

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

DETECTION OPTIMALE ET SOUS-OPTIMALE EN PRESENCE DE
REVERBERATION

G. JOURDAIN, G. LOUBET

CEPHAG (Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S.), B.P. 46, 38402 ST. MARTIN D(HERES

RESUME

Le problème traité ici est celui de la détection d'un signal connu en présence de bruit de réverbération mêlé à du bruit additif. Le cadre théorique est connu, et a été appliqué dans un précédent article au problème qui nous intéresse. Dans ce présent exposé nous appliquons et approfondissons d'abord dans une 1ère partie l'étude de la détection dans de la réverbération stationnaire : nous mettons en évidence ce que recouvre cette notion de stationnarité et les différentes configurations qu'elle englobe. Nous comparons ensuite, de façon précise, pour des types de signaux couramment utilisés (monochromatique, FM, PSK) les indices de performance du récepteur optimal (r.o) (qui utilise la connaissance des propriétés statistiques de la réverbération), et du récepteur sous-optimal (r.s.o) (adapté au signal seul). Nous donnons des valeurs limites pour les performances du r.s.o.

Dans une 2ème partie nous étudions la détection en présence de brouilleurs parasites (considérés comme "ponctuels") : nous montrons que les fonctionnelles qui interviennent alors sont toutes les fonctions d'interambiguïté du signal et des échos issus des différents parasites. Nous étudions en particulier le cas des signaux à grand produit durée bande.

L'étude montre que dans la plupart des cas, lorsque la réverbération n'est pas fortement prépondérante devant le bruit additif, les performances du r.o et du r.s.o. sont peu différentes.

SUMMARY

The problem treated here is the detection of a known signal in presence of reverberation noise, with a component of additive noise. The theoretical background is well known and has been applied to this purpose in a precedent work. Here we first apply and comment in a first part the detection in stationary reverberation : we carry out the significance of the stationary hypothesis and the different cases which are connected with it. We compare precisely, for some used signals (c.w. signals, FM, PSK), the performance of the optimal receiver (which uses the knowledge of the statistical properties of the reverberation) and the conventional receiver (which is the matched filter to the signal). We give some limits for the performance of the conventional receiver.

In a second part, we study the detection in presence of interfering targets (which are considered as punctual ones) and we carry out the intervention of all the cross ambiguity functions of the signal and all the echoes from the interfering targets.

This work concludes that in most cases, when the reverberation is not very strong in comparison with the additive noise, the conventional receiver is practically as performant as the optimal receiver.



I.- LE PROBLEME DE LA DETECTION EN PRESENCE DE REVERBERATION.

1.1. Principe

Le problème auquel nous nous intéressons ici est celui de la détection d'un signal connu noyé dans un bruit. Ce bruit est (en partie du moins) de caractère réverbérant donc non centré et non stationnaire. Il est lié au signal d'émission et au canal de transmission supposé linéaire, variable au cours du temps et aléatoire. Nous utiliserons pour représenter ce bruit de réverbération le "modèle réverbérant" [1].

Si $S_0(t)$ est le signal émis, connu, réel, d'énergie E , et $W(t)$ la réverbération due à $S_0(t)$ toujours présente:

$$(1) W(t) = \iint_{R^2} S_0(\lambda t - \xi) G(\lambda, \xi) d\lambda d\xi$$

où $G(\lambda, \xi)$ est la réponse aléatoire du milieu.

Si l'on suppose le milieu stationnaire et à diffuseurs non corrélés (dit WSSUS), celui est défini par sa fonction de diffusion $D(\lambda, \xi)$ telle que, si $\tilde{G}(\lambda, \xi)$ représente la partie centrée de $G(\lambda, \xi)$:

$$(2) E\{\tilde{G}(\lambda, \xi) \tilde{G}(\lambda', \xi')\} = D(\lambda, \xi) \delta(\lambda - \lambda', \xi - \xi')$$

Dans ce cas la covariance centrée de la réverbération pour une émission réelle $S_0(t)$ s'écrit:

$$(3) \Gamma_{\tilde{W}}(t, u) = \iint_{R^2} S_0(\lambda t - \xi) S_0(\lambda u - \xi) D(\lambda, \xi) d\lambda d\xi$$

On admet (et ceci est en bon accord avec les résultats expérimentaux connus) que $W(t)$ obéit à une loi de probabilité normale.

Le problème se présente donc ainsi:

$$Y(t) = S(t) + W(t) + V(t) \quad \text{hypothèse } H_1 \quad 0 \leq t \leq T_0$$

$$Y(t) = W(t) + V(t) \quad \text{hypothèse } H_0 \quad 0 \leq t \leq T_0$$

$S(t)$ est par exemple l'écho dû à une cible (si elle existe). L'écriture de $S(t)$ tiendra compte de la distance (retard) et de la vitesse (Doppler) de la cible.

$$S(t) = \sqrt{\alpha} S_0(\lambda_0 t - \xi_0). \quad V(t) \text{ est un bruit indépendant de}$$

$W(t)$, généralement supposé centré, gaussien, blanc. Sa densité spectrale de puissance moyenne (dsppm) est γ_0 .

Le problème de détection traité classiquement par la stratégie bayésienne conduit à calculer le rapport de vraisemblance et à le comparer à un seuil. On est amené à définir $Q(t, u)$, filtre inverse de la covariance centrée du bruit par l'équation intégrale de FREDHOLM de 1ère espèce:

$$(4) \int_{T_0} [\Gamma_{\tilde{W}}(t, u) + \gamma_0 \delta(t-u)] Q(u, z) du = \delta(t-z)$$

Le récepteur optimal (r.o) mettra en oeuvre le test:

$$(5) R = \int_{T_0} Y(t) Q(t, u) S(u) du dt = \int Y(t) S_1(t) dt \underset{\eta(\text{seuil})}{\leq}$$

(5) peut être interprété comme un schéma de corrélation de l'observation $S(t)$ par un "signal de référence modifié" $S_1(t)$:

$$(6) S_1(t) = \gamma_0 \int Q(t, u) S(u) du$$

Notons que la valeur moyenne du bruit de réverbération n'intervient que dans le choix du seuil.

1.2 Indices de performances des récepteurs optimaux (r.o) et sous-optimaux (r.s.o).

1.2.1. Définissons l'indice de performance par

$$J^2 = \frac{E\{R|H_1\} - E\{R|H_0\}}{\text{Var } R}; \quad \text{on obtient [1]:}$$

$$(7) J^2 = \frac{1}{\gamma_0} \int_{T_0} S(t) S_1(t) dt \leq \frac{1}{\gamma_0} \int S^2(t) dt = \frac{E_S}{\gamma_0}$$

La réverbération se traduit par une dégradation de l'indice de performance qui, en son absence, est égal à E_S/γ_0 . Cette dégradation dépend de la forme de $S_0(t)$ et pas seulement de son énergie.

1.2.2. Nous comparerons l'indice J avec celui J' que l'on aurait si l'on ne tenait pas compte de la réverbération. J' correspond à l'indice du récepteur classique (filtre adapté à $S(t)$) qui élabore la quantité:

$$(8) R' = \frac{1}{\gamma_0} \int_{T_0} Y(t) S(t) dt$$

L'indice J' défini de façon analogue à J s'écrit ([1])

$$(9) J'^2 = \frac{E_S}{\gamma_0} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{V^2}{\gamma_0 E_S})} \quad \text{avec}$$

$$(10) V^2 = \text{var}_{\Psi_{S_0}(\lambda_0, \xi_0)} \left(\iint_{R^2} \frac{\alpha}{\lambda^2} \Psi_{S_0}^2 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}, \xi_0 - \frac{\lambda_0}{\lambda} \xi \right) D(\lambda, \xi) d\lambda d\xi \right)$$

où $\Psi_{S_0}(\lambda, \xi)$ est la fonction d'ambiguïté en compression définie par: $\Psi_{S_0}(\lambda, \xi) = \int_{R^2} S_0(t) S_0(\lambda t - \xi) dt$

La réverbération se traduit encore par une dégradation de l'indice de performance, chiffrée par $V^2/\gamma_0 E_S$. La forme du signal intervient ici par l'intermédiaire de sa fonction d'ambiguïté. Une façon de maximiser J'^2 est de chercher des formes de signaux "adaptés" à $D(\lambda, \xi)$ pour lesquels la quantité $V^2/\gamma_0 E_S$ sera faible [9].
Notons les deux cas limites suivants:

- Le support de la fonction de diffusion est très étroit vis-à-vis de celui de la fonction d'ambiguïté de $S_0(t)$. Ce sera par exemple le cas d'une cible parasite ponctuelle (cf § III). On peut assimiler dans (10) $D(\lambda, \xi)$ à $M\delta(\lambda - 1, \xi)$ où

$$(12) M = \iint \frac{D(\lambda, \xi)}{\lambda} d\lambda d\xi$$

V^2 devient alors $V^2 \sim \alpha M \Psi_{S_0}(\lambda_0, \xi_0)$

Le cas le plus défavorable est évidemment celui où $\lambda_0 = 1, \xi_0 = 0$ et la dégradation maximale est égale à:

$$(13) \frac{V^2}{\gamma_0 E_S} \underset{\max}{=} \frac{ME}{\gamma_0} = \frac{E_r}{\gamma_0}$$

E_r est l'énergie de la réverbération.

- Au contraire, c'est maintenant la fonction d'ambiguïté qui est assimilable à un double Dirac vis-à-vis de $D(\lambda, \xi)$. C'est le cas d'un signal à fort pouvoir de résolution en temps et en fréquence, de durée T , de bande B avec $BT \gg 1$. Si F est l'élargissement Doppler de la fonc.

tion de diffusion et L son élargissement temporel, les conditions ci-dessus s'écrivent:

$$\frac{1}{B} \ll L \text{ et } \frac{1}{B^2 T} \ll F.$$

On va assimiler dans (10) $\psi^2_{S_0}$ à $\frac{E}{B^2 T} \delta(\lambda-1, \xi)$ (cf [1]), $V^2(1,0)$ s'écrit alors $\frac{\alpha E^2 D(1,0)}{B^2 T}$. A un coefficient

près qui dépend de la forme précise de $D(\lambda, \xi)$, on a $D(1,0) \sim \frac{M}{2FL}$. La valeur maximale de la dégradation de l'indice de performance est alors définie par

$$\frac{V^2(1,0)}{\gamma_0 E_S} \sim \frac{E_r}{\gamma_0} \cdot \frac{1}{B^2 T^2 FL}, \text{ ce qui, avec les hypothèses ci-dessus, est beaucoup plus faible que (13).}$$

On peut donc d'ores et déjà penser que, dans le cas de signaux à grand produit durée x bande, l'indice de performance du r.s.o restera assez proche de E_S/γ_0 et donc à fortiori très près de J^2 .

Le problème de la détermination du récepteur optimal réside dans le calcul du filtre $Q(t,u)$. Théoriquement la connaissance de la fonction de diffusion nous permet d'accéder à la connaissance de la covariance de la réverbération $\Gamma_{\tilde{W}}(t,u)$ et, par filtrage inverse, on obtient $Q(t,u)$. Pratiquement l'élaboration de $Q(t,u)$ s'avère très difficile. Aussi allons-nous examiner d'abord un cas important pour lequel cette opération se simplifie.

II.- COVARIANCE DE LA REVERBERATION STATIONNAIRE.

2.1. Signification physique de la stationnarité.

2.1.1. Signaux monochromatiques.

Soit le signal $S_0(t) = \cos 2\pi\nu_0 t$. Si l'on suppose la durée d'émission assez longue on peut écrire:

$$\Gamma_{\tilde{W}}(t, t-\tau) = \frac{1}{2} \iint_{R^2} \cos 2\pi\nu_0 \lambda \tau D(\lambda, \xi) d\lambda d\xi + \frac{1}{2} \iint_{R^2} \cos 2\pi\nu_0 (\lambda \tau - \lambda \tau - 2\xi) D(\lambda, \xi) d\lambda d\xi$$

Le deuxième terme est, en général, très faible vu les valeurs utilisées couramment pour la fréquence ν_0 (de 500 à 1000 Hz) et la valeur du support temporel L de la fonction de diffusion (quelques dizaines de millisecondes [7] [8]). On peut donc considérer en pratique pour un signal d'émission monochromatique la covariance de la réverbération comme quasiment stationnaire:

$$\Gamma_{\tilde{W}}(t, t-\tau) \simeq \Gamma_{\tilde{W}}(\tau) = \frac{1}{2} \int \cos 2\pi\nu_0 \lambda \tau \cdot P(\lambda) \cdot d\lambda$$

La fonction de diffusion n'intervient que par son intégrale vis-à-vis de ξ :

$$(14) \quad P(\lambda) = \int_R D(\lambda, \xi) d\xi$$

Pour que la stationnarité ne soit pas vérifiée en pratique, il faudrait que la fréquence d'émission soit très basse lorsque L est très faible: cela peut être le cas pour des émissions à longue distance avec des "chemins multiples" très marqués.

2.1.2. Stationnarité "locale" ou fonction de diffusion uniforme en retard.

Considérons [1] le cas où la réverbération s'étale largement dans le temps vis-à-vis de la durée du signal écho (ceci est particulièrement le cas pour des émissions impulsives). La non stationnarité de la réverbération sera peu importante sur la fenêtre d'observation et cela d'autant plus que cette fenêtre encadrera le signal écho. Dans ce cas, on remplacera la covariance $\Gamma_{\tilde{W}}(t, t-\tau)$ par sa valeur moyenne sur la durée d'observation T_0 :

$$(15) \quad \Gamma_{\tilde{W}}(\tau) \sim \frac{1}{T_0} \int_{T_0} \Gamma_{\tilde{W}}(t, t-\tau) dt = \int_R \frac{1}{\lambda} C_{S_0}(\lambda \tau) P(\lambda) d\lambda$$

où $C_{S_0}(\tau)$ est la fonction d'autocorrelation de S rapportée à T_0 :

$$C_{S_0}(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} S_0(t) S_0(t-\tau) dt$$

La fonction de diffusion n'intervient là aussi que par $P(\lambda)$ défini en (14).

Une façon équivalente de considérer la covariance de la réverbération comme stationnaire sur la durée d'observation T_0 est de supposer la fonction de diffusion constante en ξ (ou la réverbération uniforme) sur cette même durée. On obtient une équation identique à (15) en changeant de l'écriture:

$$(16) \quad D(\lambda, \xi) \simeq D_1(\lambda) = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{P(\lambda)}{T_0}, \quad \forall \xi.$$

Une façon analogue d'obtenir une covariance stationnaire est proposée par H.L. Van Trees [5]: le milieu réverbérant qu'il considère est composé de diffuseurs indépendants, les amplitudes des différents échos sont indépendantes des distances et vitesses des cibles élémentaires. La distribution des diffuseurs est supposée uniforme. L'ensemble de ces hypothèses revient à un modèle WSSUS avec une fonction de diffusion constante en ξ .

2.2. Filtre optimal. Indices de performance.

L'hypothèse de stationnarité simplifiée énormément le problème de la résolution de l'équation de Fredholm (4) et conduit à un filtre $Q(\tau)$ homogène défini, en négligeant les conditions aux limites, par:

$$(17) \quad q(\nu) = \frac{1}{\gamma_0 + \gamma_{\tilde{W}}(\nu)} \text{ avec } \begin{cases} q(\nu) \in Q(\tau) \\ \gamma_{\tilde{W}}(\nu) = \Gamma_{\tilde{W}}(\tau) \text{ défini par (15)} \end{cases}$$

soit $E_r = \Gamma_{\tilde{W}}(0)$ énergie de la réverbération. On voit que si $E_r/\gamma_0 \gg 1$ on aboutit au filtre inverse de $S(t)$, $E_r/\gamma_0 \ll 1$ on aboutit au filtre adapté à $S(t)$.

2.3. Applications.

2.3.1. Signaux monochromatiques.

Si l'on suppose la durée T_0 de l'émission monochromatique à la fréquence ν_0 assez grande pour assimiler fréquentiellement le signal à un Dirac vis-à-vis du support fréquentiel de la réverbération (par exemple en acousti



que sous marine une durée supérieure à 10s car ce support est de l'ordre du Hertz), les indices de performance sont identiques et valent:

$$(20) \quad J^2 = J'^2 = \frac{E_S}{\gamma_0 + \gamma_w(v_0)} = \frac{E_S}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{E_r}{\gamma_0} \cdot \frac{\beta}{v_0 T_0 F}}$$

où F est l'élargissement doppler de la fonction de diffusion (cf § 1.2) et β un coefficient qui dépend de la forme précise de P(λ). Le récepteur classique est aussi performant que le récepteur optimal. Nous n'avons fait aucune hypothèse de stationnarité locale, la stationnarité découlant de l'excitation monochromatique. Nous n'avons fait également aucune hypothèse sur la support spectral de la réverbération.

Ce résultat est en parfait accord avec ceux de H.L Van Trees [5]. Celui-ci a étudié une émission modulée linéairement en fréquence, à enveloppe gaussienne. Les résultats sont bien identiques pour le cas où la largeur de bande du signal émis est faible devant l'élargissement spectral du milieu. Mais de plus, pour le type de signal émis étudié, la relation (20) est vérifiée pour une largeur de bande du signal émis de l'ordre de grandeur de l'élargissement spectral du milieu (et même supérieure). Cela montre que les résultats de (20) (égalité de J et J' dans le cas de signaux monochromatiques) sont valables même pour des durées de signal émis pas trop élevés ($\geq 0,5$ sec pour les ordres de grandeur considérés ci-dessus).

2.3.2. Signaux à bande large.

Nous allons étudier deux signaux à large bande particulièrement employés en détection. En milieu marin, on sait, d'après tous les résultats pratiques obtenus, que le support fréquentiel de la fonction de diffusion est très étroit ($F \ll 1$). Dans ce cas, pour des émissions à large bande, il est normal de considérer que le support fréquentiel de la réverbération est le même que celui de l'émission, ce qui se traduit sur l'équation (15) par

$$\Gamma_w^{\sim}(\tau) = \int_R \frac{1}{\lambda} C_{S_0}(\lambda \tau) P(\lambda) d\lambda \quad M C_{S_0}(\tau)$$

M, toujours défini par (12) est aussi le rapport entre l'énergie de la réverbération ($E_r = \tilde{\Gamma}_w^{\sim}(0)$), et celle du signal émis E. Pour des signaux à large bande, on pourra donc écrire:

$$\Gamma_w^{\sim}(\tau) \approx \gamma_w^{\sim}(v) \sim \left| s_0(v) \right|^2$$

2.3.2.1 Signaux à d.s.e.* constante sur une bande B

Dans ce cas, en supposant toujours la dispersion spectrale du milieu suffisamment faible pour que $\gamma_w^{\sim}(v)$ soit aussi à valeur constante γ_w^{\sim} et défini sur la même bande B, l'on obtient:

$$(21) \quad J^2 = J'^2 = \frac{E_S}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{\gamma_w^{\sim}}{\gamma_0}} = \frac{E_S}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{ME}{BT_0 \gamma_0}} = \frac{E_S}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{E_r}{BT_0 \gamma_0}}$$

* Densité spectrale énergétique.

Ceci peut représenter en particulier le cas d'une émission modulée linéairement en fréquence (M.L.F) à grand produit durée bande (dont on peut approximer la d.s.e. à une constante sur la bande):

L'évolution de J^2 et J'^2 en fonction de E_S/γ_0 est donnée fig 1 où nous avons tracé également la droite $E_S/\gamma_0 = J_0^2$ qui correspond à l'indice de performance en absence de réverbération.

L'indice de performance croit avec l'énergie du signal émis E en restant très légèrement inférieur à J_0^2 tant que le rapport E/γ_0 ne dépasse pas la valeur $\frac{E_r}{E_r}$. BT, qui est très élevée en pratique. Au delà, par contre, les performances ne s'améliorent plus ce qui est normal car en augmentant l'énergie du signal, on augmente la réverbération.

En fait, pour un signal MLF, la d.s.e. n'est pas rigoureusement assimilable à une constante et donc J'^2 ne sera pas tout à fait égal à J^2 . Pour mettre en évidence ces différences, nous nous intéressons à un autre signal à grand produit durée-bande, dont la d.s.e est nettement différente d'une constante sur la bande, elle-même non franchement délimitée.

2.3.2.2. Signal binaire codé. (type P.S.K) (cf [13])

Soit un signal PSK de durée $T_0 = K\theta$, K nombre de pas de durée θ du code. Si K est grand, la fonction d'autocorrélation du PSK est:

$$\Gamma_{S_0}(\tau) \sim E \Lambda_{\theta}(\tau) \quad \Lambda_{\theta}(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{\theta} \quad \tau < \theta$$

$$= 0 \quad \text{sinon}$$

On obtient alors [3] pour les indices de performance:

$$(22) \quad J^2 = \frac{2K}{\pi} \cdot \frac{E_S}{E_r} \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2 + \sin^2 x} dx \quad \text{avec } \mu = \frac{E_r}{\gamma_0} \frac{M}{K}$$

et

$$(23) \quad J'^2 = \frac{E_S}{\gamma_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2I}{\pi} \frac{M}{K} \frac{E_r}{\gamma_0}} \quad I = 1,0550 \dots$$

$$M = \frac{E_r}{E}$$

La valeur (23) est identique à celle trouvée pour l'indice J' du signal MLF (21) en prenant pour définition de la bande du PSK environ $3/4\theta$.

Nous obtenons les courbes tracées (fig 1 et 2) en fonction du rapport E/γ_0 en tenant compte des paramètres $M = E_r/E$, et K (qui joue le rôle du produit BT du signal MLF) Pour J' on a les mêmes propriétés que pour le signal MLF. L'indice J n'est pas égal à J' mais en fait, on constate que J et J' sont quasiment identiques dans une zone très vaste car K est un nombre élevé (de l'ordre de 500 à 1000):

$$(24) \quad \left| \begin{array}{ll} \frac{E}{\gamma_0} < \frac{K}{M} & \text{ou } \frac{E_r}{\gamma_0} < K \\ \frac{E}{\gamma_0} > \frac{K}{M} & \text{ou } \frac{E_r}{\gamma_0} > K \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} J \sim J' \\ J \gg J' \end{array}$$

DETECTION OPTIMALE ET SOUS-OPTIMALE EN PRESENCE DE REVERBERATION

Tant que $E_r/\gamma_0 < K$, le fait de tenir compte de la réverbération dans la structure du récepteur optimal n'apporte aucune amélioration. Par contre, pour $E_r/\gamma_0 > K$, dans le cas du récepteur classique, augmenter l'énergie signal augmente la réverbération et l'indice de performance ne croît plus; dans le cas du récepteur optimal qui tient compte de la réverbération, l'indice de performance augmente avec l'énergie du signal émis et il devient alors très supérieur à l'indice du récepteur classique. Il faut toutefois remarquer que K est grand en pratique et l'on se trouve en général dans le cas où les deux indices J et J' sont quasiment identiques.

INDICES DE PERFORMANCE

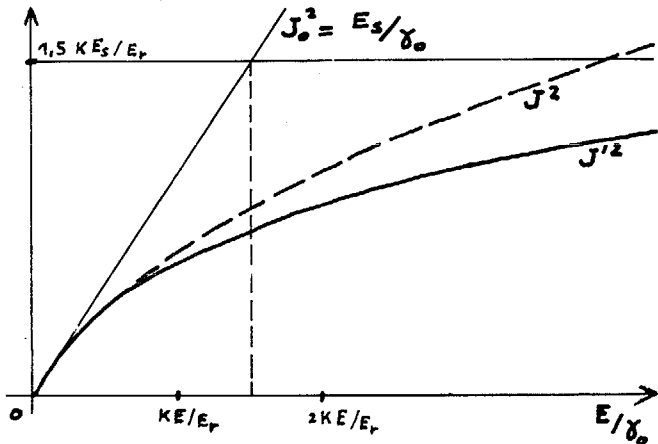


Fig. 1

INDICES DE PERFORMANCE

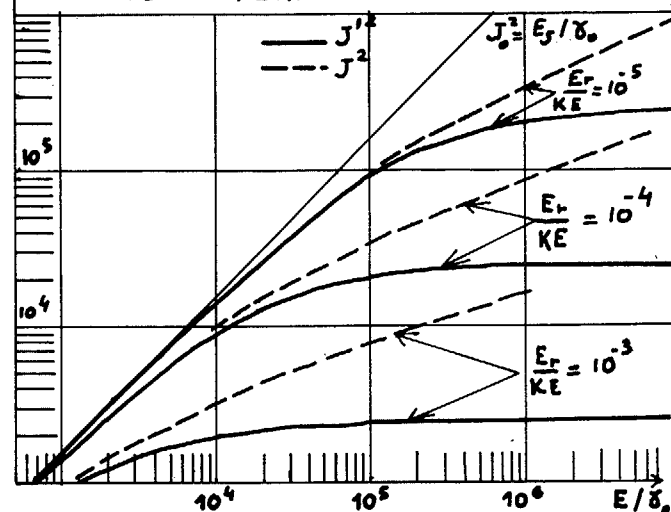


Fig. 2

2.3.2.3 Le signal utilisé par Van Trees [5] [4] qui présente une densité spectrale de puissance moyenne gaussienne est sûrement un cas intermédiaire entre le signal MLF et le code PSK. Les résultats obtenus par Van Trees pour une dispersion spectrale très faible devant la bande du signal émis concordent parfaitement avec les résultats précédents (mêmes variations en fonction du rapport E_r/γ_0), et indices J et J' quasiment égaux car le rapport E_r/γ_0 reste dans [5] toujours inférieur à 100)

2.3.3 Conclusions du cas stationnaire.

Des cas intermédiaires aux précédents sont étudiés sous les mêmes conditions dans [5] et là encore, la différence entre J et J' ne dépasse pas 1,5 à 2db. Tenant compte de tous ces résultats, il ressort que, si l'on peut considérer la covariance de la réverbération comme stationnaire et tant que le niveau du bruit de réverbération n'est pas trop important devant celui du bruit ambiant, le récepteur classique, adapté au signal émis seul, aura des performances quasi égales à celles du récepteur optimal (qui lui tient compte du milieu de propagation). Il faudra atteindre des niveaux de réverbération très élevés ($E_r/\gamma_0 > 500$) pour, sur certains signaux, relever des performances très différentes entre les deux récepteurs.

L'amélioration qu'apporte le récepteur optimal vis-à-vis du récepteur classique dans le cas stationnaire n'est donc pas évidente. Par contre cette amélioration sera d'autant plus importante que le bruit de réverbération s'éloignera de la stationnarité. Nous allons donc étudier le cas où la covariance $\Gamma_w(t,u)$ donné par (3) est non stationnaire.

3. REVERBERATION NON STATIONNAIRE.

Nous avons rappelé en 1.2 comment obtenir les indices de performance du r.o. et du r.s.o. Certains calculs menés dans [5] aboutissent à des valeurs de J et J' très voisines. Mais les formes de fonctions de diffusion utilisées étaient trop lentement variables dans ce cas là, on ne s'écarte pas beaucoup de la réverbération uniforme. C'est pourquoi nous avons étudié un milieu de configuration totalement opposé: c'est le cas où la réverbération provient d'un ensemble de cibles parasites "ponctuelles".

3.1. Cas de cibles ponctuelles parasites.

Nous cherchons donc à détecter un signal connu, certain, (provenant d'une cible dont on connaît toutes les caractéristiques) en présence d'autres cibles considérées comme parasites. La réverbération $W(t)$ est alors la somme des N échos provenant de ces cibles parasites dont on suppose connaître les paramètres retard et doppler mais l'amplitude de chaque écho parasite est variable aléatoire (v.a), centrée, de variance α_i . Si l'on suppose que ces amplitudes sont indépendantes et gaussiennes, le milieu réverbérant WSSUS ainsi construit est caractérisé par une fonction de diffusion

$$D(\lambda, \xi) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \delta(\lambda - \lambda_i, \xi - \xi_i)$$

(N.B: Ceci est encore le cas particulier du modèle de Faure [6]).

La covariance de la sortie du milieu s'écrit:

$$(26) \Gamma_w(t;u) = \sum_{i=1}^N \alpha_i S_0(\lambda_i t - \xi) S_0(\lambda_i u - \xi) \quad 0 < t, u < T_0$$



Cette covariance est de type factorisable [1]. On connaît des méthodes pour calculer $Q(t, u)$. Pour illustrer ceci nous traiterons le cas $N=2$.

3.2 Cas de deux cibles parasites.

3.2.1. Récepteur optimal.

Soient $\lambda_1, \lambda_2, \xi_1, \xi_2$ les paramètres respectifs doppler et retard des deux cibles parasites, et α_1 et α_2 les variances des amplitudes des échos correspondants. On posera donc $\frac{\alpha_1}{\lambda_1} + \frac{\alpha_2}{\lambda_2} = M$. Pour simplifier les notations, on supposera que la cible à détecter est elle caractérisée par $\lambda_0=1, \xi_0=0$, et que $\alpha=1$. Ce qui revient à prendre $S(t) = S_0(t)$. $E_S = E_{S_0} = E$. La covariance de réverbération est

$$(27) \Gamma_{\tilde{W}}(t, u) = \sum_{i=1,2} \alpha_i S_0(\lambda_i t - \xi_i) S_0(\lambda_i u - \xi_i)$$

La structure optimale de réception consiste à construire le signal modifié $S_1(t)$ qui satisfait à l'équation:

$$(28) \int \Gamma_{\tilde{W}}(t, u) S_1(t) dt + \gamma_0 S_1(u) = S(u) \quad 0 < u < T_0$$

Dans le cas (27), on cherche [4] une solution $S_1(t)$ de la forme:

$$(29) S_1(t) = a S_0(t) + b S_0(\lambda_1 t - \xi_1) + c S_0(\lambda_2 t - \xi_2)$$

où les constantes a, b , et c sont à déterminer. En reportant (29) et (27) dans (28) et en développant, on obtient le système suivant d'équations :

$$(30) \begin{cases} a = 1/\gamma_0 \\ \alpha_1 a \Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) + \alpha_1 b E + \alpha_1 c \Psi_{12} + b \gamma_0 = 0 \\ \alpha_2 a \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2) + \alpha_2 b E + \alpha_2 c \Psi_{12} + c \gamma_0 = 0 \end{cases}$$

où $\Psi_{12} = \int S_0(\lambda_1 t - \xi_1) S_0(\lambda_2 t - \xi_2) dt = \Psi_{S_0}(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi_2 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi_1)$

Les solutions a, b, c qui satisfont (30) sont:

$$a = 1/\gamma_0$$

$$b = \frac{1}{\det} [(\gamma_0 + \alpha_2 E) (\frac{-\alpha_1}{\gamma_0} \Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\gamma_0} \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2) \Psi_{12})]$$

$$c = \frac{1}{\det} [(\gamma_0 + \alpha_1 E) (\frac{-\alpha_2}{\gamma_0} \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2) + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\gamma_0} \Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) \Psi_{12})]$$

avec $\det = (\alpha_1 E + \gamma_0) (\alpha_2 E + \gamma_0) - \alpha_1 \alpha_2 \Psi_{12}$

Le signal $S_1(t)$ de référence est donc une combinaison linéaire des signaux en provenance des 3 cibles (celle à détecter et les 2 parasites). On forme l'estimée optimale des signaux en provenance des bruiteurs et on la soustrait au signal attendu. Remarquons que, cette fois ci, en ce qui concerne le r.o., la performance est directement liée à la forme de la fonction d'ambiguïté du signal comme dans le cas du r.s.o.. En particulier, si les cibles parasites n'interfèrent pas avec la cible à détecter, i.e. si $\Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) = \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2) = 0$, $S_1(t)$ est simplement le signal $S(t)$ et $J^2 = E/\gamma_0$.

Remarquons encore que ces interférences peuvent être nulles pour certaines formes de signaux émis et non pour d'autres. En particulier, si l'émission est monochromatique, l'hypothèse de bruiteurs ponctuels est tout à fait en contradiction avec l'hypothèse de stationnarité du §II 1.1 et les interférences chiffrées par Ψ_{S_0} pourront être assez fortes.

Dans le cas où $S_1(t)$ est de la forme (29), l'indice de performance est alors :

$$(32) J^2 = \int S(t) S_1(t) dt = E/\gamma_0 + b \Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) + c \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2)$$

où b et c sont toujours données par (31).

3.2.2. Récepteur sous optimal

Si l'on utilise le filtre adapté au signal seul:

$$S_1(t) = a S_0(t)$$

les performances sont traduites par (9) et (10). Dans la quantité V^2 , on remplace $D(\lambda, \xi)$ par

$$D(\lambda, \xi) = \alpha_1 \delta(\lambda - \lambda_1, \xi - \xi_1) + \alpha_2 \delta(\lambda - \lambda_2, \xi - \xi_2)$$

$$V^2 = \alpha_1 \Psi_{S_0}^2(\lambda_1, \xi_1) + \alpha_2 \Psi_{S_0}^2(\lambda_2, \xi_2)$$

Finalement l'indice de performance du r.s.o. devient:

$$J^2 = \frac{E}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{\sum_{i=1,2} \alpha_i \Psi_{S_0}^2(\lambda_i, \xi_i)}{\gamma_0 E}} \quad (33)$$

(33) s'étend de façon évidente au cas de N cibles parasites.

3.2.3. Comparaisons.

Pour fixer les ordres de grandeur, supposons que les cibles parasites interviennent de façon identique :

$\frac{\alpha_1}{\lambda_1} = \frac{\alpha_2}{\lambda_2} = \frac{M}{2}$. Supposons que le signal $S_0(t)$, d'énergie E , ait un fort pouvoir de résolution en temps et en fréquence (par exemple un signal PSK de durée T et de bande B avec $BT \gg 1$). On pourra alors considérer que dans tout le plan retard-doppler, $\Psi(\lambda, \xi)$ est de l'ordre de grandeur de E/\sqrt{BT} sauf au voisinage de l'origine $(0,1)$ où $\Psi(\lambda, \xi) = E$.

$$(34) \text{Donc } \Psi_{S_0}(\lambda_1, \xi_1) \Psi_{S_0}(\lambda_2, \xi_2) \sim \Psi_{12} \sim \frac{E}{\sqrt{BT}}$$

Alors J^2 donné par (32) et (31) devient:

$$J^2 = \frac{E}{\gamma_0} + \frac{2}{\det} \frac{E}{\sqrt{BT}} [\frac{M^2 E^2}{4 \gamma_0 BT} - \frac{ME}{2 \gamma_0 \sqrt{BT}} (\gamma_0 + \frac{ME}{2})]$$

où $\det = (\frac{ME}{2} + \gamma_0)^2 - \frac{M^2}{4} \frac{E^2}{BT}$

En négligeant les termes en $1/BT$ vis-à-vis des termes en $1/\sqrt{BT}$, on a

$$(35) J^2 \sim \frac{E}{\gamma_0} [1 - \frac{ME/\gamma_0}{BT(1+ME/2\gamma_0)}] \frac{E}{\gamma_0} (1 - \frac{E_r/\gamma_0}{BT(1+\frac{E_r}{2\gamma_0})}); E_r = ME$$

Avec les mêmes approximations, J^2 donné par (33) devient

$$(36) J^2 \sim \frac{E}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{E_r}{BT \gamma_0}}$$

Les valeurs approchées de J^2 et J'^2 dépendent encore de E_r/γ_0

Supposons par exemple $BT=100$. Nous obtenons:

Pour E_r/γ_0	petit	$J^2 \sim$	$J'^2 =$	$\frac{E}{\gamma_0}$
	1	= 0,993 E/γ_0	= 0,990 E/γ_0	
	10	= 0,984 E/γ_0	= 0,906 E/γ_0	
	100	= 0,98 E/γ_0	= 0,5 E/γ_0	

Dans ce dernier cas, le r.o. est beaucoup plus performant que le r.s.o.

Un cas particulièrement défavorable pour la détection est celui où l'une des cibles interfère totalement avec une autre (alors (34) n'est plus vrai). C'est le cas par exemple d'une seule cible parasite lorsque les caractéristiques retard-doppler de celle-ci sont identiques à celles de la cible à détecter.

On obtient:

$$(37) \quad J^2 = J'^2 = \frac{E}{\gamma_0} \frac{1}{1 + \frac{E}{\gamma_0}}$$

La valeur de J'^2 donnée par (37) est celle déjà trouvée en (13) et correspond à l'indice de performance le plus bas. Lorsque l'énergie du bruit blanc est prépondérante devant celle de la cible parasite, les indices de performance sont peu différents de E/γ_0 ; mais lorsque le bruiteur parasite est fort devant le bruit blanc, $J^2=J'^2$ devient très faible.

CONCLUSION.

Nous nous sommes intéressés à la détection d'un signal connu au sein de bruit additif et d'un bruit de réverbération. Les propriétés statistiques de ce bruit de réverbération sont supposés connus et passent par l'intermédiaire de l'estimation de la fonction de diffusion du milieu. Nous avons comparé les indices de performance du récepteur optimal (r.o) qui utilise la connaissance de la fonction de diffusion du milieu, et du récepteur sous optimal (rso) adapté au signal seul, et qui ne suppose rien sur la réverbération. L'obtention du r.o étant difficile dans le cas général, nous avons étudié plus spécialement 2 cas pour lesquels on arrive à une estimation analytique du r.o et de son indice de performance sans trop spécifier les signaux utilisés. Les 2 cas peuvent être considérés comme limites et opposés en ce qui concerne les évolutions de la réverbération: dans le 1er cas (stationnarité) l'évolution en retard de la fonction de diffusion (qui est souvent l'altération prépondérante causée par le milieu (cf [7][8]) est supposée quasi constante, alors que dans le 2ème cas (cibles ponctuelles) la fonction de diffusion est composée de raies. En propagation acoustique sous-marine on aura souvent affaire à des types intermédiaires de fonction de diffusion, mais c'est souvent une structure "hachée" (trajets multiples) qui est mise en évidence (cf par ex: [7,8]). Dans le 1er cas, seule l'allure de la densité spectrale du signal intervient, alors que dans le 2ème cas, le paramètre fondamental est la fonction d'ambiguïté du signal émis. Dans les 2 cas pour des signaux à grand produit bande durée, les indices de performance du r.o et du r.s.o. ne sont vraiment différents que si la réverbération est prédominante vis-à-vis du bruit additif. Pour des signaux

de type monochromatique, on se trouve toujours en pratique dans le cas de covariance stationnaire et il y a identité entre le r.o et le r.s.o. Dans le cas de cibles parasites, les performances sont de toute façon fortement liées à la configuration des cibles. La stratégie à utiliser en présence de réverbération pourra donc être dans la plupart des cas d'utiliser le r.s.o, mais la difficulté sera reportée sur le choix de la forme du signal qui permet d'optimiser J^2 . Cette optimisation nécessite aussi la connaissance de la fonction de diffusion du milieu.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - JOURDAIN(G). Filtres linéaires aléatoires et non stationnaires. Modèles, simulations et applications Thèse de doctorat d'état, Grenoble, 1976.
- 2 - JOURDAIN(G)-MUNIER(J). Détection en présence de réverbération. Colloque GRETSI. Nice 1975.
- 3 - JOURDAIN(G)-LOUBET(G) Détection optimale en présence de réverbération. Etude et discussion du cas stationnaire. Rapport Cephag 48-77.
- 4 VAN TREES(HL) Detection, estimation and modulation theory Vol1 et 3. Chap 9 et 13 (Wiley)
- 5 - VAN TREES(HL) Optimum Signal Design and Processing for reverberation limited environments. IEEE transactions on military electronics-1965.
- 6 - FAURE(M.P) Modèle statistique de la réverbération cours d'été OTAN, traitement du signal. Grenoble sept 1964 109-127.
- 7 - JOURDAIN(G) JOURDAIN(J) Méthodes et techniques d'estimation de la fonction de diffusion. Colloque GRETSI. Nice 1977.
- 8 - COSTA(D)-HUG(E) An Estimation of the scattering function of an undersea acoustic channel Alta Frequenza N4 Vol XLV - 1976.
- 9 - DECOUVELAERE(M) Conception du signal pour la détection active par filtrage adapté en présence de réverbération. Applications à l'étude des signaux sonar biologiques - ENST - D 78.015.