COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

CARACTERISATION DETERMINISTE ET STOCHASTIQUE DU CANAL DE TRANSMISSION ACOUSTIQUE SOUS-MARIN.

R. Laval

SACLANT ASW Research Centre, La Spezia, Italy.

RESUME

Le canal de transmission acoustique sous-marin peut être caracterisé, par analogie avec la théorie des filtres linéaires, par une fonction de transfert qui définirait la transformation des signaux entre une source et un recepteur ponctuel de position arbitraire. Cette fonction de transfert est une fonction, souvent très complexe, de la fréquence, du temps et des coordonnées spatiales de l'émetteur et du recepteur.

Il est théoriquement possible de calculer cette fonction à partir de la connaisance des propriétés physiques du milieu et de ses frontières, la surface et le fond. Etant donnée la grande variabilité de ces propriétés on sera amené à établir une distinction entre les méthodes déterministes, qui sont basées sur les propriétés "macroscopiques" du milieu et les méthodes stochastiques qui étudient l'influence des variations à échelle "microscopique".

Les méthodes deterministes qui ont été utilisées jusqu'à présent sont basées sur la théorie des rayons sonores ou sur la théorie des modes. Ces deux méthodes représentent des approximations différentes de l'equation de propagation du son dont les domaines de validité sont différents et dans une certaine mesure complémentaires.

Les méthodes stochastiques introduisent les concepts de cohérence partielle, de fonction de diffusion, ainsi que la théorie statistique des rayons sonores.

L'association des méthodes de caracterisation déterministes et stochastiques dans un modèle unifie, pour la représentation réaliste qu'elle permettrait de donner des propriétés du canal de transmission devrait constituer un des chapitres les plus intéressants de l'acoustique sous-marine au cours des prochaines années.

SUMMARY

By analogy with the theory of linear filters the underwater acoustic channel may be characterised by a transfer function which would define the signal's transformation between a point source and receiver of an arbitrary position. This transfer function is often a very complicated function of frequency, time and the spatial coordinates of the transmitter and the receiver.

Theoretically, it is possible to compute this function from the knowledge of the physical properties of the medium and its boundaries, the surface and the bottom. Due to the large variability of those properties however, one will be lead to establish a distinction between deterministic methods that are based on the "macroscopic" properties of the medium and stochastic methods that study the influence of the microscopic scale variations.

The deterministic methods that have been utilized until now are based upon the theory of sound rays or on the mode theory. These two methods represent different approximations of the sound propagation equation of which the domains of validity are different and in a certain sense complementary.

Stochastic methods introduce concepts of partial coherence, scattering function, as well as the statistical ray theory.

The association of methods of deterministic and stochastic characterization in a unified model, for the realistic description of the channel properties should constitute one of the most interesting chapters of underwater acoustics during the next few years.

INTRODUCTION

Depuis que l'homme cherche à utiliser les profondeurs marines à des fins militaires commerciales ou scientifiques, il se heurte à des difficultés de communications qui n'ont aucune commune mesure avec celles qu'il rencontre dans les autres milieux. L'eau de mer est pratiquement opaque à la lumière visible mais aussi à toutes les formes de radiations électromagnétiques (à l'exception des fréquences extrêmement basses dont les possibilités d'application restent limitées. Depuis l'invention de la cloche sous-marine, à la fin du siècle dernier, les signaux sonores représentent le seul moyen pratique de transmettre ou d'acquérir de l'information à distance dans le milieu marin. Or, sans parler de l'aspect technologique du problème, l'utilisation rationnelle du "canal de communication sous-marin" présente des difficultés qui sont liées à la grande complexité des phénomènes de propagation dans un milieu dont les caractéristiques physiques sont elles-mêmes très complexes et varient continuellement dans le temps et dans l'espace.

L'étude scientifique des propriétés de ce canal de communication est basée sur la formulation de modèles théoriques qui permettent de déduire les propriétés acoustiques à partir des caractéristiques physiques du milieu. La validité de ces modèles est contrôlée par les résultats d'expériences au cours desquelles on mesure à la fois les paramètres physiques et acoustiques du milieu et où les prévisions théoriques sont confrontées avec les résultats expérimentaux.

Cette méthode comporte un processus itératif conduisant au perfectionnement constant des méthodes expérimentales et des modèles théotiques, de façon à amener la convergence des valeurs mesurées et des valeurs calculées.

On est encore très loin d'avoir atteint le degré de connaissance qui serait nécessaire pour projeter et utiliser de façon optimale les nombreux appareils de détection, de localisation, de communication ou de commande à distance qui utilisent les ondes sonores comme support physique de l'information.

On peut dire toutefois que l'on a maintenant atteint une bonne compréhension des phénomènes de base qui entrent en jeu dans la propagation du son en eau profonde. S'il reste encore de nombreux problèmes à résoudre, ils commencent à être pour le moins isolés et identifiés.

Il n'en est pas de même en ce qui concerne les études par petits fonds. On peut penser que dans ce domaine on a à peine atteint le seuil de maturité nécessaire pour que le processus itératif théorie-expérience puisse finalement s'amorcer.

Dans les chapitres suivants, on passera en revue à la lumière d'un formalisme inspiré de la théorie des filtres linéaires les principales méthodes qui sont utilisées pour l'étude et la caractérisation du canal acoustique. On ne considèrera que les propriétés de transmission, ou de propagation, les caractéristiques de bruit de fond ou de réverbération étant traitées par ailleurs.

LE CANAL DE TRANSMISSION CONSIDERE COMME UN FILTRE LINEAIRE

Si l'on s'en tient aux conditions de l'acoustique linéaire, les propriétés du canal de transmission peuvent être caractérisées de la façon la plus générale possible en utilisant le formalisme des filtres linéaires, par la fonction de transfert

$$H(f, t, \vec{s}, \vec{r})$$

dans laquelle f est la fréquence acoustique, t le temps et $\vec{s}$ et $\vec{r}$ sont des vecteurs qui définissent la position d'une source et d'un récepteur ponctuels par rapport à une origine arbitraire.

On assimilera donc le milieu à un filtre qui effectue une transformation entre le signal émis en $\vec{s}$ et le signal reçu en $\vec{r}$.

Cette méthode permet de caractériser les propriétés de transmission du milieu indépendamment de la forme du signal transmis et de la forme des antennes d'émission et de réception utilisées.

On peut considérer que la fonction complexe H représente l'amplitude et la phase de l'onde acoustique qui serait reçue au point $\vec{r}$ si une onde monochromatique de fréquence f était transmise au point $\vec{s}$.

H est une fonction de 8 variables indépendantes qui peut être substituée par une quelconque de ses transformées de Fourier par rapport à une ou plusieurs de ces variables (du moins lorsque les dites transformées de Fourier existent, ce qui n'est pas toujours le cas).

La transformée de Fourier par rapport à f

$$h(\tau, t, \vec{s}, \vec{r})$$

représente la réponse percussionnelle du milieu, c'est-à-dire le signal reçu au point $\vec{r}$ lorsqu'une impulsion de Dirac est transmise à l'instant t au point $\vec{s}$.

Les résultats et les conclusions des études de propagation du son peuvent toujours être formulés en terme des propriétés de la fonction H ou de ses transformées de Fourier.

Si l'on considère le nombre de variables de cette fonction, la dimension des océans, la variabilité de leurs caractéristiques physiques, et le fait que les expériences d'acoustique sous-marine exigent la mise en oeuvre de moyens importants sous forme de navires, d'équipements, et de personnel spécialisé, il est évident que les mesures expérimentales directes que l'on pourra effectuer sur le canal acoustique ne porteront que sur un nombre infime de combinaisons par rapport à toutes celles que l'on peut être amené à rencontrer en pratique.

Il est donc indispensable de pouvoir déduire les caractéristiques de transmission du canal acoustique, à partir de la connaissance que l'on peut avoir des caractéristiques physiques du milieu marin et de ses frontières.

En principe le problème consiste à résoudre l'équation de propagation du son dans un milieu dont on connaît l'indice de réfraction en chaque point de l'espace et à chaque instant, ainsi que la forme des frontières (surface et fond), et les caractéristiques de densité et d'élasticité à l'intérieur des couches constituant le sous-sol marin. Cette méthode directe d'aborder le problème aboutit à des difficultés insurmontables qui sont essentiellement dues à deux raisons :

1) La résolution directe de l'équation de propagation du son présente des difficultés mathématiques pratiquement insurmontables, même dans le cas où l'on travaille sur une représentation idéalisée assez simple du milieu physique. On est donc amené à utiliser des méthodes de calcul numériques basées sur des théories approchées, telles que la théorie des rayons sonores ou la théorie des modes, qui conduisent à des équations dont la résolution présentera moins de difficultés. Bien que basées sur des théories "simplifiées" ces méthodes donnent cependant lieu à des développements de calcul numériques souvent très importants, qui seraient de nature à saturer les plus grands centres de calcul si l'on cherchait à définir représentation physique du milieu avec une "grille de mesure" suffisamment fine.

2) Les caractéristiques physiques du milieu marin sont extrêmement variables dans l'espace et, (à part le fond), dans le temps. Cette variabilité couvre pratiquement toutes les échelles spatiales et temporelles depuis les grandes variations géographiques et saisonnières jusqu'aux plus petites fluctuations qui sont associées aux phénomènes de microstructure thermique et de turbulence dans l'equ et à la rugosité de la surface et du fond, en passant par toute une série de phénomènes d'échelle intermédiaire tels que les ondes internes, l'influence des variations météorologiques locales, les courants, les marées, les variations de profondeur, etc...

On en est donc amené à distinguer pour l'étude et la caractérisation du canal de transmission deux méthodes correspondant à deux philosophies différentes :

1) La méthode déterministe, dans laquelle les caractéristiques physiques du milieu et les caractéristiques acoustiques du canal (la fonction de transfert H ou ses transformées de Fourier) seront considérées des fonctions certaines.

2) La méthode stochastique, dans laquelle les caractéristiques physiques et acoustiques seront traitées comme des fonctions aléatoires.

En général, les phénomènes macroscopiques seront étudiés par des méthodes déterministes tandis que les phénomènes microscopiques le seront par des méthodes stochastiques.

Quel que soit le déploiement de moyens de mesures océanographiques auquel on pourra faire appel, on ne disposera jamais que d'un nombre restreint de mesures, insuffisant pour reconstituer avec précision les fonctions continues du temps et de l'espace qui définissent les caractéristiques du milieu.

Il restera donc à évaluer dans quelle mesure le degré d'incertitude avec lequel on connaîtra les caractéristiques physiques du milieu pourra influencer la précision des prédictions acoustiques correspondantes.

On retrouvera cette distinction à tous les niveaux des études océaniques/acoustiques :

1) Au niveau de la description physique du milieu. Les grandes variations de la vitesse du son en fonction de la profondeur et éventuellement des coordonnées horizontales, les variations de profondeur, la constitution générale du fond seront décrites de façon déterministe, mais on ne peut décrire que de façon stochastique les petites fluctuations de vitesse du son dues à la "microstructure thermique" et à la turbulence, les vagues de surface, la rugosité du fond et l'inhomogénéité des sédiments.

2) Au niveau expérimental. Les mesures acoustiques de pertes de propagation sont traitées d'un point de vue déterministe. Elles comportent toujours une intégration de l'énergie moyenne du signal à l'intérieur d'un certain domaine de l'espace, du temps et/ou de la fréquence. Au contraire, les mesures concernant la structure fine des champs sonores associées aux phénomènes de diffusion ou d'interférence entre un grand nombre de rayons ou de modes font appel à des techniques particulières de mesure que l'on peut qualifier de Stochastiques : Mesure de la fonction de diffusion, de l'élargissement spectral, de la cohérence spatiale, etc...

3) Au niveau des modèles. Les modèles classiques, basés sur la théorie des rayons ou la théorie des modes, sont des modèles déterministes. Par contre appartiennent à la catégorie stochastique, les théories et les modèles analytiques qui ont été élaborés dans le domaine de la propagation des ondes dans des milieux aux caractéristiques aléatoires, et celui de la réflexion des ondes sur une surface aléatoire.

Ainsi que nous l'avons mentionné, la difficulté principale que l'on rencontre dans l'étude du canal de transmission provient de la superposition d'un grand nombre de phénomènes correspondant à des échelles de variations spatiales et temporelles très diverses. On doit donc tenir compte de la présence simultanée d'effets macroscopiques et d'effets microscopiques. Il devrait en résulter une description hybride, en partie déterministe et en partie stochastique. La combinaison des deux méthodes représente probablement le problème le plus intéressant que les théoriciens de l'acoustique sous-marine auront à résoudre au cours des prochaines années.

METHODES DE CARACTERISATION DETERMINISTES

Les méthodes déterministes constituent la base de ce que l'on peut appeler l'acoustique sous-marine "classique".

Du point de vue expérimental, on peut ranger dans la catégorie déterministe les mesures énergétiques de pertes de propagation, qui sont des mesures "macroscopiques" en ce sens que les fluctuations à petite échelle du champ sonore sont éliminées par une intégration de l'énergie effectuée dans le temps, dans l'espace ou dans le domaine des fréquences (mesures par octave ou 1/3 d'octave). On y rangera aussi toutes les mesures ou observations qui cherchent à mettre en évidence une structure plus ou moins fine du champ sonore dans l'espace, de la réponse percussionnelle, ou encore des directions de départ ou d'arrivée des ondes sonores sans qu'il soit fait appel à des notions statistiques.

Les modèles théoriques déterministes cherchent à prévoir les propriétés du canal de transmission à partir d'une description physique du milieu qui comprend la fonction $c(x, y, z)$, vitesse du son en fonction des coordonnées spatiales, la fonction $Z(x, y)$, profondeur en fonction de la position, et éventuellement une description des couches sédimentaires constituant le sous-sol marin en terme de densité et d'élasticité longitudinale et latérale. En pratique, la fonction à trois dimensions $c(x, y, z)$ sera remplacée par la fonction à deux dimensions $c(y, z)$ et souvent par le simple profil de vitesse $c(z)$, et la profondeur $Z(x, y)$ par la fonction $Z(x)$, ou simplement par une constante.

On ne tient pas compte dans ces modèles des vagues à la surface, de la rugosité à petite échelle du fond ou des inhomogénéités dans les sédiments, et le temps n'est pas considéré comme une variable à l'échelle des phénomènes étudiés.

Nous considérons brièvement dans ce qui suit le principe et les limitations des deux méthodes principales qui ont été utilisées jusqu'à présent dans le cadre des études déterministes. Elles reposent sur la théorie des rayons sonores et sur la théorie des modes.

Des méthodes nouvelles ont été introduites récemment, qui consistent à effectuer le calcul numérique du champ sonore de proche en proche à partir d'une approximation directe de l'équation de propagation du son. (Equation parabolique, méthode de "Champ Rapide")

Il s'agit de méthodes de calcul abstraites qui ne reposent sur aucune décomposition des phénomènes en éléments intuitifs plus simples. Elles sont encore au stade semi-expérimental.

Acoustique géométrique ou théorie des rayons sonores

En acoustique comme en optique la théorie des rayons est basée sur la solution asymptotique de l'équation de propagation des ondes lorsque la fréquence tend vers l'infini, ce qui conduit à l'équation dite "iconienne" :

$$\frac{\partial W}{\partial x}^2 + \frac{\partial W}{\partial y}^2 + \frac{\partial W}{\partial z}^2 = n^2(x\ y\ z)$$

où

$$n = \frac{c_o}{c(x,y,z)}$$ est l'indice de réfraction

et où les surfaces $W(x,y,z)$ représentent les fronts d'onde qui se propagent à l'intérieur du milieu.

Les normales à ces fronts d'onde sont les rayons, qui obéissent à la loi de réfraction de Descartes, la courbure des rayons s'exprimant en fonction du gradient de l'indice de réfraction n.

Les rayons qui joignent deux points de l'espace sont des solutions du principe de Fermat, et correspondent à un "chemin optique ou acoustique minimum" c'est-à-dire à un temps de propagation minimum.

On distingue les rayons directs et les rayons réfléchis une ou plusieurs fois sur la surface et/ou sur le fond.

On peut associer à chacun de ces rayons une direction de départ et d'arrivée, une longueur, un temps de propagation et une perte de propagation par divergence.

Cette perte de propagation purement "géométrique" est inversement proportionnelle à la section au niveau du point récepteur d'un tube élémentaire qui serait constitué par les rayons issus du point émetteur autour d'un angle solide élémentaire centré sur la direction du départ du rayon.

Les pertes de propagation dans le sens émetteur récepteur, et dans le sens récepteur émetteur sont égales, au rapport près des indices de réfraction entre les deux points.

Chaque rayon étant associé à un certain retard et à une certaine atténuation indépendante de la fréquence, la réponse percussionnelle du canal de transmission en présence de trajets multiples est simplement constituée d'une série d'impulsions de Dirac.

$$h(\tau,\vec{s},\vec{r}) = I_1\partial(\tau-\tau_1) + I_2\partial(\tau-\tau_2)+\ldots+I_n\partial(\tau-\tau_n)$$

La fonction de transfert $H(f,\vec{s},\vec{r})$ est la transformée de Fourier par rapport à τ de h. Pour une fréquence déterminée la fonction H donnera la perte de propagation qui correspond à l'addition "cohérente" de l'énergie associée aux différents rayons.

Ce modèle purement géométrique doit être corrigé par la prise en considération d'un certain nombre de facteurs :

Tout d'abord l'absorption qui introduit une perte de propagation qui, en échelle logarithmique (en décibels) est proportionnelle à la longueur du rayon, et qui croît continuellement avec la fréquence.

Pour une position donnée de l'émetteur et du récepteur, le phénomène d'absorption est donc équivalent à un filtre passe-bas qui serait placé en série avec le "filtre géométrique" précédent. C'est la réponse percussionnelle de ce filtre qui donnera sa forme à la réponse percussionnelle associée à chaque rayon, qui ne sera donc plus une impulsion de Dirac.

Pour les fréquences supérieures à 5 kHz (et inférieures à 200 kHz) l'absorption dans l'eau de mer est donnée par la formule :

$$a = 0{,}006\ r\ f^2$$

où a est l'absorption en décibels, r la distance (la longueur du rayon) en km, f la fréquence en kHz.

Cette absorption est due au phénomène de relaxation d'un sel de magnésium.

Pour une distance donnée, le filtre passe bas correspondant à cette loi d'absorption présente une caractéristique d'amplitude en fonction de la fréquence qui est une courbe de gauss. Certaines considérations sur la nature du processus d'absorption (processus à déphasage minimum) permettent de conclure qu'il n'introduit pas de déphasage pour autant que la bande de fréquence considérée est très inférieure à la fréquence de relaxation.

La réponse percussionnelle de ce filtre gaussien sera elle-même une impulsion de gauss dans le domaine des retards τ, la largeur effective de cette impulsion étant donnée par

$$\sigma_\tau = 12\cdot10^{-6}\sqrt{r}$$

σ_τ étant la durée en seconde de l'impulsion entre les points à 5 dB du maximum, et r la distance en kilomètres.

Au-dessous de 5 kHz, on observe une absorption supplémentaire qui est associée à un phénomène de relaxation à la fréquence de résonnance de 1,7 kHz. Selon des études récentes, elle serait due à la présence du bore dans l'eau de mer.

La loi d'absorption corrigée est d'après Leroy :

$$a = r\left[0{,}006f^2 + \frac{2{,}63\ f^2}{2{,}9+f^2}\right]$$

Pour les distances de propagation supérieures à 10 km, la présence de cette absorption supplémentaire tend à allonger et à déformer la réponse percussionnelle.

Le deuxième facteur correctif à considérer est la transformation de phase, indépendante de la fréquence, qui se produit à chaque réflexion sur la surface et à chaque passage du rayon par un point de focalisation. La rotation de phase à chaque réflexion sur la surface est de π ce qui correspond à une inversion de signe de la réponse percussionnelle. Elle est de $\pi/2$ chaque fois que le rayon traverse un point de focalisation (chaque fois qu'il passe par un point de tangence à une caustique) ce qui correspond à une transformation de Hilbert de la réponse percussionnelle.

Le troisième facteur est lié à la réflexion des rayons sur le fond. Celle-ci introduit une atténuation et un déphasage qui sont fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence. L'étude des lois de la réflexion n'est pas du domaine de l'acoustique géométrique. Dans la mesure où l'on admet que le fond est constitué de stratifications horizontales dont on connaît les caractéristiques de densité, d'élasticité et d'absorption et si l'on peut assimiler à des ondes planes les fronts d'onde associés aux rayons, il est possible de calculer la loi d'amplitude et de phase associée à la réflexion, en utilisant une méthode de résolution numérique de l'équation de propagation du son. On pourra considérer cette loi comme la fonction de transfert du filtre "réflexion sur le fond". La transformée de Fourier de cette fonction de transfert correspond à la réponse percussionnelle du fond. Elle met souvent en évidence les réflexions individuelles sur les stratifications successives.

On introduit aussi parfois un coefficient de perte par réflexion à la surface, qui est destiné à tenir compte de l'énergie perdue par diffusion sur les irrégularités de la surface. Cette notion est à utiliser avec réserves car le processus de diffusion ne s'accompagne en fait d'aucune absorption ou perte d'énergie, mais, comme on le verra dans le chapitre sur les méthodes stochastiques, ne fait que modifier la distribution d'énergie dans l'espace.

Enfin, quelle que soit la fréquence, la théorie des rayons n'est pas valable pour le calcul des intensités aux caustiques ou dans leur voisinage.

On sait qu'un faisceau de rayons engendre des surfaces enveloppes auxquelles chaque rayon est tangent en un point. Deux rayons infiniment voisins se croisent au point de tangence à une caustique et la théorie des rayons prévoit une énergie infinie, ce qui est en contradiction avec la solution exacte de l'équation de propagation du son.

Il est possible d'effectuer un calcul approché de l'intensité aux caustiques en utilisant la méthode dite WKB basée sur la décomposition locale du champ sonore en ondes planes.

On ne connaît pas de méthode qui permette de résoudre directement le principe de Fermat, pour calculer la trajectoire des rayons joignant deux points arbitraires s et r de l'espace.

Par contre, il existe des méthodes numériques qui permettent de calculer de proche en proche la trajectoire d'un rayon qui est issu d'une source ponctuelle s dans une certaine direction $\vec{\theta}_s$. On peut aussi calculer le temps de propagation et l'énergie tout au long de ce rayon. Si l'on trace un faisceau de rayons pour une série d'angles $\vec{\theta}_s$ séparés par des incréments suffisamment petits, on pourra déterminer par interpolation les divers rayons qui passent au point r, et calculer pour chacun d'eux le temps de propagation et l'énergie. La précision de l'interpolation peut être accrue par un processus d'itération.

La méthode de calcul des rayons dépend essentiellement de la représentation que l'on adopte pour approximer les variations de la vitesse du son dans l'espace $c(x, y, z)$ et la profondeur $Z(x, y)$.

La première distinction dépend du nombre de dimensions que l'on adopte pour cette représentation.

En pratique on n'utilise jamais une représentation à trois dimensions. Les variations de la vitesse du son étant beaucoup plus rapides en fonction de la profondeur z qu'en fonction des coordonnées horizontales, on s'est contenté jusqu'à ces dernières années d'un modèle monodimensionnel où on considérait les variations de vitesse du son comme fonction de la seule profondeur z. On pouvait par contre, en général, introduire une variation de profondeur entre l'émetteur et le récepteur, $Z(x)$. Ces modèles sont encore très largement utilisés aujourd'hui, pour raison de simplicité, mais aussi parce que dans les applications courantes tels que le sonar, on ne dispose pas de données déterministes concernant l'évolution dans l'espace du profil de vitesse, et il faut bien se contenter d'une prédiction basée sur un seul profil, pris à partir du navire.

Pour l'expérimentation scientifique, par contre, on a développé des modèles à deux dimensions, qui prennent en considération l'évolution du profil de vitesse entre la source et le récepteur $c(z, x)$.

La deuxième distinction provient de la méthode d'interpolation que l'on utilise pour représenter de façon continue le champ de la vitesse du son dans l'espace, à partir d'une série de valeurs discrètes, mesurées pour certaines profondeurs z et éventuellement certaines distances horizontales x.

Les premiers modèles monodimensionnels, faisaient appel à une représentation discontinue, dans laquelle on assimilait le milieu à une superposition de couches à indice de réfraction constant. Les rayons étaient donc représentés comme une succession de segments de droite qui subissaient une variation angulaire discontinue à chaque changement de couche en conformité avec la loi de réfraction de Descartes.

Les modèles qui ont suivi utilisaient une interpolation linéaire entre les points de mesures ; on assimile alors le milieu à une superposition de couches "à gradient constant". Le profil de vitesse en fonction de la profondeur , $c(z)$, ne présentant plus de discontinuités, mais sa dérivée (le gradient de vitesse) étant discontinue. Dans ce cas on démontre que les rayons sont constitués par des arcs de cercle, le rayon du cercle dans chaque couche étant inversement proportionnel au gradient, les arcs de cercle de deux couches successives se raccordant sans discontinuité angulaire.

La troisième méthode consiste à effectuer une interpolation qui assure la continuité non seulement de la fonction $c(z)$ elle-même, mais aussi de sa dérivée première, et dans certains cas de sa dérivée seconde. Dans ce cas, le raccordement des rayons entre deux couches s'effectue de façon continue pour les deux ou trois premières dérivées. L'approximation "à gradient constant" a constitué la base de tous les programmes de tracé de rayons sonores jusqu'au début des années 70, et elle est encore très largement utilisée. Elle est parfaitement satisfaisante pour le calcul des trajectoires des rayons, et des calculs de temps de propagation. Elle présente des défauts pour ce qui concerne le calcul de l'intensité, où elle fait apparaître notamment des fausses caustiques. Les méthodes d'interpolation qui assurent la continuité de la fonction $c(z)$ ne présentent pas ce défaut et permettent un calcul plus réaliste de l'intensité mais elles consomment beaucoup plus de temps de calcul.

La théorie des modes

Si l'on considère un milieu dans lequel la surface et le fond sont plans et parallèles et les propriétés physiques ne dépendent que de la profondeur z, la théorie des modes prévoit que le champ sonore émis à partir d'une source ponctuelle s peut être décomposé en une série de modes élémentaires.

En termes de la fonction de transfert du milieu, cette décomposition peut s'exprimer sous la forme

$$H(f,\vec{s},\vec{r}) = \left(\frac{2\pi}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_n U_n(Z_s)\, U_n(Z_r)\, e^{-ik_n r + \alpha_n r}$$

où r est la distance entre s et r, z_s et z_r sont les profondeurs de la source et du récepteur.

La fonction $U_n(z)$ représente le "profil" vertical du mode d'ordre n. Ce profil est indépendant de la distance, mais il varie avec la fréquence f , et l'on peut écrire les fonctions U_n sous la forme $U_n(z, f)$. Les fonctions U_n sont réelles. k_n est le nombre d'onde associé au mode n. α_n est le coefficient d'absorption du même mode.

Les fonctions $U_n(z)$ oscillent entre la surface et le fond, présentant n passages par 0, le premier zéro étant à la surface. Elles forment entre elles un système de fonctions orthogonales.

Le nombre d'onde k_n associé à chaque mode correspond à une vitesse de phase toujours supérieure à la vitesse du son maximum dans le milieu et qui croît avec l'ordre du mode.

On peut également associer à chaque mode une vitesse de groupe qui est toujours inférieure à la vitesse du son maximum dans le milieu et qui décroît avec l'ordre du mode.

Physiquement parlant, on peut considérer chaque mode comme le résultat de l'interférence entre deux ondes presque planes qui se propageraient dans la direction source récepteur en faisant un petit angle θ_n avec l'horizontale, les angles correspondant à chacune de ces deux ondes étant égaux et de signe opposé. Cet angle θ_n augmente avec l'ordre du mode et décroît avec la fréquence.

Cette analogie présente l'avantage de pouvoir associer une notion d'angle avec chaque mode.

Pour une fréquence donnée, la série des modes n'est pas infinie. En effet, lorsque l'angle θ_n devient supérieur à l'angle de rasance critique du fond, ou plus exactement de la couche la plus réfléchissante du sous-sol marin, la plus grande partie de l'énergie est transmise au lieu d'être réfléchie, et les modes associés à ces angles sont très rapidement atténués.

Etant donné que, pour un mode donné, l'angle θ_n diminue avec la fréquence, on pourra parler d'une fréquence de coupure, associée à chaque mode, le milieu se comportant comme un filtre passe-haut. Au-dessous d'une certaine fréquence qui correspond à la fréquence de coupure du mode nº 1, aucun mode ne se propage plus.

Le calcul numérique du profil $U_n(z)$ et du nombre d'onde k_n associé à chaque mode est en général long et complexe, et cette complexité augmente très rapidement aussitôt que l'on veut tenir compte d'un profil de vitesse du son dans l'eau qui présente quelques détails, ou d'une structure du fond qui comporte plusieurs couches. Il existe actuellement des modèles qui permettent d'effectuer ces calculs de façon assez précise sur ordinateur.

Le coefficient d'absorption α_n englobe les phénomènes d'absorption dans l'eau et surtout les pertes dans le fond. Les informations concernant les pertes par amortissement dans les couches sédimentaires sont en général assez imprécises et le calcul des α_n sera en général très approximatif. Ces pertes augmentent avec l'ordre du mode, ce qui crée un phénomène de sélection tendant à l'élimination progressive des modes les plus élevés à mesure que la distance de propagation augmente.

On peut associer une réponse percussionnelle à chaque mode en prenant la transformée de Fourier de

$$U_n(z_s, f)\ U_n(z_r, f)\ \exp[-i\,k_n(f)\,r + \alpha_n(f)\,r]$$

les U_n, k_n et α_n étant en effet des fonctions de la fréquence.

Le terme en $\exp[-ik_n(f)\,r]$ correspond, après transformation de Fourier, à une extension de l'échelle du temps proportionnelle à la fréquence.

Comme nous avons vu que la vitesse de groupe est toujours inférieure à la vitesse du son, dans le canal, mais tend asymptotiquement à la rejoindre vers les fréquences élevées, nous avons un effet dispersif. Les hautes fréquences arrivent au début, avec un retard correspondant à la vitesse de propagation maximum dans le canal, suivie par une onde dont la fréquence décroît progressivement avec le temps, et qui peut être assez longue.

L'addition des réponses percussionnelles associées aux différents modes conduit à une réponse percussionnelle globale extrêmement complexe et confuse, où l'on peut seulement distinguer une tendance générale dispersive, la fréquence devenant de plus en plus basse à mesure que le temps augmente.

On peut faire les remarques suivantes concernant la validité de la théorie des modes :

1) Mathématiquement parlant, chaque mode est une solution exacte de l'équation de propagation du son satisfaisant les conditions aux limites sur la surface et sur le fond, à condition que les caractéristiques du milieu ne dépendent que de la seule coordonnée z. Ils prennent en considération ce que l'on peut

appeler les phénomènes de diffraction et la série des modes permet de calculer de façon exacte l'intensité dans les régions où la théorie des rayons prévoit une caustique.

2) La solution exacte de l'équation de propagation du son prévoit, en plus d'une série discontinue de modes qui correspondent aux résidus de l'équation intégrale, une solution continue qui correspond à l'intégration le long d'une branche dans le plan de Cauchy.
Cette solution continue correspond au champ rapproché. Elle n'a fait l'objet que de peu d'études jusqu'à présent, et elle est négligée dans les modèles de calcul basés sur la théorie des modes.
Or cette approximation n'est valable qu'à partir de distances qui sont très grandes devant la profondeur.

Par analogie avec la théorie des rayons, qui n'est valide qu'au-dessus d'une certaine fréquence, on peut dire que la théorie des modes est une théorie approchée qui n'est valide qu'au-delà d'une certaine distance.

3) Dans le cas où le milieu présente des variations en fonction des coordonnées horizontales, la théorie des modes, au sens strict du terme, n'est pas valable.

Dans la mesure où ces variations horizontales ne sont pas trop marquées toutefois, on peut sauver le concept de modes au prix de quelques impasses mathématiques.

On peut distinguer deux cas extrêmes :

a. Si les variations de la profondeur et de la vitesse du son en fonction de la distance sont suffisamment progressives comme c'est souvent le cas dans la pratique, on peut admettre que les modes s'adaptent graduellement aux nouvelles conditions locales, et que l'énergie initialement contenue dans un certain mode reste dans ce mode.

b. Au contraire, s'il s'agit d'une variation discontinue de caractéristiques, on pourra décomposer le profil d'un mode correspondant aux 1ères caractéristiques en une somme de profils correspondant aux modes associés aux nouvelles caractéristiques. Une partie de l'énergie d'un mode sera "convertie" dans d'autres modes.

Même s'il ne s'agit pas de variations discontinues, on aura conversion de l'énergie d'un mode dans d'autres modes aussitôt que la perte du fond, ou celle des surfaces isovéloces seront du même ordre de grandeur ou supérieures à l'angle θ_n associé à ce mode.

Le phénomène de conversion de modes sera donc d'autant plus marqué que la fréquence est plus haute, et l'énergie tendra à échapper des modes les plus bas vers les modes les plus élevés.

Les modes les plus élevés ayant un coefficient d'atténuation supérieure, les irrégularités et inhomogénéités du milieu tendent à accroître l'atténuation du canal aussitôt qu'elles provoquent une conversion de modes appréciable.

<u>Comparaison entre la théorie des rayons et la théorie des modes</u>

Bien que toutes les deux dérivées de l'équation de propagation du son, la théorie des rayons et la théorie des modes paraissent conduire à des conclusions tout à fait différentes pour les propriétés du canal de transmission, en particulier pour ce qui concerne la réponse percussionnelle.

La théorie des rayons conduit à une réponse percussionnelle simple, constituée d'une série d'impulsions quasi-gaussienne.

La théorie des modes conduit à une réponse percussionnelle extrêmement complexe, de longue durée, et présentant un effet dispersif, la fréquence décroissant avec le temps.

Ces différences s'expliquent parce qu'il s'agit en fait de deux théories approchées dont les domaines d'approximation sont pratiquement opposés et complémentaires.

La théorie des rayons n'est valable que pour des fréquences suffisamment élevées pour qu'on puisse négliger les phénomènes de diffraction. D'autre part, lorsque la distance de propagation devient grande devant la profondeur, le nombre de rayons augmente et la densité d'impulsions élémentaires dont est constituée la réponse percussionnelle devient telle qu'il n'est plus possible de les résoudre.

Par contre, la théorie des modes n'est valable que dans le champ lointain. D'autre part, le nombre de modes nécessaires pour décrire le champ sonore est à peu près proportionnel au rapport qui existe entre la profondeur et la longueur d'onde.

La théorie des rayons est parfaitement adaptée à l'étude du canal de transmission en eaux profondes en général.

Pour les petits fonds, ou pour l'étude de la propagation dans un chenal, on peut utiliser soit la théorie des rayons, soit la théorie des modes, suivant le rapport qui existe entre la longueur d'onde, la profondeur, et la distance de propagation.

On peut utiliser un critère établi par Weston qui est lié à la valeur d'un certain coefficient

$$\eta = \frac{\sqrt{\lambda r}}{H}$$

où λ est la longueur d'onde et H la profondeur.

Si $\eta \gg 1$ on utilisera avec profit la théorie des modes. Le nombre des modes qu'il sera nécessaire de calculer sera inférieur au nombre de rayons.

Si $\eta \ll 1$ on utilisera la théorie des rayons, la théorie des modes conduisant à un nombre de modes supérieur à celui des rayons.

Aux environs de la valeur $\eta = 1$ existe une zone hybride où l'on peut hésiter entre les deux méthodes.

Le fait de savoir s'il existe une zone de recouvrement où les deux théories sont également valables ou s'il existe un intervalle qui n'est couvert par aucune des deux est encore très controversé.

METHODES DE DESCRIPTION STOCHASTIQUE

Dans les méthodes d'études dites stochastiques, le filtre équivalent au canal de transmission acoustique sera considéré comme un filtre aléatoire.

La fonction de transfert de ce filtre ainsi que les caractéristiques physiques du milieu (variations d'indice de réfraction et/ou forme de la surface et du fond) seront traitées comme des fonctions aléatoires, et seront décrites de façon statistique.

Le problème consiste d'abord à définir les outils mathématiques qui permettront de caractériser les propriétés statistiques de ce filtre de la façon la plus condensée et la plus universelle possible. Nous introduirons pour cela le concept de fonction de diffusion généralisée.

Il consiste ensuite à établir les modèles théoriques qui permettent de relier les propriétés statistiques du canal de transmission acoustique aux propriétés statistiques du milieu. Nous considèrerons brièvement les conclusions qualitatives de certaines études de propagation au milieu aléatoire.

Fonction de diffusion et cohérence spatiale

Si nous nous limitons pour l'instant à considérer les variations de la fonction de transfert $H(f, t, \vec{s}, \vec{r})$ pour une position fixe de l'émetteur et du récepteur, nous obtenons une fonction des seules variables f et t, qui caractérise un filtre variable dans le temps : Si $H(f, t)$ est une fonction aléatoire Laplacienne elle peut être entièrement caractérisée par ses propriétés au 2e ordre, par exemple par sa covariance, que l'on peut écrire sous la forme

$$R_H(f, t, \partial f, \partial t) = \overline{H(f, t)\, H^*(f + \partial f, t + \partial t)}$$

la barre indiquant une moyenne d'ensemble.

R_H est une fonction des 4 variables f, t, ∂f, ∂t.

Sous certaines conditions dites WSSUS (Stationarité au sens large et diffusion à corrélation ponctuelle) qui reviennent à admettre que la covariance R_H ne dépend que des termes de déplacement fréquentiel et temporel ∂f et ∂t, R_H se réduit à une fonction de deux variables seulement que l'on écrira $R_H(\partial f, \partial t)$ et dont la transformée de Fourier par rapport aux deux variables ∂f et ∂t donne la fonction de diffusion $R_S(\tau, \Phi)$ que l'on peut considérer comme la fonction d'ambiguité du filtre aléatoire.

Les nouvelles variables τ et Φ représentent respectivement les variables de dispersion temporelle et fréquentielle.

Si l'on applique à l'entrée de ce filtre un signal de fonction d'ambiguité idéale (sa fonction d'ambiguité se réduisant à une impulsion de Dirac dans l'espace temps fréquence), la fonction d'ambiguité de ce signal à la sortie du filtre serait précisément la fonction R_S.

En pratique les hypothèses WSSUS ne sont jamais réalisées de façon stricte. En particulier, les phénomènes de diffusion s'accompagnent toujours d'un effet dispersif qui est en contradiction avec la condition de "diffusion à corrélation ponctuelle" (cette condition étant équivalente à une condition de stationarité du processus dans le domaine des fréquences).

On pourra cependant tourner la difficulté, dans la mesure où l'on pourra diviser l'espace temps fréquence en domaines élémentaires de dimension Δf, Δt , à l'intérieur desquels on pourra considérer le processus comme WSSUS. Il est certain que cette division n'aura de sens que si ces domaines sont suffisamment grands pour que l'on puisse évaluer effectivement cette stationarité. Ceci revient à dire que les variations de la covariance

$$R_H(f, t, \partial f, \partial t)$$

en fonction de f et de t doivent être très lentes par rapport à sa "largeur effective" en fonction de ∂f et ∂t.
Dans ce cas on pourra valablement estimer la covariance R_H , sans faire appel à la notion de moyenne d'ensemble, mais au moyen d'une intégrale double, prise à l'intérieur du domaine $f \pm \Delta f/2$ et $t \pm \Delta t/2$:

$$R_H \approx \frac{1}{\Delta f \Delta t} \iint H(f, t) \cdot H^*(f+\partial f, t+\partial t) d(f) d(t)$$

La transformée de Fourier de R_H par rapport aux variables ∂f et ∂t sera :

$$R_S(f, t, \tau, \Phi)$$

dans laquelle τ et Φ représentent les variables correspondantes à ∂f et ∂t par transformation de Fourier. R_S est la fonction de diffusion du domaine centré sur f et t. Elle peut aussi être considérée comme une fonction de 4 variables, mais lentement variable par rapport à f et à t.

Les conditions WSSUS sont donc remplacées par des conditions de stationarité locale qui auront plus de chance de se trouver vérifiées en pratique.

On se contente souvent de connaître les projections de R_S sur les axes τ et Φ.

La projection de R_S sur l'axe τ

$$R_\tau(t, f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_S \, d\Phi$$

est dite fonction de dispersion temporelle. On peut la mesurer facilement en effectuant la somme des carrés d'un nombre suffisant de réponses percussionnelles non corrélées (obtenues en des instants différents ou en des locations différentes à l'intérieur d'un même domaine WSSUS).

La projection de R_S sur l'axe Φ

$$R_\Phi(t, f, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_S d\tau$$

est dite fonction de dispersion spectrale. Elle représente le spectre de puissance centré sur f du signal aléatoire qui serait reçu au point $\vec{r}$ si une onde monochromatique de fréquence f était transmise au point $\vec{s}$.

L'intégrale de R_S sur les deux variables τ et Φ

$$R(f, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} R_S \, d\tau \, d\Phi$$

est la fonction de transfert énergétique moyenne du filtre, c'est-à-dire la perte de propagation moyenne énergétique du milieu. L'estimation expérimentale séparée des fonctions de dispersion temporelles et spectrales est donc relativement facile. On utilisera pour la première des impulsions brèves (signaux sonar brefs ou charges explosives) et pour la seconde des signaux harmoniques suffisamment longs.

L'estimation complète de la fonction de diffusion à deux dimensions présente par contre des difficultés plus grandes qui font appel à des installations et à des techniques de traitement du signal hautement sophistiquées.

Le concept de fonction de diffusion peut être généralisé de façon à inclure la structure du filtre dans l'espace.

Si x,y,z sont les coordonnées du point $\vec{r}$ (récepteur) la position de l'émetteur $\vec{s}$ étant maintenue fixe, la fonction de transfert devient une fonction de 5 variables

$$H(f, t, x, y, z)$$

que l'on peut caractériser au 2e ordre par sa covariance, qui est une fonction de 10 variables

$$R_H(f, t, x, y, z, \partial f, \partial t, \partial x, \partial y, \partial z)$$

Par une généralisation de ce que nous avons vu précédemment, et sous réserve de certaines conditions de stationarité locale du processus que l'on doit maintenant étendre aux variations dans l'espace aussi bien qu'aux variations en fréquence et en temps, on peut définir une <u>fonction de diffusion généralisée</u>

$$R_s(f, t, \vec{s}, \vec{r}, \tau, \ , u, v, w)$$

qui est la transformée de Fourier de R_H par rapport aux variables ∂f, ∂t, ∂x, ∂y, ∂z.

Les variables u, v, w, associées par transformée de Fourier aux variables x y z sont dites "fréquences spatiales". Les fréquences spatiales sont directement reliées aux directions de propagation des ondes sonores.
Si l'on effectue la décomposition en ondes planes élémentaires du champ sonore qui existe au voisinage du point r, lorsqu'une onde monochromatique de fréquence f est émise au point s, chacune de ces ondes planes élémentaires présentant les angles θ_x, θ_y, θ_z avec les axes x, y et z on peut écrire

$$u = \frac{f}{c}\sin\theta_x \quad v = \frac{f}{c}\sin\theta_y \quad w = \frac{f}{c}\sin\theta_z$$

La fonction de diffusion généralisée R_s peut donc être considérée comme la fonction d'ambiguité du milieu dans un espace temps, fréquence, angle et on pourra l'écrire

$$R_s(f, t, \vec{s}, \vec{r}, \tau, \Phi, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$$

Par analogie avec la fonction de dispersion temporelle et avec la fonction de dispersion spectrale on peut définir des <u>fonctions de dispersion angulaires</u> le long des axes x, y ou z, qui sont les projections de la fonction R_s le long des axes en question, obtenues en intégrant R_s par rapport aux autres variables.

Cette fonction de dispersion angulaire représente la distribution angulaire énergétique qui serait mesurée par un réseau linéaire très directif passant par le point r et orienté le long de l'axe en question, si une onde monochromatique de fréquence f était émise en s.

On peut aussi projeter la fonction R_s sur le plan vertical yz, perpendiculaire à la propagation, par exemple. La fonction de dispersion angulaire qui en résultera décrira l'ambiguité angulaire à deux dimensions qui sera mesuré par un réseau plan si une source de fréquence f est placée en s.

Une source ponctuelle émettant un signal d'ambiguité idéale en s, sera vue du point r comme un "nuage" diffus dans un espace temps, fréquence, direction.

<u>Notion de cohérence partielle</u>

Dans le cas où la fonction de transfert complexe H(f, t, s, r) présente une valeur moyenne non nulle on pourra l'écrire sous la forme

$$H(f, t, s, r) = H_0(f,t,s,r) + H_1(f,t,s,r)$$

où H_0 est la valeur moyenne d'ensemble de H.
Si l'on utilise la notation complexe

$$H(f, t, s, r) = \rho_0 e^{i\varphi_0} + \rho_1 e^{i\varphi_1}$$

La fonction de transfert se présente comme la somme d'un vecteur "déterministe" d'amplitude et phase ρ_0 et φ_0, et d'un vecteur "stochastique" d'amplitude et phase ρ_1 et φ_1 et de valeur moyenne nulle.

On appellera <u>facteur de cohérence</u> le rapport

$$\gamma(f, t, r, s) = \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 + \overline{\rho_1^2}}$$

γ étant compris entre 0 et 1.

Lorsque $\gamma = 1$ on a affaire à un processus déterministe ou "totalement cohérent".
Lorsque $\gamma = 0$ on dira que le processus est "totalement incohérent".
Lorsque $0 < \gamma < 1$ on dira que le processus est "partiellement cohérent".
Lorsqu'il en est ainsi, la covariance de la fonction H

$$R_H(f, t, \vec{s}, \vec{r}, \partial f, \partial t, \partial x, \partial y, \partial z)$$

ne tendra pas vers 0 pour les grandes valeurs des termes en ∂, mais vers un plateau asymptotique de hauteur γ (en unités normalisées).

La fonction de diffusion généralisée se décomposera alors en la somme d'une impulsion de Dirac et d'une fonction continue, dans l'espace τ, Φ, θ, ce qui correspond à un phénomène de "halo".

Une source ponctuelle d'ambiguité temps fréquence idéale sera vue par un récepteur directif placé au point r comme un point brillant présentant un retard de propagation (une distance), une fréquence et une direction définie, entouré d'un halo de diffusion.

Le facteur de cohérence γ est une fonction de la fréquence qui correspond à la "fonction de cohérence" telle qu'elle est definie en optique. Elle est égale à 1 à la fréquence 0 et tends vers 0 pour les fréquences infinies. A ce sujet on peut remarquer:

1. Dans le cas le plus simple, la fonction de cohérence $\gamma(f)$ est une fonction régulièrement decroissante de la fréquence, l'énergie du signal passant progressivement de la composante cohérente H_0 à la composante incohérente H_1 à mesure que la fréquence augmente. On peut considerer $\gamma(f)$ comme la fonction de transfert d'un filtre passe-bas qui definirait les "pertes par diffusion" subies par la composante coherente H.

La réponse percussionnelle du "filtre de pertes par diffusion" se reduit à une impulsion "passe-bas" de forme simple.

La fonction de cohérence prend cette forme simple dans le cas idéalisé où, en l'absence de fluctuations de l'indice de refraction du milieu et de la surface, on pourrait definir un rayon sonore et un seul entre la source et le recepteur.

La plupart des études théoriques qui ont été conduites sur la propagation en milieu aléatoire et sur la reflexion sur une surface aléatoire se sont limitées à considerer le cas d'ondes planes et monochromatiques.

Certaines études conduites au Centre SACLANT ont permi l'adaptation de quelques unes de ces théories au calcul de la fonction de cohérence et de la fonction de diffusion à large bande entre une source et un recepteur ponctuel (Voir références).

2. Dans le cas de trajets multiples, la fonction H_0 ainsi que la fonction de cohérence γ présenteront des fluctuations rapides en fonction de la fréquence, ou des deplacements dans l'espace, en raison des intérférences entre les trajets.

D'un point de vue théorique on pourra calculer séparément les fonctions de diffusion associées à chacun des trajets. On admettra généralement que les trajets associés aux divers rayons sont suffisament éloignés dans l'espace pour que les composantes de diffusion qui leur sont associées soient indépendantes.

On additionera donc purement et simplement les fonctions de diffusion associées à la partie incohérente de chaque trajet, les termes cohérents étant additionés de façon cohérente.

3. Dans le cas où l'on utilise la théorie des modes, la composante incohérente du champ sonore correspondra principalement aux variations locales de la vitesse de phase associée à chaque mode, ainsi qu'à l'énergie qui a été transferée aléatoirement de mode à mode par les irrégularités du milieu.

La composante deterministe, telle qu'elle apparait d'après les modèles théoriques étant elle même extrêmement complexe, la validité de la notion de cohérence, qui suppose que l'on peut séparer la fonction de transfert en un terme cohérent et un terme incohérent, peut être mise en doute.

On se limite en général à l'étude de la

cohérence spatiale transversalle.
D'après les notations que nous avons utilisées, il s'agit de la projection sur l'axe y de la covariance $R_H(f,t,s,r, x, y, z)$.

L'étude stochastique de la théorie des modes et son application à la propagation par petits fonds représente un champ d'étude pratiquement vierge.

4. La fonction de diffusion R_s ne caractérisera complètement le phénomène d'un point de vue statistique que si la fonction H est laplaceienne dans un espace fréquence, temps, coordonnées spatiales. (bien que cette condition ne soit pas nécessaire par pouvoir definir une fonction de diffusion). En pratique, ces conditions ne seront jamais realisées dans toute la gamme des fréquences mais seulement dans la region située audessous d'une certaine fréquence limite f_c, telle que l'influence des inhomogénéites du milieu et de la surface corresponde aux conditions de champs éloigné.

Cette fréquence limite est definie (à une constante géometrique près) par la condition

$$\sqrt{\lambda_c r} = a$$

ou λ_c est la longueur d'onde associés à f_c, r la distance emetteur recepteur et a la dimension moyenne des inhomogénéites. (ou la distance de corrélation spatiale des fluctuations)

La fréquence critique correspond aux conditions où la dimension de la première zone de Fresnel est égale à la dimension des inhomogénéites.

Au dessus de cette fréquence commence le domaine de validité de la théorie des rayons, où l'on pourra definir un nombre fini de rayons entre la source et le recepteur, correspondant aux solutions du principe de Fermat.

La réponse percussionnelle se composera alors d'un nombre fini d'impulsions de Dirac et on n'aura plus affaire à un processus continu mais à un processus ponctuel. L'amplitude, le retard et parfois même le nombre de ces impulsions élémentaires seront des fonctions aléatoires du temps et des coordonnées spatiales du recepteur.

Par analogie avec l'optique on peut imaginer qu'un observateur placé au point r verrait une source ponctuelle sous la forme d'une multiplicité de points dont la distance (le retard τ) et la direction angulaire fluctuent en fonction du temps ou des deplacements du point d'observation.

L'enregistrement prolongé du mouvement de ces points fera apparaître un nuage de diffusion continu qui correspondra à la fonction de diffusion, mais il est évident que cette fonction de diffusion ne décrira pas complètement le phénomène.

Le nombre des rayons élémentaires est lié à la valeur $\gamma(f_c)$, du facteur de cohérence pour le valeur f_c de la fréquence.

Si $\gamma(f_c)$ est peu inférieur à 1 il n'existera qu'un seul rayon. Les fluctuations d'intensité du champs sonore seront faibles et indépendentes de la fréquence. Elles resulteront de phénomènes de focalisation et défocalisation par les inhomogénéites du milieu.

Si $\gamma(f_c)$ est petit devant 1 il existera plusieurs rayons entre la source et le recepteur, et l'intensité associée à chacun de ces rayons présentera de fortes variations. Le rayon unique qui existerait en l'absence de fluctuations se trouve donc divisé en plusieurs rayons élémentaires dont les trajectoirs sont aléatoires.

L'étude théorique de ce processus appartient à la "theorie statistique des rayons sonores".

Conclusions

La description réaliste des propriétés du canal de transmission acoustique doit faire appel à la fois à des méthodes deterministes et à des méthodes stochastiques.

D'un point de vue théorique on peut dire que le problème a été abordé par les deux extremités:

Les modèles purement deterministes, basés sur la théorie des rayons ou sur la théorie des modes ne prennent en considération que les variations macroscopiques des propriétés physiques du milieu. Ces modèles ont été traditionnellement utilisés pour le calcul des pertes de propagation énergétiques, la validité de ces prédictions reposant sur l'hypotèse que les fluctuations "microscopiques" du milieu ne modifient pas la distribution moyenne dans l'espace de l'energie acoustique. Cette hypothèse n'est souvent pas verifiée, l'energie diffusée pouvant échaper d'un faisceau directif ou d'un chenal sonore, venir insonifier des zones d'ombre, ou, si l'on utilise la théorie des modes, elle peut se trouver convertie dans des modes qui ont des coéfficients d'attenuation différents. Les modèles deterministes font souvent appel a des corrections empiriques pour tenir compte de ces phénomènes, en introduisant des "coéfficients de perte par diffusion". Ils ne tiennent généralement pas compte du fait que l'énergie perdue par diffusion dans une partie de l'espace se retrouve dans une autre.

En plus des calculs de pertes de propagation moyenne, les modèles deterministes permettent le calcul de la structure détaillée de la composante cohérente de la fonction de transfert ou de la réponse percussionnelle.

Pour ce qui concerne les études stochastiques, la cohérence partielle, la fonction de diffusion, et les fluctuations statistiques des rayons sonores et des fronts d'onde qui leur sont associés, représentent des notions essentielles pour toutes les applications de l'acoustique sous-marine qui mettent en jeu des techniques avancées de traitement du signal.

Un grand effort de synthèse doit être fait dans les années à venir, qui devrait permettre d'associer de facon cohérente les méthodes deterministes et les méthodes stochastiques pour une caractérisation réaliste du canal de transmission acoustique.

En particulier, il existe un domaine intermédiaire de variabilité, à mi chemin entre le "macroscopique" et le "microscopique" qui consiste à étudier l'influence de l'incertitude avec laquelle on connait les propriétés du milieu sur la validité des prédictions acoustiques que l'on en deduit. Cet aspect qui est essentiel du point de vue de la prévision de portée des sonars, à fait l'objet de beaucoup de discussions; il n'a pas encore été abordé avec la philosophie probabiliste qui conviendrait à ce genre de problème.

Références

R. Laval — "Transformation aléatoire des signaux par la propagation." Cours d'été OTAN Marine Nationale de Grénoble - Septembre 1964 - Edité par le Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires de Grenoble

R. Laval — "Sound Propagation effects on Signal Processing". Conférence prononcée au NATO Advanced Study Institute on Signal Processing en Août 1972 à l'Universite de Technologie de Loughborough, U.K. Edité par Academic Press.

L. Fortuin et R. Laval — "Wave Propagation in a Random Media". Rapport Technique du SACLANTCEN T.R.no.221. Jan 73.

W. Wijmans — "An Experimental Study of the Reflection of Underwater Sound from the Sea Surface" Memorandum SACLANTCEN S.M.51 Octobre 1973.

L. Fortuin — "The Sea Surface as a Random Filter for Underwater Sound Waves". Rapport SACLANTCEN S.R.7 Juin 1974.