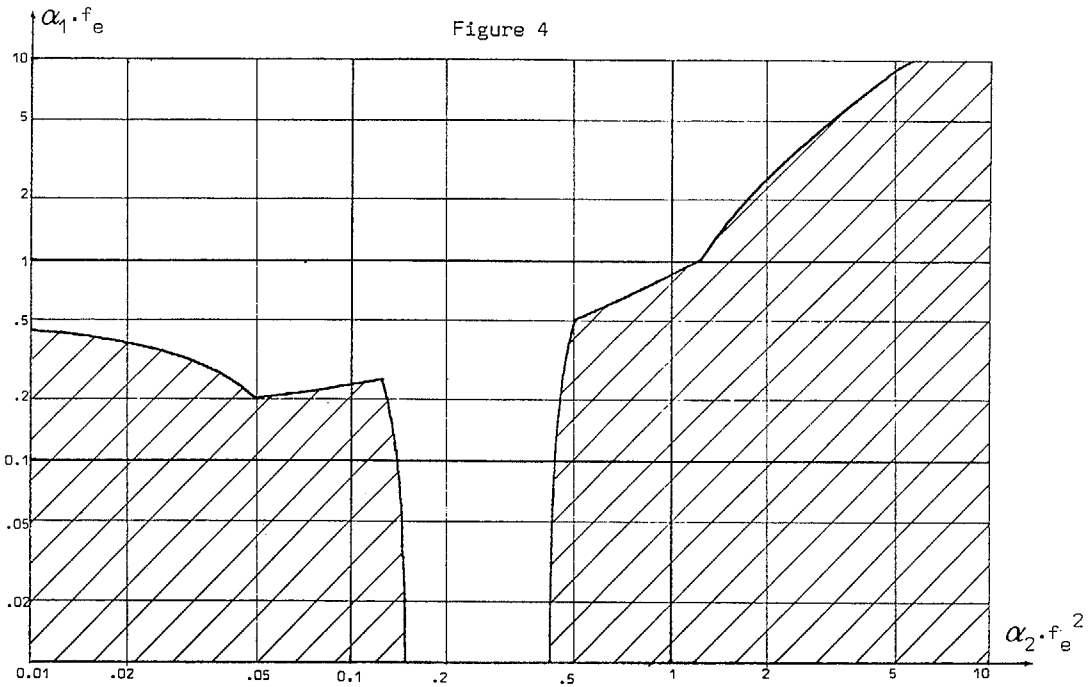


Figure 4

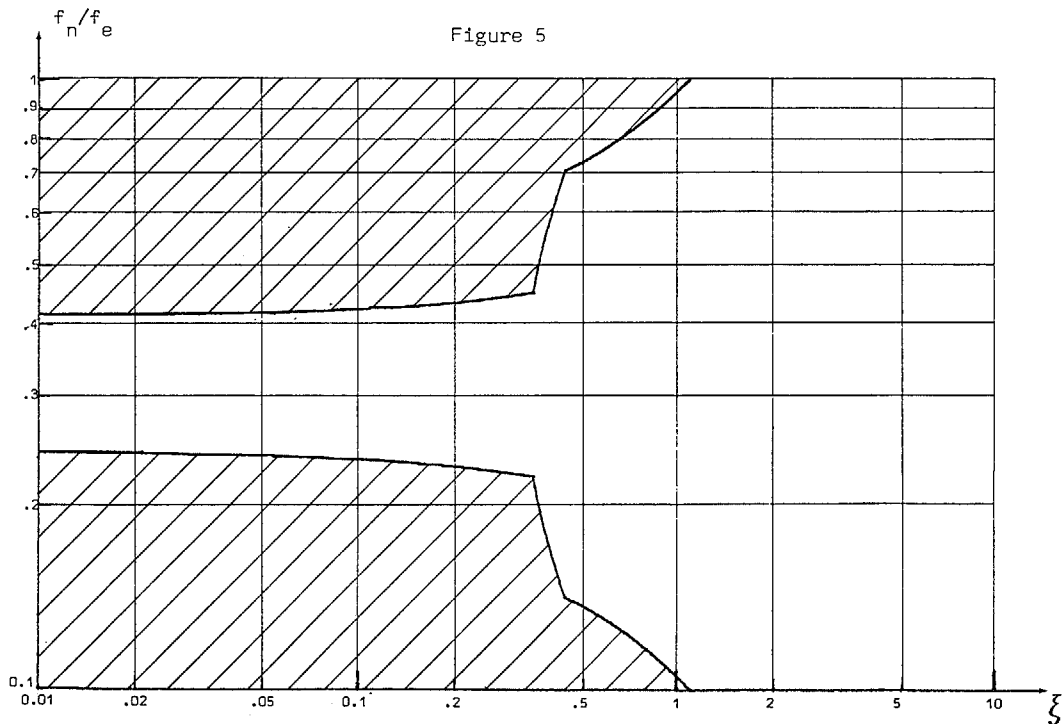


Figure 5

3 - IMPLANTATION

Le filtre élémentaire de la Figure 1 peut être aisément implanté en représentation bifilaire en utilisant des additionneurs et multiplieurs stochastiques traditionnels [7]. La Figure 6 rappelle l'organisation pratique de tels éléments.

Pour l'étude expérimentale, les 2 cellules de retard de la Figure 1 ont été réalisées à l'aide de CCD digitaux de 16 K bits de longueur. On sait en effet que la cadence à laquelle sont émis des bits aléatoires est fixée par le produit précision-bande passante du calculateur stochastique [2]. Dans la pratique, pour des précisions de l'ordre de quelques % et des bandes passantes de l'ordre de la dizaine de Hz utilisées dans les systèmes industriels, on est amené à 'normaliser' la cadence d'horloge à 1 MHz (i.e. 10^6 bits aléatoires/seconde). Le retard T (Figure 1) est en général imposé par la synthèse du filtre digital. Pour la bande ci-dessus définie (~ 10 Hz), T est nécessairement de l'ordre de plusieurs ms. On voit ainsi que les retards T doivent avoir une 'longueur' en T/T_H de plusieurs K bits, à dizaine de K bits (où T_H est la période de bits aléatoires).

Un calcul complet montre que la longueur de 16 Kbits retenue constitue en fait une longueur minimum, imposée par la disponibilité de tels composants. Quant aux 'multiplieurs par 2', ils constituent l'élément le plus complexe [9] qui nécessiterait d'être intégré pour être ramené à un nombre de boîtiers cohérent avec les autres éléments du filtre.

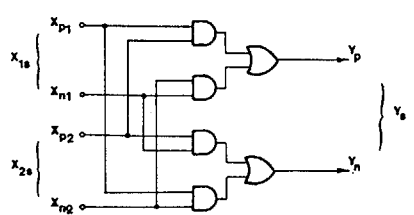


Figure 6 a) Multiplieur

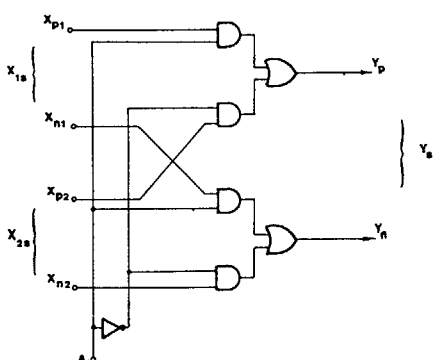


Figure 6 b) Additionneurs 2 entrées Représentation Stochastique Bifilaire.

4 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les Figures 7,8 et 9 donnent quelques réponses en fréquence théorique de filtres du 2^e ordre, dans la bande 0-15 Hz, avec une valeur de T de 32 ms. On voit sur les relevés expérimentaux (photographies jointes), que l'accord est excellent entre le comportement théorique et pratique de ces filtres digitaux stochastiques.

La Figure 10 donne un relevé détaillé de réponse en fréquence d'un réseau correcteur du 1^{er} ordre (tiré de l'application [6]) qui montre encore que la synthèse de F.D.S. est parfaitement opérationnelle.

5 - CONCLUSION

Nous avons exposé dans la présente communication quelques résultats concernant la réalisation de filtres digitaux en Calcul Stochastique. Il s'agit d'un outil supplémentaire permettant d'apporter des solutions entièrement 'stochastiques' au problème du traitement linéaire en milieu très bruité, sans recourir à d'artificielles techniques de comptage.

Cependant, pour aussi séduisante que soit la transposition au Calcul Stochastique des techniques de filtrage digital, elle pose deux problèmes essentiels :

1) Réalisation de retards

Comme nous l'avons exposé au § 3, la réalisation de retards nécessite des registres à décalage fonctionnant à 1 (ou 2) MHz, de très grande longueur. L'apparition de C.C.D. digitaux a été la motivation principale de nos études en F.D.S. [10] [5]. Cependant, l'évolution de ces produits vers des longueurs qui rendraient les F.D.S. réellement opérationnels ($\sim 10^5$) semble ne pas se poursuivre ; on assiste au contraire à un abandon (ou au moins à un recul) de la technologie C.C.D.

Cette évolution, si elle se confirme, rend peu probable l'industrialisation des F.D.S.

2) Gains - Facteurs d'échelle

L'un des problèmes fondamentaux du C.S. est celui des facteurs d'échelle = multiplications par des valeurs toujours inférieures à l'unité. Pour ce qui concerne les F.D.S., cela conduit à un domaine restreint de filtres réalisables. Cependant, la conception de gain 2 est très utile pour les F.D.S. Il suffisait même théoriquement de réaliser des gains de 4 (voir Figure 2) pour que tout filtre stable soit réalisable.

Cela est théoriquement possible, mais pose des problèmes de complexité de réalisation, et peut être d'immunité au bruit.



FILTRES DIGITAUX CABLES A MOTS DE 2 BITS UTILISANT LA QUANTIFICATION A REFERENCE STOCHASTIQUE

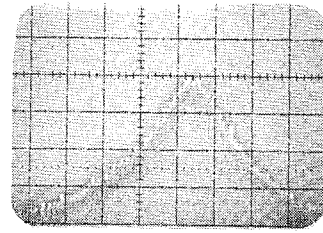
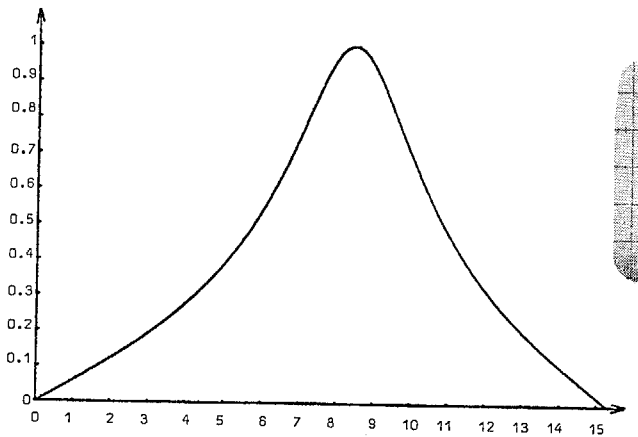


Figure 7

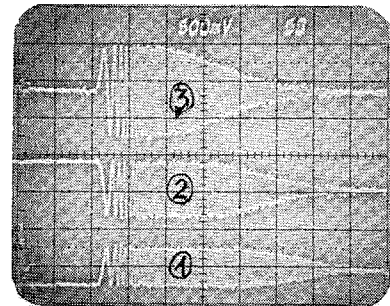
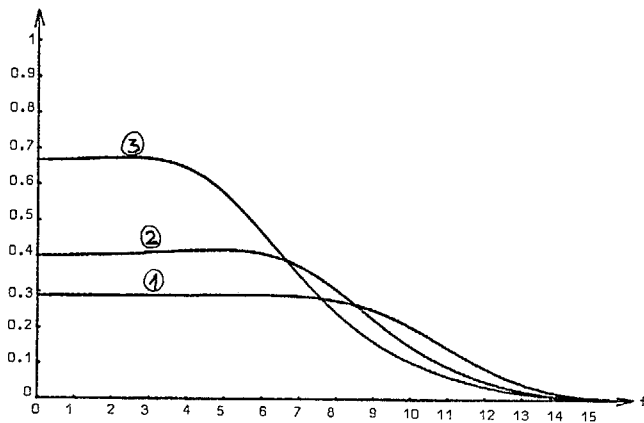


Figure 8

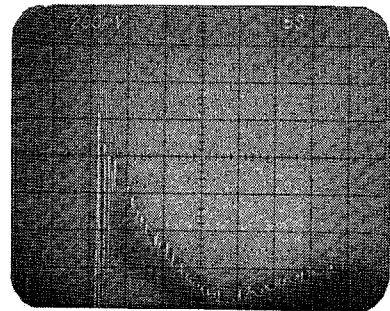
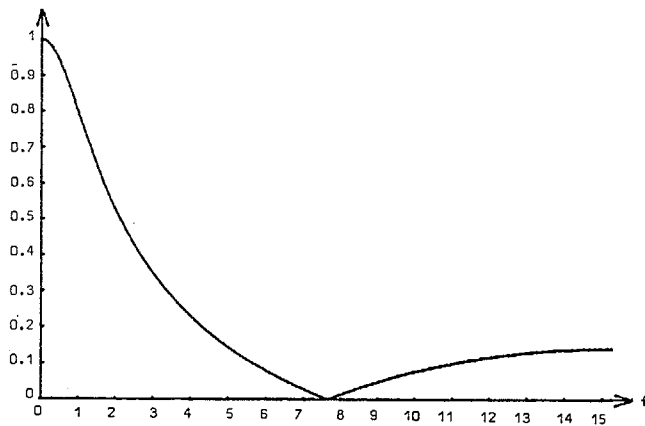


Figure 9

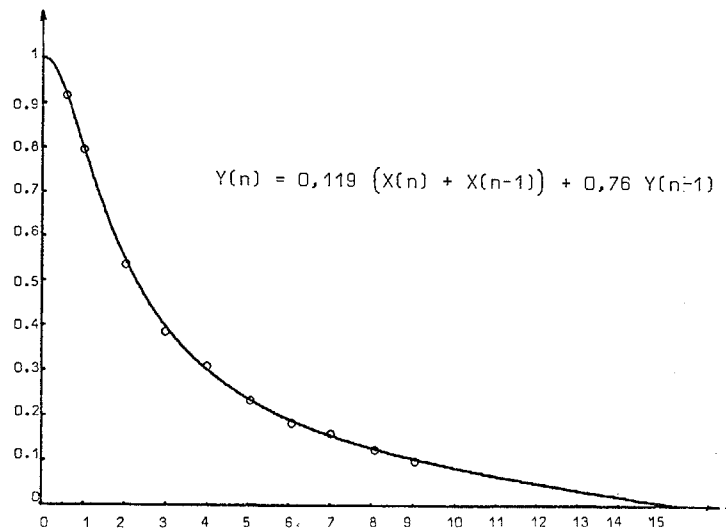


Figure 10



FILTRES DIGITAUX CABLES A MOTS DE 2 BITS UTILISANT LA QUANTIFICATION
A REFERENCE STOCHASTIQUE

Avec de tels éléments de 'gain', le F.D.S. a un comportement équivalent à un filtre digital à virgule fixe, muni d'une arithmétique à saturation, dont les propriétés sont bien connues.

En conclusion, les F.D.S. mettent à notre disposition un moyen de filtrage en C.S. tout à fait opérationnel pour ce qui concerne la validité des méthodes de synthèse. Mais l'avenir industriel de tels sous-ensembles est presque entièrement subordonnée à l'existence de C.C.D. digitaux de grande longueur.

La Quantification à Référence Stochastique appliquée aux filtres digitaux à mots courts est une voie de recherche qui est particulièrement prometteuse, car cette étude, qui a été consacrée à la forme extrême de quantification à 2 bits, aura montré au delà des préoccupations du Calcul Stochastique classique que tout filtre digital peut être ainsi 'débaisé', quelle que soit la longueur de mots utilisée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] F. CASTANIE, "Quantification à références stochastique". Proc. of the 6è Colloque GRETSI, Nice, avril 1977, pp. 4/1-4/6.
- [2] F. CASTANIE and J.C. HOFFMANN, "Calcul Stochastique et Traitement du Signal". Proc. of the 6è Colloque GRETSI, avril 1977, pp. 55/1-55/6.
- [3] F. CASTANIE, "Stochastic Computing: a special case of random quantization". Proc. of the 1st International Symposium on stochastic computing, Nov. 1978, Toulouse, France, pp. 113-128.
- [4] F. CASTANIE, "New computing elements for stochastic computers". Proc. of the 1st International Symposium stochastic computing, Nov. 1978, Toulouse, France.
- [5] F. CASTANIE and J.C. HOFFMANN, "Digital filters for Stochastic Computer using CCD's". Proc. of the International Conf. on Digital Signal Processing, Firenze (Italy), Sept. 1978, pp. 578-589.
- [6] CRABERE, VERDIER, LEFEVRE, ROUQUETTE, "Etude de faisabilité et réalisation en technique stochastique de la loi de commande de vol tout électrique, suivant l'axe de roulis pour avion supersonique de transport". Proc. of the 1st International Symposium on Stochastic Computing, Nov. 1978, Toulouse, France, pp. 237-248.
- [7] B.R. GAINES, "Stochastic Computing". Spring Joint Computer Conference, Vol. 30, pp. 149-156.
- [8] N. HAGHIGHI, "Calcul Stochastique : méthodes intégral-différentielles". Thèse de Dr-Ingénieur, Université Paul SABATIER, 1977, Toulouse, France.
- [9] J.C. HOFFMANN, F. CASTANIE, H. CRABERE, J.P. VERDIER and N. VOISIN, ANVAR/SNIAS Patent N° 77.13.883, May 6, 1977; N° 77.13.885, May 6, 1977; N° 77.33.777, Nov. 9, 1977.
- [10] J.C. HOFFMANN, F. CASTANIE and P.A. COLDEFY, "Approche théorique, réalisation et essai d'un filtre biquadratique par filtrage digital stochastique". Contrat Report SNIAS/INP, N°170-035, 1978.
- [11] P. MARS and H.R. MACLEAN, "High Speed matrix inversion by stochastic computer". Electronics Letters, Vol. 12, N° 18, 2nd, 1976, pp. 457-459.
- [12] R. MASSEN, "Stochastische Rechentechnik". Carl Hanser Verlag, München-Wien 1977.
- [13] R. MASSEN, "A sampling method for correcting the non-linearities of stochastic converters". Proc. of the International Symposium on Stochastic Computing, Nov. 1978, Toulouse, France, pp. 129-138.
- [14] P. MIRAMBET, F. CASTANIE and J.C. HOFFMANN, "Industrial applications of stochastic computing to turbine regulation". Proc. of the 1st International Symposium on Stochastic Computing, Nov. 1978, Toulouse, France.
- [15] W.J. POPPELBAUM, C. AFUSO and J.W. ESCH, "Stochastic computing elements and systems". Proceedings of the Fall Joint Computing Conf. 1967, pp. 631-644.
- [16] S.T. RIBEIRO, "Random pulse machines". IEEE Trans. Electronic Computers, Vol. EC-16, N° 3, 1967, pp. 281-276.
- [17] L.R. RABINER, B. GOLD, "Theory and application of digital signal processing". Prentice-Hall, 1975.