



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

PERFORMANCES DES SYSTEMES ASM HYBRIDES : SONAR PROFOND
ET MOYENS DE DETECTION AEROPORTES NON ACOUSTIQUES

par M. BRESSON

Ingénieur en Chef
à la Société d'Etudes et Conseils AERO

RESUME

L'exposé a pour but de montrer les accroissements de portée ASM qui peuvent être obtenus avec des systèmes aéroportés (non nécessairement acoustiques) lorsqu'ils sont mis en oeuvre en coopération avec un sonar profond. Cette recherche s'applique plus particulièrement aux situations estivales lorsque l'immersion critique ne peut être atteinte, ce qui a pour effet de réduire sérieusement les portées sonar.

SUMMARY

The statement intends to show the increase in ASW detection ranges that can be obtained with airborne (and not necessarily acoustic) systems, when used in connexion with a deep sonar. This research mostly applies to summer situations when RAP cannot be reached which seriously restricts sonar ranges.



1.- INTRODUCTION

L'exposé a pour but de montrer les gains importants de portées de détection ASM qui peuvent être obtenus avec des moyens aéroportés - non nécessairement acoustiques - lorsqu'ils sont mis en oeuvre en étroite coopération avec un sonar profond n'atteignant pas toutefois l'immersion critique. L'étude s'applique plus particulièrement aux situations estivales où le fait de ne pouvoir atteindre l'immersion critique sanctionne sévèrement les portées sonars.

Dans cette combinaison de moyens on s'est limité, pour les plates-formes aéroportées, à des moyens de détection valables contre les sous-marins à immersion faible ou modérée mais permettant aux aéronefs une grande vitesse d'exploration soutenue éventuellement pendant des durées importantes.

Notre propos n'est pas d'effectuer une analyse critique des solutions concurrentes telles que le magnétique, l'infrarouge, l'analyse des perturbations de surface etc..

Il s'agit de montrer les bénéfices qui peuvent être escomptés de moyens hybrides, dans la mesure où les systèmes de détection aéroportés obtiennent cependant des portées non négligeables.

L'objet de notre investigation n'est donc pas la faisabilité technologique, mais la définition de gammes de performances qui justifient un effort de recherche.

L'exposé aborde les points suivants :

- . moyens nécessaires,
- . dispositifs et tactiques possibles,
- . méthode d'évaluation de l'efficacité d'un dispositif,
- . esquisse d'un modèle,
- . quelques résultats numériques.

2.- POSITION DU PROBLEME (cf. Annexe)

Un point d'équilibre pour les tactiques pures (ou à défaut une solution de quasi équilibre) existe presque

./...



toujours lorsque l'immersion du sonar atteint l'immersion critique (position où l'on peut mettre à profit le trajet acoustique fiable ou R A P - Reliable Acoustic Path).

Cette propriété résulte du caractère dominant de la courbe d'isoatténuation correspondant à l'immersion critique, quelle que soit l'immersion de la cible (sous-marin but).

Mais il existe des situations où le sonar ne peut être descendu jusqu'à l'immersion critique, soit pour des raisons de construction (longueur limitée du câble) soit pour des raisons tactiques (mouvement de la plate-forme supportant le sonar, souci de gagner du temps d'immersion en se contentant d'une profondeur intermédiaire).

Dans certains cas cette limitation d'immersion n'entraîne pas une diminution draconienne de la portée R_D du sonar, définie comme la solution du jeu opposant l'immersion z_c du sonar à celui de l'immersion z_s du sous-marin. Par contre, dans d'autres situations, notamment pour les bathy. en Atlantique et en été, cette réduction peut être considérable. A titre illustratif pour une certaine bathy. Atlantique, une immersion du sonar limitée à 1 500 m donne une portée assurée de détection de l'ordre de 20 % seulement de celle que l'on pourrait garantir en descendant jusqu'à l'immersion critique (4 500 m).

L'examen des contours d'isoatténuation (fig. 1) fournit une explication évidente résultant de leur forme caractéristique. Ces contours cheminent presque horizontalement, au voisinage de la surface sur de longues distances avant de s'enfoncer suivant une pente raide et souvent verticale.

Pour de telles situations, la tactique optimale du sous-marin consiste à naviguer entre 0 et 50 m.

Il en résulte que toute menace contraignant le sous-marin à abandonner la mince zone non insonifiée dans laquelle il trouve refuge au voisinage de la surface, peut augmenter considérablement la portée d'un sonar, dont l'immersion du moment est inférieure à la profondeur critique.

Bien entendu des moyens acoustiques complémentaires (bouées sonars par exemple) pourraient être envisagés afin d'expulser le sous-marin du voisinage de la surface. Mais ils seront soumis à fortiori aux mêmes causes de

./...



limitation de portées résultant des conditions de propagation qui restent défavorables pour tout système acoustique relativement proche de la surface.

Le recours à d'autres moyens, peu sensibles aux contraintes de l'acoustique, peut donc se révéler fécond.

3.- MOYENS A METTRE EN OEUVRE

- . Un sonar à immersion profonde.
- . Une ou plusieurs plates-formes aériennes (avion ou hélicoptère ASM) dotées de moyens de détection continus contre les sous-marins se déplaçant à immersion relativement faible.

Parmi les moyens de détection aéroportés envisageables, citons la détection par magnétomètre (MAD déjà largement utilisée), la détection par des méthodes thermiques (infrarouge notamment), la détection par analyse fine des turbulences parvenant en surface, la détection par moyens optiques (source LASER puissante vers $0,47\mu$ qui a été maintes fois évoquée), etc..

Si les performances du MAD sont assez bien connues, celles des autres systèmes cités ne semblent pas avoir fait l'objet de publications non classifiées donnant des valeurs numériques détaillées.

Notre propos n'est pas, du reste, d'analyser les procédés de détection aéroportés continus. Il semble cependant, d'après l'analyse de la littérature non classifiée que certains résultats encourageants aient été obtenus, soit pour améliorer la détection magnétique, soit en mettant en oeuvre des méthodes thermodynamiques. Nous retiendrons pour la poursuite de notre analyse :

- . que les portées de chaque système restent cependant faibles,
- . que plusieurs systèmes peuvent être mis en oeuvre simultanément et de façon complémentaire à bord d'un même aéronef,
- . que la plate-forme aéroportée peut mettre en oeuvre une combinaison de systèmes sans introduire de contraintes importantes sur sa vitesse d'exploration,

./...



-
- . que les vitesses d'exploration peuvent être élevées et certainement très supérieures à celles de tout sous-marin recherché.

De plus nous supposons que chaque sous-marin vis-à-vis de chaque système de détection aéroporté déplace en même temps que lui un certain volume d'indiscrétion. Suivant cette hypothèse, l'intersection géométrique de ce volume avec la surface de la mer décroît lorsque le sous-marin plonge jusqu'à devenir nulle au delà d'une certaine immersion critique du sous-marin.

A chaque instant, le volume d'indiscrétion total d'un sous-marin relativement à un aéronef donné est la réunion (suivant la terminologie ensembliste) des volumes de détection des différents capteurs emportés par l'avion ou l'hélicoptère.

Pour les applications numériques, nous avons simplement supposé que ce volume global pouvait se représenter soit par une ellipsoïde (ou à la limite par une sphère), soit par un cône ou un parabololoïde de révolution d'axe coïncidant avec celui du sous-marin et fermé à l'arrière par une demi-sphère.

Bien entendu, les résultats généraux ne sont nullement liés à de telles hypothèses simplificatrices sur les formes des volumes de détection.

Pour fixer un ordre de grandeur raisonnable on a admis que les plus grandes dimensions de ces volumes de détection étaient de quelques centaines de mètres au plus.

La vitesse d'exploration d'une plate-forme aérienne se situe dans la gamme suivante :

- . hélicoptère ASM lourd, 100 Noeuds (vitesse max. du SUPER FRELON : 135 Noeuds \simeq 250 km/h);
- . avion ASM, 250-260 Noeuds (vitesse max. du BREGUET ATLANTIQUE : 349 Noeuds \simeq 645 km/h).

La gamme des vitesses des sous-marins serait, par exemple, comprise entre 5 et 35 Noeuds.

./...



4.- DISPOSITIF

4.1 Ensemble du dispositif

On distinguera deux familles de cas :

- . il est possible de déterminer la direction moyenne d'arrivée du sous-marin adverse ;
- . le sous-marin adverse peut provenir de n'importe quelle direction par rapport au sonar immergé à grande profondeur.

Le premier cas se produira généralement lorsque le sonar fera partie d'un ensemble de moyens ASM assez important (écran, barrière, protection d'une zone fermée) ayant pour objectif de contraindre le sous-marin adverse à effectuer une manoeuvre de pénétration qui ne peut avoir lieu qu'entre deux sonars consécutifs.

Le second cas se produira avec un système isolé, ou du moins avec un système présentant des "trous", de telle sorte que chaque sonar étant éloigné de ses voisins laisse une grande liberté de manoeuvre au sous-marin.

Pour chaque famille de cas, on envisagera soit une situation statique pour le sonar, soit une situation dynamique. On passera simplement du cas statique au cas dynamique en introduisant la route relative du sous-marin par rapport au sonar.

Pour les routes des aéronefs on verra ultérieurement les modifications légères entraînées par passage de la situation statique à la situation dynamique.

4.2 Mouvements des aéronefs

Nous supposerons que chacun des aéronefs effectue une surveillance suivant une trajectoire en "noeud papillon" de largeur $L+W$, comme il est indiqué sur la figure 2.

La longueur L est la longueur du trajet proprement dit tandis que W est la largeur de la bande balayée à chaque instant.

La procédure en "noeud papillon" a soulevé des critiques, lorsqu'on fait valoir qu'en raison de son caractère régulier, le sous-marin peut ajuster sa course de



franchissement pour profiter des trous laissés par des périodes d'aller et retour de la plate-forme de surveillance.

Dans le cas qui nous intéresse, l'observation des mouvements de l'aéronef par le sous-marin exige que ce dernier vienne à immersion périscopique, ce qui lui est alors défavorable vis-à-vis de la détection aéroportée. De plus, on peut imaginer des variantes qui donnent une allure aléatoire au mouvement de va et vient de l'aéronef, de façon à rétablir l'efficacité de la surveillance au niveau atteint par le système périodique lorsqu'il n'y a pas effort de ruse de la part du sous-marin.

Dans les calculs nous adopterons donc les résultats obtenus par la tactique du noeud papillon telle qu'elle est décrite dans les règlements de manoeuvre.

5.- DESCRIPTION DU MODELE

5.1 Définitions et notations (cf. fig. 3)

Considérons le plan vertical xOz passant par le sonar. L'axe Oz représente les immersions et l'axe Ox , la distance horizontale par rapport au sonar, avec $z \geq 0$ et $x \geq 0$.

Désignons par z_c l'immersion du sonar et par z_s l'immersion du sous-marin (cible). On a :

$$\begin{cases} 0 \leq z_c \leq z_{cm} = \text{immersion maximale du sonar} \\ 0 \leq z_s \leq z_{sm} = \text{immersion du sous-marin.} \end{cases}$$

Pour chaque bathycélérogramme, si l'on fixe un seuil maximal d'atténuation A exprimé en décibels, acceptable par le sonar, ainsi que la valeur de l'index de réflexion du but, on peut définir des surfaces d'isoatténuation, fonction de z_c et telles que la cible soit détectée lorsque cette dernière se trouve en un point quelconque compris entre ces surfaces et l'axe Oz et non détectée lorsqu'elle se trouve au delà.

L'intersection des surfaces d'isoatténuation avec le plan vertical xOz définit des courbes d'isoatténuation, d'équation :

$$z = f(x; z_c, \text{ pour } A \text{ fixé, pour une bathy donnée}).$$

./...



Pour abrégé l'écriture nous désignerons dans la suite de l'exposé ces fonctions par :

$\gamma = f_{\gamma_c}(x)$, qui correspond à une immersion γ_c du sonar.

L'analyse des cas concrets montre que pour beaucoup de situations bathythermiques intéressantes, les fonctions f_{γ_c} sont des fonctions continues, monotones croissantes de x^c , du moins lorsque γ reste inférieur à la valeur γ_{sm} (immersion max. des sous-marins courants).

Nous considérons également la fonction $x = g_{\gamma_c}(\gamma)$, définie par : $g_{\gamma_c}(\gamma) = f_{\gamma_c}^{-1}(x)$.

Soit (cf. fig. 3) :

$$\begin{cases} x_m = g_{\gamma_c}(0) \\ x_M, \text{ la plus grande valeur de } x, (x_M = \text{Max}_{\gamma} g_{\gamma_c}(\gamma)) \\ x_L = (x_m + L) \text{ où } L \text{ est la longueur de la zone patrouillée par chacun des avions ASM.} \end{cases}$$

On a :

$$\begin{cases} 0 \leq x_m \leq x_M \\ 0 \leq L \leq x_M - x_m \end{cases}$$

L'inégalité sur L , provient de l'hypothèse opérationnelle que les avions combinant étroitement leur action à celle du sonar, ne surveillent pas une zone où ce dernier n'a plus aucune chance de détecter la cible, même si l'immersion du sous-marin était la plus favorable pour le sonar. Désignons par :

$P_{DA}(\gamma_s, L)^*$ la probabilité de détection de la cible par un avion, lorsque cette dernière transite entre x_m et $x_m + L$, à une immersion γ_s .

On a :

$$\begin{cases} x_{\gamma_s} = g_{\gamma_c}(\gamma_s) \\ Z_{x_L} = f_{\gamma_c}(x_m + L) = f_{\gamma_c}(x_L) \end{cases}$$

./...

* Nous montrons plus loin que cette probabilité devient indépendante de L , avec la tactique optimale adoptée.



Si les fonctions f et g ne sont pas strictement croissantes (c'est-à-dire présentant des "paliers") les valeurs de x_{γ_s} et de Z_{x_L} peuvent être multiples lorsqu'on résout les équations précédentes.

Dans la suite de l'exposé, on supposera que l'on a levé les ambiguïtés en prenant la plus grande des valeurs possibles.

5.2 Détection du sous-marin*

Avec les notations qui viennent d'être définies et en suivant un raisonnement analogue à celui appliqué au sonar seul dans le travail précédemment cité, on montre que la probabilité de détecter* un sous-marin en transit entre le point zéro et le point x_M , soit par le sonar, soit par l'aéronef ASM, est donnée par la formule :

$$(1) \quad P_{D+}(x; \gamma_s) = \begin{cases} \text{Si } \gamma_s \leq Z_{x_L} \Rightarrow \begin{cases} 0 & \text{pour } x \geq x_L \\ P_{DA}(\gamma_s; L) & \text{pour } x_{\gamma_s} \leq x < x_L \\ 1 & \text{pour } 0 \leq x < x_{\gamma_s} \end{cases} \\ \text{Si } \gamma_s > Z_{x_L} \Rightarrow \begin{cases} 0 & \text{pour } x \geq x_L \\ 1 & \text{pour } 0 \leq x_{\gamma_s} \end{cases} \end{cases}$$

Dans l'exposé, le signe plus de P_{D+} correspond à l'accroissement de probabilité de détection escompté comme résultant de la combinaison des moyens aéroportés avec un sonar immergé à grande profondeur, mais cependant sans avoir la possibilité d'atteindre l'immersion critique.

5.3 Définition d'un rayon de détection équivalent

Comme il est d'usage (cf. les manuels ATP 1 (A) et ATP 28), lorsqu'on est en présence d'une loi quelconque de détection, on peut toujours définir une loi en "tout ou rien" ayant une efficacité équivalente. ./...

* A l'expression "probabilité de détection" (en supposant un sous-marin présent), il serait plus exact de substituer l'expression "probabilité de contact utile". Toutefois nous continuerons d'employer l'expression probabilité de détection qui paraît la plus usitée et la plus familière.



Posons donc :

$$R_{D+} = \int_0^{x_m} P_{D+}(x) dx$$

D'après la formule (1) on obtient :

$$(2) \quad R_{D+}(\gamma_s; \gamma_c, L) = \begin{cases} g_{\gamma_c}(\gamma_s) & \text{pour } f_{\gamma_c}(x_L) < \gamma_c \leq \gamma_{SM} \\ g_{\gamma_c}(\gamma_s) + [x_m(\gamma_c) + L - g_{\gamma_c}(\gamma_s)] P_{DA}(\gamma_s; L) & \text{pour } 0 \leq \gamma_s \leq f_{\gamma_c}(x_L) \leq \gamma_{SM} \end{cases}$$

L'efficacité du système combiné SONAR + AERONEF ayant pour objectif de repérer un sous-marin passant à une distance du sonar inférieure ou égale à x_m s'exprime donc comme une grandeur géométrique R_{D+} . Si l'on ne dispose que du seul sonar, le sous-marin manoeuvrant au voisinage de la surface peut réduire la portée efficace du dispositif ASM à la valeur x_m . Le gain apporté par les moyens aériens est donc égal à :

$$(R_{D+} - x_m)$$

5.4 Problème de jeu

Le dispositif ASM se propose évidemment de rendre maximale la valeur de R_{D+} , lorsque la cible doit traverser la zone dangereuse comprise entre 0 et x_m , tandis que le sous-marin s'efforce de la rendre minimale.

On aboutit donc, comme dans le cas du sonar seul, à un jeu à deux personnes et de somme nulle.

Avec nos définitions, les degrés de liberté du joueur ASM sont :

$$\begin{cases} \gamma_c = \text{immersion du sonar,} \\ L = \text{longueur de patrouille des aéronefs.} \end{cases}$$

Les degrés de liberté du sous-marin sont :

$$\begin{cases} x = \text{distance de passage du sous-marin par rapport au sonar,} \\ \gamma_s = \text{immersion du sous-marin.} \end{cases}$$

Dans la suite de l'exposé, nous supposerons, pour simplifier, que le sous-marin ne dispose pas d'une information suffisante pour pondérer au mieux son point de

./...



traversée de la zone dangereuse, de sorte que le point de passage sera un point quelconque choisi suivant une distribution uniforme entre 0 et x_m . Bien entendu, on pourrait faire toute autre hypothèse inspirée de considérations opérationnelles. Mais notre but est de montrer les ordres de grandeur des gains possibles en combinant la détection "superficielle" et la détection profonde pour certaines situations d'environnement.

Nous rejetons donc toute hypothèse supplémentaire qui ne concourt pas directement à ce but. En définitive on a retenu le jeu suivant (cf. fig. 4).

Le "joueur" ASM choisit une tactique qui est représentée par un point du rectangle de côtés, x_{cm} et $[x_m(x_c) - x_m(x_c)]$, tandis que le "joueur" sous-marin choisit un point du segment $0 \leq x_{sm}$.

Si l'on adopte par exemple le critère de WALD-von NEUMAN, le joueur ASM recherche le maximum du minimum de l'espérance mathématique de gain (représenté par R_{D+}), quelle que soit la stratégie du sous-marin. En sens inverse, ce dernier recherche à minimiser le maximum de son espérance de perte, quelle que soit la stratégie ASM.

La fonction $R_{D+}(x_s; x_c, L)$ est le "paiement" ou le "retour" du jeu. Si R_{D+} est une fonction continue de x_s et d'un point de l'ensemble produit $(x_c \times L)$, on est sûr que le jeu a une valeur R_{D+}^* et qu'il existe des stratégies mixtes optimales pour le système ASM et pour le sous-marin. Malheureusement ce théorème d'existence permet rarement d'explicitier R_{D+}^* ainsi que le couple de stratégies optimales.

Dans la suite de l'exposé, nous allons donc nous borner à donner un certain nombre de résultats numériques, mettant en évidence les gains substantiels qui pourraient être apportés par les moyens de détection "superficiels", lorsque le sonar ne peut atteindre l'immersion critique.

5.5 Calcul des éléments R_{D+}

5.5.1 Calcul de $R_{DA}(x_s, L)$

Soit :

- v la vitesse de l'aéronef exprimée en Noeuds,
- u la vitesse du sous-marin exprimée en Noeuds,
- $w(x_s)$ la largeur de la bande de "détection" balayée à chaque instant par l'aéronef en patrouille contre le sous-marin à l'immersion x_s ./...



Posons : $\mu = \frac{u}{v}$ et $\lambda = \frac{L}{w(\gamma_s)}$

où L est la longueur de la zone patrouillée définie précédemment.

On a alors :

$$(3) \quad P_{DA}(\gamma_s; L) = \min \left[1; \left(1 + \frac{\mu \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \right) \frac{1}{1 + \lambda} \right]$$

On observe que le facteur $\left(1 + \frac{\mu \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \right)$ ne dépend que du rapport des vitesses de l'aéronef ASM et du sous-marin tandis que le terme :

$$\frac{1}{1 + \lambda} = \frac{w(\gamma_s)}{w(\gamma_s) + L}$$

est une fonction homographique de $w(\gamma_s)$ et de L .

5.5.2 Exemple de calcul de $w(\gamma_s)$

Nous supposons :

. que le "volume d'indiscrétion" entourant le sous-marin peut être assimilé à une ellipsoïde de révolution de même axe que le sous-marin,

. que la fraction observable de ce volume par les moyens aériens est l'intersection de la surface de la mer avec l'ellipsoïde,

. que la loi de détection de cette surface d'indiscrétion par l'aéronef ASM est la classique loi de l'inverse du cube de la distance séparant l'aéronef du centre de l'aire d'indiscrétion.

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{30} = \text{profondeur limite au delà de laquelle le sous-marin n'a plus aucune chance d'être détecté par les moyens aériens,} \\ \rho_{3s} = \text{plus grande dimension de l'aire d'indiscrétion lorsque le sous-marin se trouve au voisinage de la surface,} \\ \rho_D(\gamma_s) = \text{plus grande dimension de l'aire d'indiscrétion en fonction de l'immersion } \gamma_s \text{ du sous-marin.} \end{array} \right.$$

./...



On a alors :

$$(4) \quad \rho_D(\gamma_s) = \begin{cases} \rho_{D0} \left[1 - \cos \left(1 - \frac{\gamma_s}{\rho_{D0}} \right) \frac{\pi}{2} \right] & \text{pour } 0 \leq \gamma_s \leq \rho_{D0} \\ 0 & \text{pour } \rho_{D0} \leq \gamma_s \end{cases}$$

Avec la loi de détection choisie (inverse du cube) on montre que :

$$(5) \quad w(\gamma_s) = 2 \beta \rho_D(\gamma_s)$$

Le coefficient β , dépend lui-même de nombreux facteurs, altitude de vol, qualité des appareils de détection, état de l'environnement, contraste entre la surface d'indiscrétion et la surface de la mer (éventuellement) etc..

Mais nous supposerons que ces facteurs sont fixés (par exemple qualité des appareils de détection) ou qu'ils sont optimisés suivant les conditions du moment (par exemple choix de l'altitude de vol optimale en fonction des capteurs les plus intéressants par rapport à l'environnement).

Nous admettrons donc β fixé et connu pour la poursuite des calculs. La figure 5 donne un échantillon des valeurs de w en fonction de γ_s .

5.5.3 Courbes d'isoatténuation

La forme des courbes d'isoatténuation dépend beaucoup des conditions bathy et du niveau du seuil acceptable pour le sonar.

Pour l'application numérique que nous avons en vue, on observe que sur un lot de courbes provenant de bathy. Atlantique la fonction $g_{\gamma_c}(\gamma)$ peut être assimilée sans trop de distorsion à un contour polygonal. Les calculs sont donc effectués par interpolation linéaire entre les valeurs des tableaux donnant les distances pour chaque niveau d'atténuation.

6.- ANALYSE D'UN CAS CONCRET

Nous avons rappelé que la résolution complète du jeu continu sur $(\gamma_c \times \gamma_s \times L)$ pouvait se heurter à des difficultés de calcul importantes. Mais nous allons montrer comment une analyse simple permet cependant de cerner, à défaut des solutions optimales, du moins certaines bonnes solutions, en se plaçant surtout du point de vue ASM.

./...



6.1 Analyse de $P_{DA}(\gamma_S; L)$

La formule (3) :

$$P_{DA}(\gamma_S; L) = \min \left[1; \left(1 + \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \right) \frac{1}{1 + \lambda} \right]$$

indique que lorsque le second terme de l'expression entre crochets est supérieur à l'unité, la valeur de P_{DA} est écrêtée à 1. En termes concrets, cela signifie que l'effort de patrouille est inutilement concentré. On en déduit que la longueur L doit être suffisante.

Dans ces conditions on doit avoir :

$$(6) \quad L \geq \frac{W(\gamma_S) \lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1}$$

En définitive, on aura alors :

$$(7) \quad P_{DA}(\gamma_S; L) = \begin{cases} \left(1 + \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \right) \frac{W}{W + L} \\ \text{avec } W(\gamma_S) \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \leq L \leq x_M - x_m, \\ \text{si } x_M - x_m \geq W(\gamma_S) \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \\ \text{et :} \\ 1, \quad \text{si } x_M - x_m < W(\gamma_S) \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \end{cases}$$

6.2 Analyse de la fonction $R_{D+}(\gamma_S; \gamma_C, L)$

Posons :

$$(8) \quad h(\lambda) = 1 + \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1}$$

la fonction R_{D+} s'écrit :

$$(9) \quad R_{D+} = q_{\gamma_C}(\gamma_S) + W(\gamma_S) h(\lambda) \frac{L - [q_{\gamma_C}(\gamma_S) - x_m(\gamma_C)]}{L + W(\gamma_S)}$$

Supposons que l'on ait choisi une immersion γ_C du sonar et que λ soit défini par les vitesses maximales de patrouille pour les avions et pour le sous-marin.

Dans ces conditions, pour chaque immersion γ_S du sous-marin, la valeur de R_{D+} est une fonction homographe de L .

./...



Distinguons deux cas :

$$\begin{cases} W(\gamma_s) > 0 \\ W(\gamma_s) = 0 \end{cases}$$

Si $W(\gamma_s) = 0$, R_{D^+} se réduit à une constante.

Si $W(\gamma_s) > 0$, R_{D^+} est une fonction croissante de L représentée par un arc d'hyperbole équilatère et dont la valeur limite pour $L = +\infty$, est : $q_{\gamma_c}(\gamma_s) + W(\gamma_s) h(\lambda)$

Dans ce cas, on a donc intérêt à prendre L aussi grand que possible, c'est-à-dire :

(10)

$$L = x_M - x_m$$

Cette remarque peut simplifier beaucoup la recherche des meilleures stratégies (en se plaçant au point de vue ASM) puisque le choix de L , se trouve ainsi fixé par γ_c et plus précisément par la valeur $x_M(\gamma_c)$.

La décision se réduit finalement, pour la lutte ASM, au meilleur choix de l'immersion γ_c du sonar pour une bathy. donnée.

Nous nous trouvons ramenés à un jeu à deux personnes de somme nulle, dont la fonction de gain est :

$$(11) \quad R_{D^+}(\gamma_s; \gamma_c) = \begin{cases} q_{\gamma_c}(\gamma_s) + [x_M(\gamma_c) - q_{\gamma_c}(\gamma_s)] \frac{h(\lambda) W(\gamma_s)}{W(\gamma_s) + [x_M(\gamma_c) - x_m(\gamma_c)]} & \text{pour } x_M - x_m \geq W(\gamma_s) \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \\ q_{\gamma_c}(\gamma_s) + [x_M(\gamma_c) - q_{\gamma_c}(\gamma_s)] & \text{pour } x_M - x_m < W(\gamma_s) \frac{\lambda \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda + 1} \end{cases}$$

6.3 Application numérique

6.3.1 Choix des paramètres

Pour le sous-marin prenons par exemple $u = 20$ Nœuds. Pour la plate-forme aérienne prenons un avion ASM du type BREGUET ATLANTIQUE à 260 Nœuds (vitesse **de** croisière).

On a alors $\lambda = 13$ et $h(\lambda) = 13,107 \approx 13,1$. Le calcul de $W(\gamma_s)$ s'effectue avec les formules (4) et (5).

./...



Pour le calcul de "l'aire d'indiscrétion" nous prenons :

$$P_{D_0} = 200 \text{ m} \quad P_{D_S} = 250 \text{ m}$$

Nous prendrons 4 valeurs de β :

$$\beta = 1 \times 10^{-3}, \quad \beta = 2 \times 10^{-3}, \quad \beta = 3 \times 10^{-3}, \quad \beta = 4 \times 10^{-3}$$

(le coefficient 10^{-3} correspond au passage des immersions exprimées en mètres aux unités kilométriques pour l'évaluation des rayons de détection du système ASM). Les valeurs croissantes de β correspondent à une efficacité croissante du système de détection. Pour $\beta = 1 \times 10^{-3}$, la détection s'effectue seulement en passant au voisinage de la verticale du sous-marin. Dans ce cas, même pour un sous-marin à l'immersion périscopique (ou quasi périscopique) le rayon maximum de détection est limité à 250 m. Il devient d'ailleurs strictement nul lorsque le sous-marin atteint une immersion égale ou supérieure à 200 m.

Il y a lieu de supposer que cette valeur de β est pessimiste par rapport aux possibilités technologiques actuelles ou dans un proche futur.

Par contre, une valeur de 4 pour β paraît optimiste puisqu'elle correspond à un rayon de détection de 1 km pour un sous-marin proche de la surface. Toutefois, avec la formule utilisée, ce rayon de détection s'annule de toute façon pour un sous-marin immergé à 200 m ou davantage.

Certaines publications - non classifiées - assurent que de tels rayons de détection sont possibles. La figure 5, donne les valeurs de $w(z_s) =$ largeur de la bande balayée = 2 rayons de détection de la plate-forme aérienne, en fonction de l'immersion du sous-marin pour $\beta = 1, 2, 3, 4 (\times 10^{-3})$.

Pour la fonction $g_{z_c}(z_s)$ nous avons retenu deux valeurs pour z_c :

$$\begin{cases} z_c = 1500 \text{ m} \\ z_c = 3000 \text{ m} \end{cases}$$

et les valeurs de $g_{z_c}(z_s)$ sont données dans le tableau ci-après :

./...



$r_s = \longrightarrow$ (en mètres)		0	50	100	150	200	250	300
$\alpha_{\gamma_c}(r_s)$ en km	$\gamma_c = 1500\text{ m}$	8,8	8,8	14,4	17	19	21,6	30,2
	$\gamma_c = 3000\text{ m}$	18,8	22	30	35,2	36	40,4	55,6

Ces valeurs correspondent à une bathy. Atlantique en été, pour laquelle l'immersion critique est 4 500 m. (Le seuil d'atténuation pour un trajet simple est de 100 dB). Nous avons effectué le calcul pour des immersions γ_c , égales respectivement au 1/3 et aux 2/3 de la valeur critique.

Les valeurs de $\alpha_m(\gamma_c)$ et $\alpha_m(\gamma_c)$ sont (8,8 et 30,2 km) et (18,8 et 55,6 km) pour $\gamma_c = 1500\text{ m}$ et $\gamma_c = 3000\text{ m}$ respectivement.

6.4 Quelques valeurs numériques

On dispose donc de tous les éléments permettant d'effectuer le calcul.

Les résultats ont été reportés sur les figures 6 et 7.

Sur chacune des figures on a 4 courbes correspondant aux 4 valeurs de β . Elles montrent le gain d'efficacité que l'on peut obtenir, avec des moyens de détection aéroportés, combinant étroitement leur action à celle d'un sonar immergé à grande profondeur, (mais sans avoir toutefois la possibilité d'atteindre l'immersion critique).

Par exemple, (cf. fig. 6) pour $\gamma_c = 3000\text{ m}$ et $\beta = 2 \times 10^{-3}$ (le rayon de détection aérien contre un sous-marin très proche de la surface est de 500 m) on passe d'une valeur du rayon de détection minimal du sonar de 18,8 km à un rayon minimal global de 29,3 km, soit un gain de 10,5 km, c'est-à-dire de 56 %.

Pour $\beta = 4$ (rayon de détection de 1 km) le gain est de l'ordre de 16,5 km, soit 88 %.

Pour $\gamma_c = 1500\text{ m}$ et $\beta = 2 \times 10^{-3}$ (cf. fig. 7), le gain est de 7,9 km (le rayon de détection minimal du système global passant à 16,7 km par rapport aux 8,8 km du sonar seul). En valeur relative ce gain est de 90 %.

./...



Toujours pour $r_c = 1500\text{m}$ mais avec $\beta = 4$ le gain en valeur absolue est de 9,4 km et en valeur relative de 107 %.

Ces quelques valeurs suffisent probablement à montrer l'efficacité possible d'une combinaison sonar - moyens de détection aéroportés. On pose ainsi en termes numériques, le problème des moyens de détection aéroportés, non acoustiques.

7.- GENERALISATIONS POSSIBLES DES SOLUTIONS TACTIQUES

Pour l'emploi des plates-formes aériennes, on peut imaginer une gamme variée de solutions. A titre indicatif nous indiquons seulement trois variantes de la solution analysée.

7.1

Si l'on ne dispose que d'un aéronef, il est aisé d'envisager avec un avion ASM rapide, une solution où l'avion alterne sa zone de recherche de part et d'autre du sonar. En introduisant une correction sur la zone explorée pour tenir compte des délais de changement de zone et de la vitesse possible du sous-marin, on doit parvenir à limiter de façon acceptable la réduction de R_{D+} , par rapport à la solution mettant en oeuvre deux aéronefs.

7.2

Dans le cas où la direction possible du sous-marin est complètement inconnue, un dispositif à 4 plates-formes aériennes opérant dans des zones décalées de $\pi/2$, permet d'obtenir un dispositif où la valeur de R_{D+} est les $3/4$ de celle obtenue lorsqu'on connaît la direction moyenne du sous-marin. Avec 6 plates-formes décalées de $\pi/3$ on retrouve pratiquement la valeur de R_{D+} .

7.3

Dans le cas où tout le dispositif ASM est en mouvement, les mêmes calculs s'appliquent en substituant à la vitesse u du sous-marin sa vitesse relative u' par rapport au dispositif ASM. Les trajectoires des plates-formes ASM ne sont plus des "noeuds papillons" par rapport à la mer, mais des figures périodiques dérivées des noeuds papillons et progressant en moyens de la valeur $(u' - u)$ pour ramener les conditions de détection au cas statique.

./...



8.- CONCLUSION

8.1 Aspect méthodologique

Dans le duel opposant un sous-marin à un système de sonars immergeables à grande profondeur, on a montré, dans un travail précédent, la possibilité de définir une stratégie optimale à la fois pour le sonar jouant sur son immersion et pour le sous-marin jouant également de ses possibilités d'immersion. La valeur du jeu exprimée comme une longueur permet de donner un sens précis à l'expression portée de détection du sonar.

On a étendu les résultats précédents à un ensemble de moyens ASM, combinant sonars immergés et plates-formes aériennes mettant en oeuvre des dispositifs de détection efficaces contre les sous-marins à immersions faibles ou modérées.

En effet pour les bathy. de type estival l'immersion optimale du sous-marin contre le sonar seul est souvent proche de la surface. Par définition de la valeur du jeu, toute combinaison de moyens de détection susceptibles de contraindre le sous-marin à abandonner son immersion optimale lorsque cette dernière est proche de la surface, ne peut être que dommageable au sous-marin. Pour évaluer les gains possibles du dispositif ASM combiné, on a été conduit à définir un rayon efficace équivalent pour l'ensemble des moyens de détection mis en oeuvre.

Dans ces conditions, le problème se ramène alors à un jeu à deux personnes et de somme nulle (rayon efficace équivalent) dans lequel le dispositif ASM joue à la fois sur l'immersion du sonar et sur le choix des routes et des longueurs de patrouilles des moyens aériens.

L'analyse a montré que l'on pouvait définir, pour les longueurs des patrouilles, des valeurs optimales en toutes circonstances, de sorte que, finalement, la situation peut se réduire à un jeu, à deux dimensions, comme dans le cas du sonar seul.

Mais l'obtention des stratégies optimales, sous forme explicite, peut exiger des calculs compliqués puisqu'il n'existe pas à l'heure actuelle d'algorithmes généraux pour la résolution de jeux où les ensembles des choix possibles des joueurs ont la puissance du contenu.

./...



La résolution effective dépend essentiellement de la forme de la fonction de paiement. Mais quelle que soit l'allure de cette fonction, les résultats, (lorsqu'on réussit à les obtenir explicitement) n'ont en général aucun caractère intuitif.

Nous nous sommes donc contentés d'extraire quelques résultats numériques, en nous plaçant dans une optique de recherche d'un Maxi-Min de portée pour l'ensemble du dispositif ASM. Il y aurait lieu, dans la mesure où le problème posé paraît susceptible de développements pratiques intéressants, de procéder à une analyse approfondie. Cette investigation qui exige des calculs assez volumineux, est de nature à aboutir à des applications importantes, difficiles à imaginer en ne recourant pas à une méthode rigoureuse.

8.2 Problèmes de performances opérationnelles

Les gains de portées obtenus par les dispositifs de détection aéroportés peuvent être faibles (ou nuls) en hiver lorsque l'immersion optimale du sous-marin est suffisamment loin de la surface pour être hors d'atteinte des détecteurs aériens.

Même en été, ces gains peuvent être faibles (ou nuls), lorsque le sonar peut atteindre son immersion critique.

Par contre les gains obtenus par la combinaison des moyens que nous avons décrits peuvent être considérables lorsque le sonar, pour des raisons de constructions (longueur du câble), pour des raisons géographiques (profondeur de la mer) ou pour des raisons tactiques (vitesse de remorquage, délais de descente) ne peut atteindre l'immersion critique, particulièrement en été, lorsque cette dernière est très importante.

Pour les mêmes raisons bathythermiques, les moyens acoustiques aéroportés peuvent alors avoir une faible efficacité, sans parler des délais de "trempage" qui réduisent beaucoup le taux d'exploration ni de la grande quantité de bouées nécessaires s'il s'agit de matériels consommables. Les systèmes hybrides, mettant en oeuvre des sonars profonds et des moyens de détection aériens, autres que l'acoustique, offrent des solutions prometteuses, particulièrement pour les bathy. estivales, car on peut "négocier" de l'immersion et de la longueur de câble

./...



(éventuellement de la vitesse de remorquage) contre de la vitesse aérienne combinée à une certaine portée de détection. Mais ces promesses posent un point d'interrogation (ou un défi) aux physiciens et aux constructeurs de systèmes non acoustiques. Suivant notre terminologie, quelles seraient les valeurs atteignables pour des facteurs tels que β et ρ_{20} ?

Nous avons donc esquissé une approche permettant de réduire le problème des systèmes hybrides de détection ASM considérés globalement à l'évaluation d'un ensemble simple de données quantifiables, fixant les ordres de grandeur nécessaires pour les performances des composants si l'on veut atteindre un niveau fixé d'efficacité opérationnelle.



ANNEXE

RAPPEL DE QUELQUES RESULTATS OBTENUS AVEC LE SONAR SEUL

1.- DEFINITION CONDITIONNELLE DE LA PORTEE D'UN SONAR

La définition que nous proposons repose sur la notation de seuil d'atténuation exprimée en décibels.

Pour un champ sonore donné, représenté graphiquement au moyen de courbes d'iso-atténuation, la portée R_D du sonar immergé à une profondeur r_c contre un sous-marin situé à la profondeur r_s , est donnée par l'abscisse du point M (portée horizontale repérée sur l'axe OR_D de la figure 1). Ce point M est l'intersection de la droite horizontale d'équation $r_s = \text{constante}$, avec la courbe représentative du seuil d'atténuation A située dans le plan vertical $OR_D r_s$. Suivant cette définition, lorsque le seuil a été fixé, et pour chaque bathycélérogramme, la portée R_D est fonction des deux variables indépendantes r_c et r_s :

$$(1) \quad R_D = f(r_c, r_s / A_{dB}; \text{ bathy donnée})$$

Cette définition n'est pas exhaustive et n'inclut pas explicitement nombre de facteurs qui peuvent influencer la portée pratique de détection. Elle a l'avantage de la simplicité et permet d'exprimer un ordre de grandeur pour les portées pratiques. Elle correspond en fait à l'équation élémentaire du sonar. Par exemple, avec un sonar ayant un facteur de mérite de 185 dB contre un objectif d'index de réflexion moyen τ de 15 dB, le seuil A d'affaiblissement serait de $A = \frac{r_m + \tau}{2} = \frac{185 + 15}{2} = 100 \text{ dB}$

Cette première approximation prend tout son intérêt pratique au niveau de la conception d'un sonar lorsqu'on cherche à comparer les performances de différents systèmes ou variantes de systèmes.

Toutefois, cette définition simple peut présenter des ambiguïtés lorsque la droite horizontale d'équation $r_s = C^{\text{re}}$ rencontre la courbe d'iso-atténuation en plusieurs points, ce qui est le cas lorsqu'il existe des zones de convergence et également lorsqu'il apparaît une zone d'ombre centrée autour de l'axe vertical Or_s . ./...



Donc, dans le cas général, pour γ_c et γ_s fixés, on aura une séquence de portées croissantes qu'il conviendra de préciser en indiquant les valeurs de R_{D_i} et $R_{D_{i+1}}$ (la zone comprise entre R_{D_i} et $R_{D_{i+1}}$ étant éclairée par le sonar). Dans la suite de l'exposé, on considère seulement la portée R_D correspondant à la première zone de détection à partir de l'axe vertical passant par le sonar et en négligeant la zone d'ombre autour de celui-ci, lorsqu'elle existe.

Bien entendu, des calculs, un peu plus complexes, pourraient être repris en introduisant zones de convergence et zones d'ombre.

En résumé, si on se limite à la première zone bornée par un seuil d'atténuation de A_{dB} , la portée R_D est une fonction sans ambiguïté des deux immersions γ_c et γ_s .

Il est clair que le sonar recherchera la portée maximum en effectuant un choix optimum pour son immersion tandis que le sous-marin tentera de minimiser cette portée par un choix opportun de sa propre immersion, compte tenu de contraintes résultant par exemple de sa mission.

2.- COMPORTEMENT DE "C" ET DE "S" POUR LE CHOIX INITIAL DE LEURS IMMERSIONS

(Désignons par "C" et "S" le sonar et le sous-marin respectivement).

Les considérations précédentes conduisent naturellement à un concept de "jeu".

Pour chaque choix effectué séparément par "C" et "S", il existe un résultat $R_D = f(\gamma_c, \gamma_s)$ qui est le "paiement" ou le "retour" de ces choix suivant la terminologie des jeux.

C'est un jeu continu à deux joueurs qui peut être considéré comme à somme nulle en prenant précisément la portée de détection comme valeur de l'enjeu. Ce que l'un perd est exactement gagné par l'autre.

Pour chaque milieu bathythermique donné, si "C" choisit une immersion γ_{c_i} et si "S" choisit une immersion γ_{s_j} , la portée de détection sera $R_{D_{ij}}$ pour le seuil d'atténuation retenu.

./...



3.- RESOLUTION DES "JEUX" - RESULTATS OBTENUS

3.1 Choix d'un critère

Nous adopterons le critère de WALD-Von NEUMANN qui est un des plus usités en raison de sa consistance logique et pour sa valeur pratique. Il consiste à rechercher le maximum du minimum de l'espérance mathématique de gain (ou gain moyen), quelle que soit la stratégie employée par l'adversaire.

Un des inconvénients du critère de WALD est que le gain moyen garanti peut, dans certains cas, être approché seulement au bout d'un grand nombre de parties jouées dans des conditions similaires. Il est donc souvent délicat de faire appel au critère de WALD pour un jeu tactique ou stratégique qui ne doit se jouer qu'une fois dans des circonstances données.

Par contre, pour le problème qui nous préoccupe, au niveau de la conception d'un système d'armes, alors que l'on s'efforce d'imaginer les familles de situations dans lesquelles le système projeté devra être en mesure de remplir les missions que l'on attend de lui, la prévision statistique de ses performances espérées a une valeur pratique incontestable.

3.2 Résultats obtenus

La résolution numérique du jeu suivant le critère de WALD-Von NEUMANN est trop classique pour que nous la rappelions ici,

On obtient :

- 1°) une valeur R_D^* ou valeur du jeu ;
- 2°) une stratégie optimale $\varphi(\gamma_c)$ pour le sonar "C", exprimée comme une densité de probabilité sur γ_c (profondeur d'immersion) avec $0 \leq \gamma_c \leq \gamma_{cm}$;
- 3°) une stratégie optimale $\psi(\gamma_s)$ pour le sous-marin "S" exprimée comme une densité de probabilité sur γ_s (profondeur d'immersion) avec $0 \leq \gamma_s \leq \gamma_{sm}$;

Il convient de souligner que ces résultats ne sont valables que pour un seuil d'atténuation donné et pour une bathy. donnée.

./...



Pour de telles conditions, le comportement optimal du sonar consiste à jouer de façon aléatoire son immersion suivant la loi $\varphi(\zeta_c)$ obtenue en résolvant le jeu.

De même, le comportement optimal du sous-marin consiste à jouer de façon aléatoire son immersion suivant la loi $\psi(\zeta_s)$.

Le nombre R_D^* est la valeur vers laquelle converge inexorablement le résultat moyen du jeu lorsque les deux adversaires agissent de façon optimale au cours d'une séquence d'engagements se déroulant dans des conditions similaires.

Nous adopterons cette valeur de R_D^* (exprimée en km) comme portée du sonar pour un seuil d'atténuation et une bathy. fixés.

Dans une très forte proportion des cas étudiés avec des bathy. Atlantique, les jeux traités présentent un point d'équilibre, c'est-à-dire que suivant le critère de WALT-VON-NEUMANN, les stratégies optimales pour le sonar et pour le sous-marin se réduisent à une tactique pure. En d'autres termes il existe pour chacune des situations présentant un équilibre, un couple d'immersions ζ_c^* et ζ_s^* pour le sonar et le sous-marin respectivement, tel que :

$$\text{Maxi Min}_i \text{ Min}_j R_{Dij} = \text{Mini Max}_j \text{ Max}_i R_{Dij}$$

Dans le cas où il n'y a pas équilibre "strict", on constate le plus souvent que les deux valeurs du Maxi Min et du Mini Max sont très voisines.

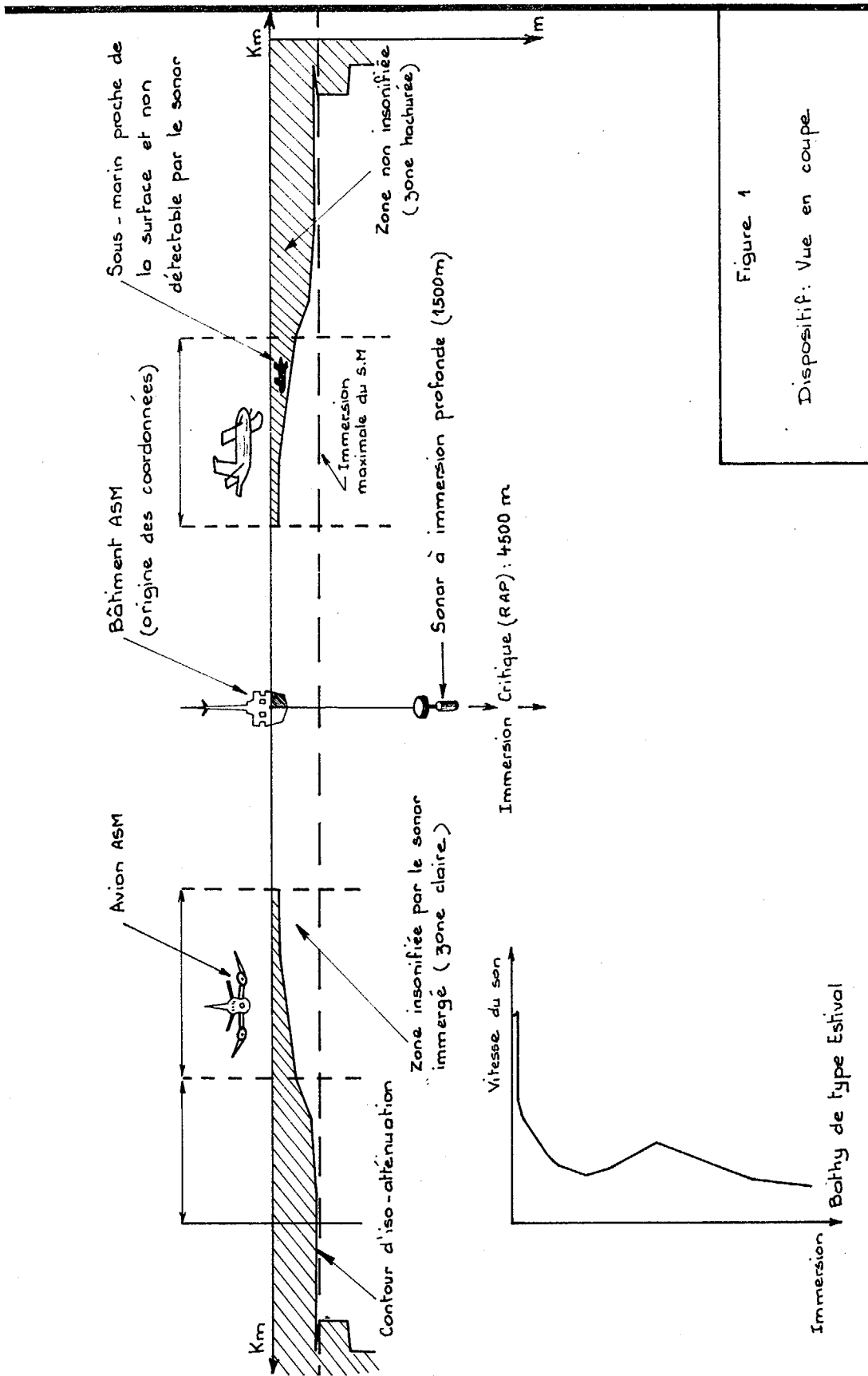


Figure 1

Dispositif: Vue en coupe.

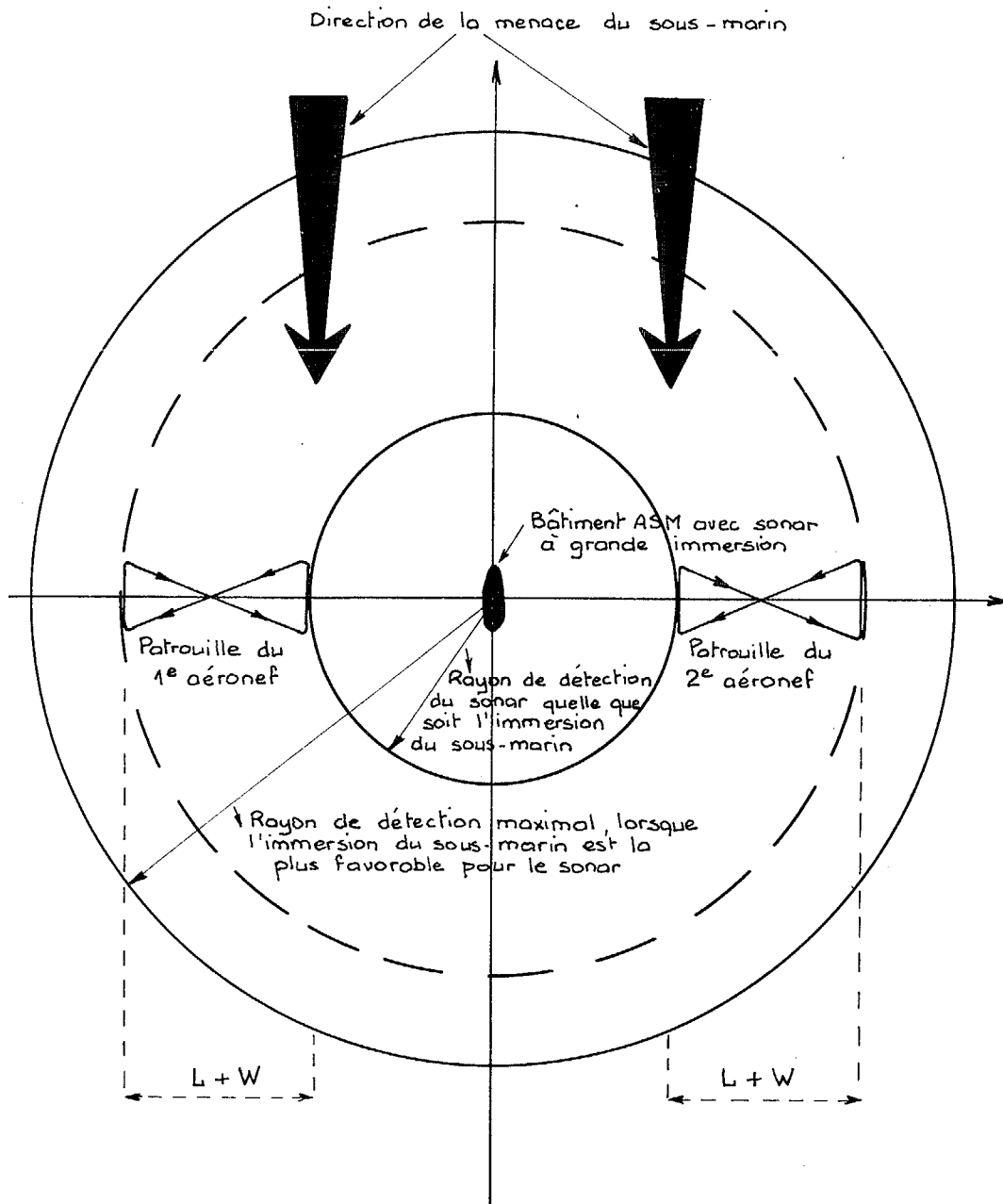


Figure 2
Dispositif : Vue de dessus
(La direction de la menace est connue.)

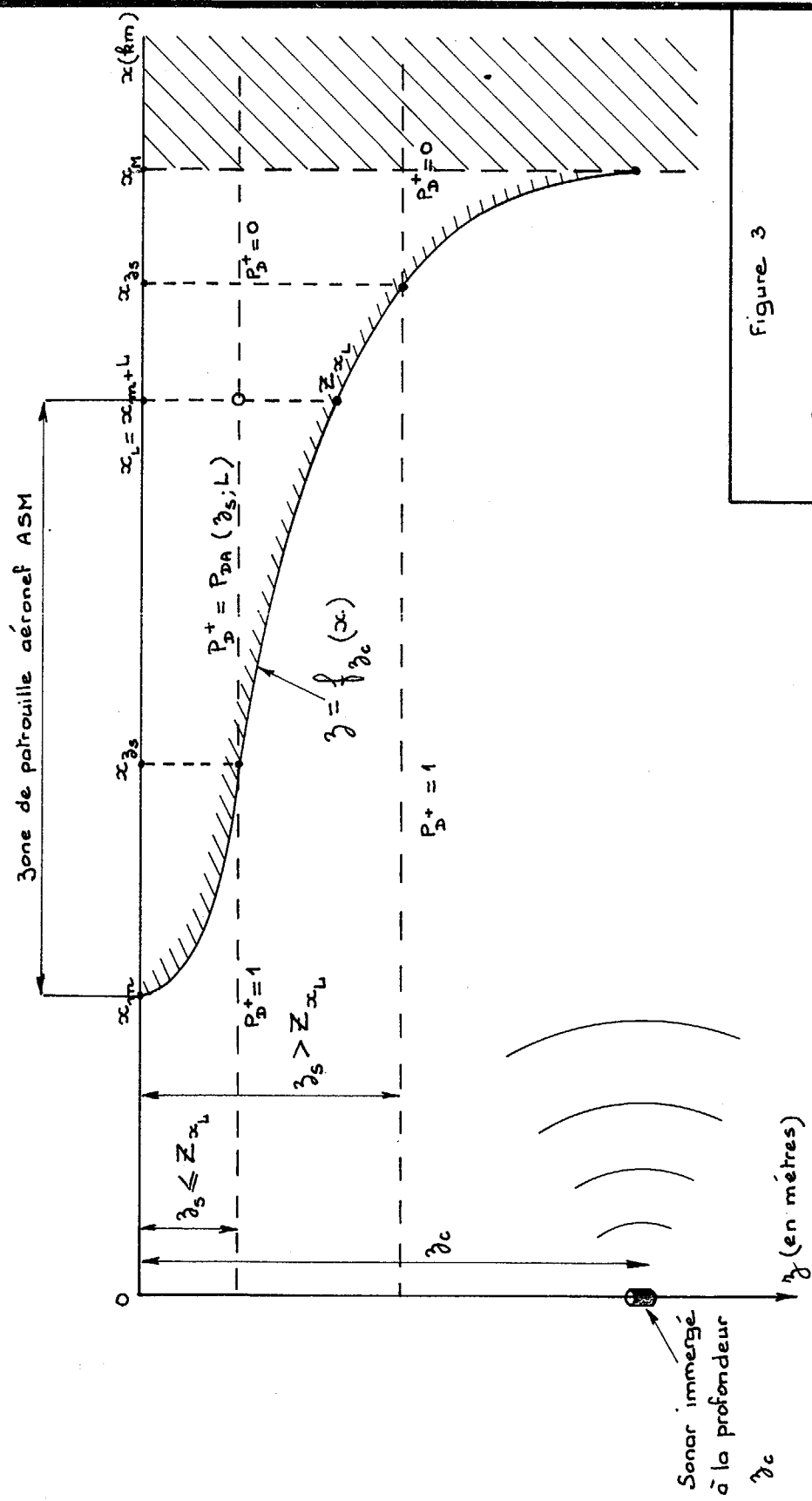


Figure 3
Données pour le calcul de P_p^+



Degrés de liberté des 2 joueurs

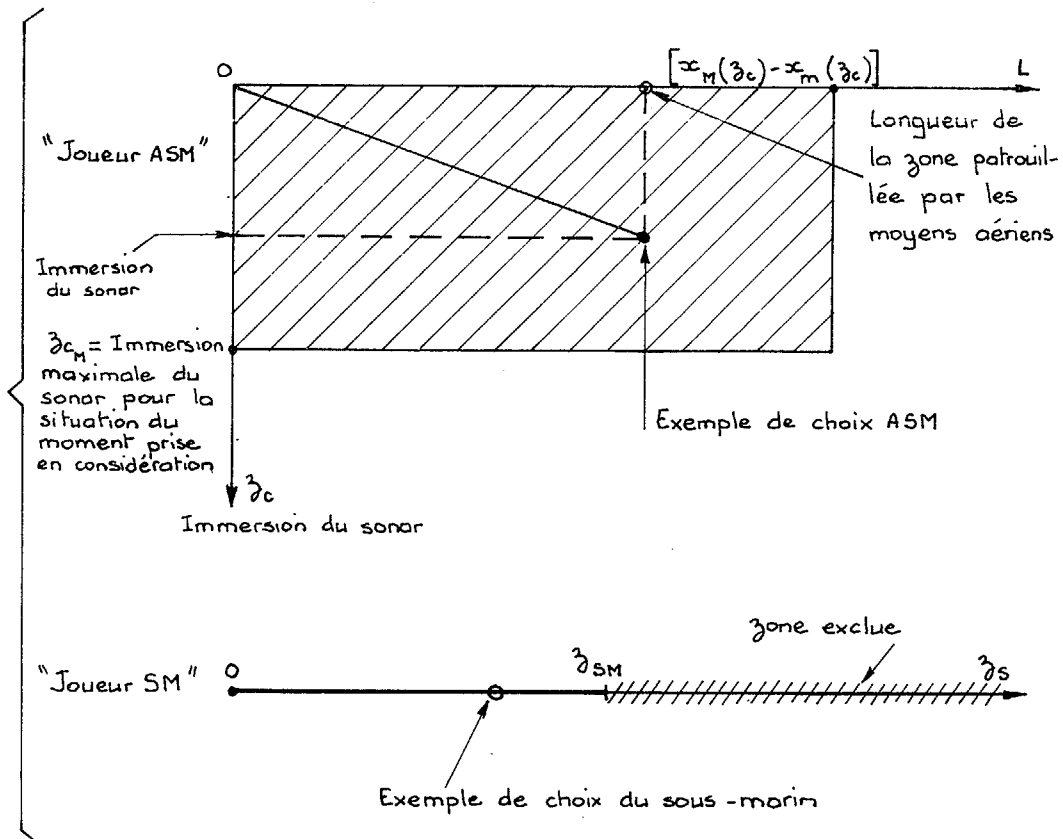


Figure 4

Jeu du dispositif ASM
contre le sous-marin

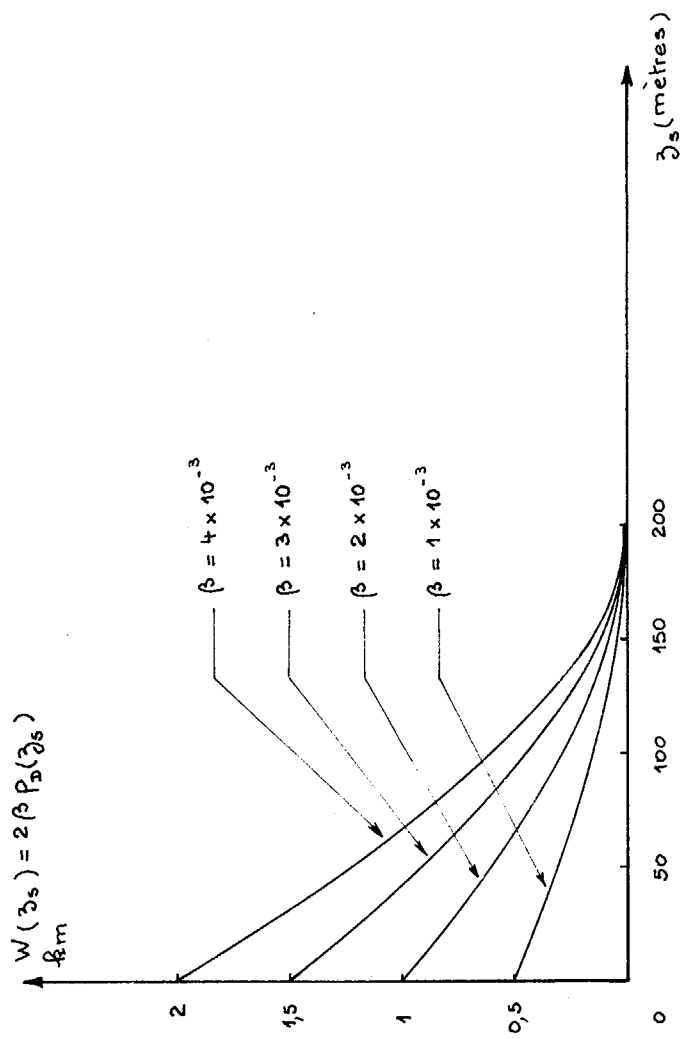


Figure 5

Variation de $W(z_s)$
avec z_s pour quatre valeurs de β

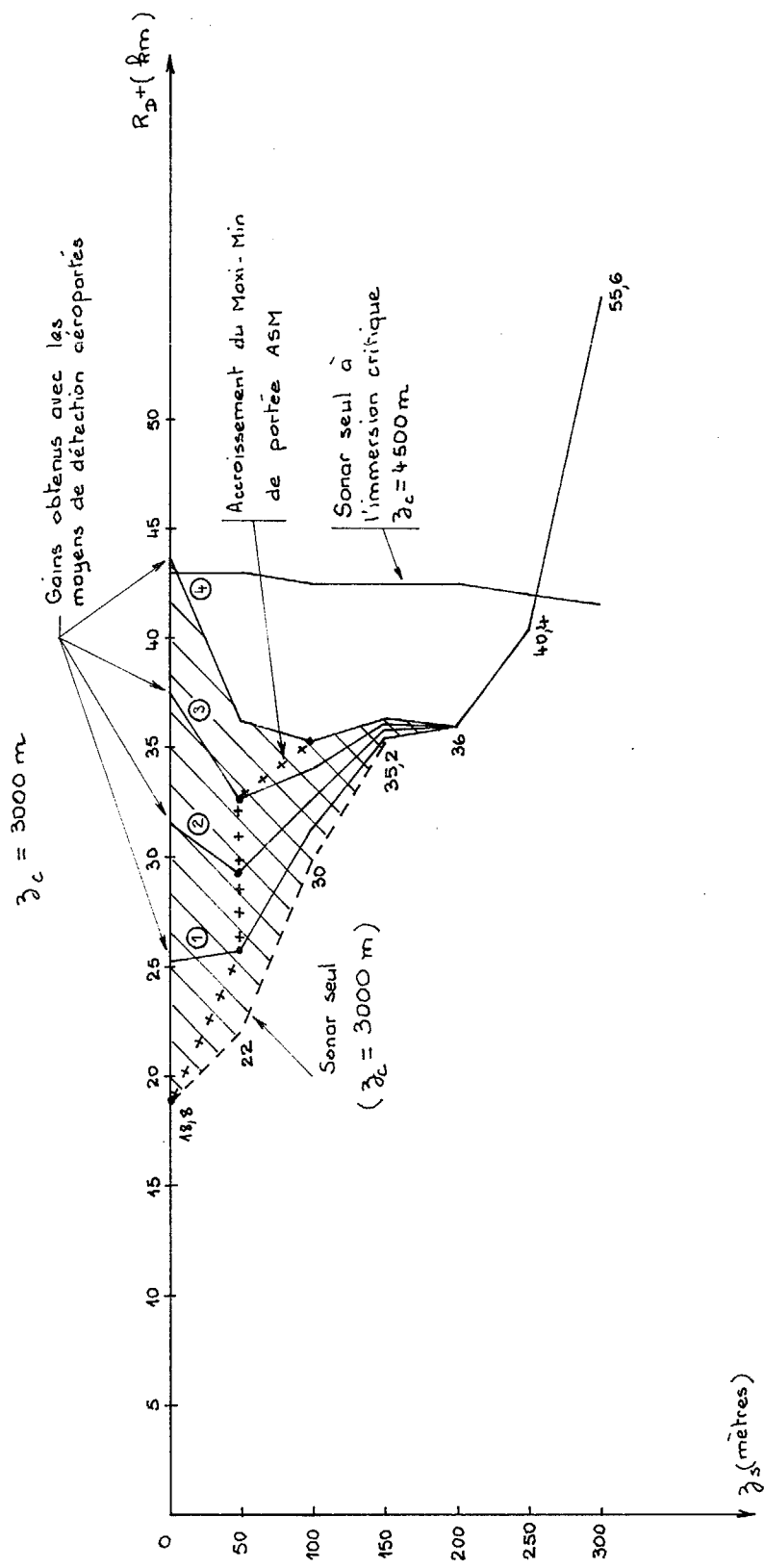


Figure 6
Gains possibles avec les moyens aéroportés et une immersion du sonar de 3000m

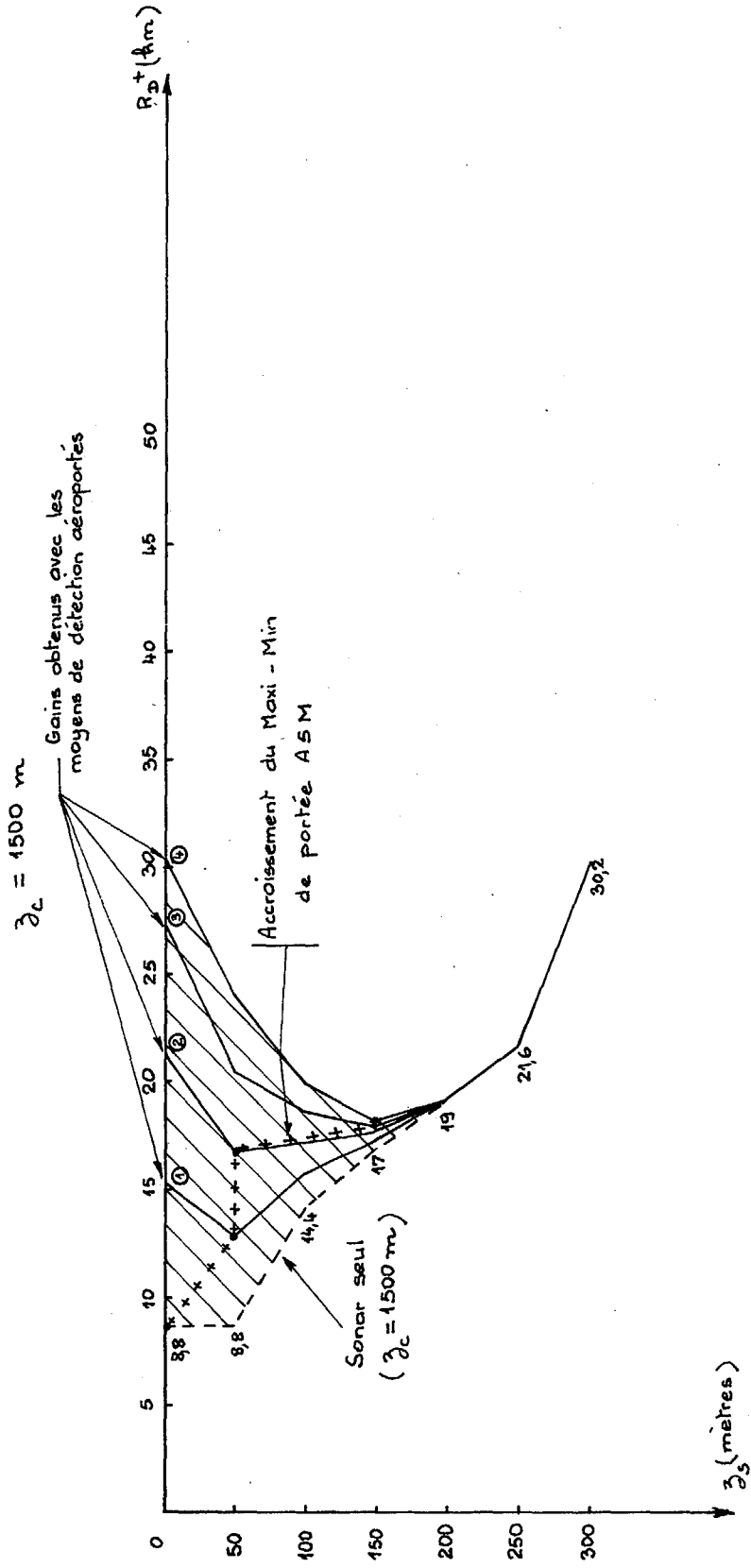
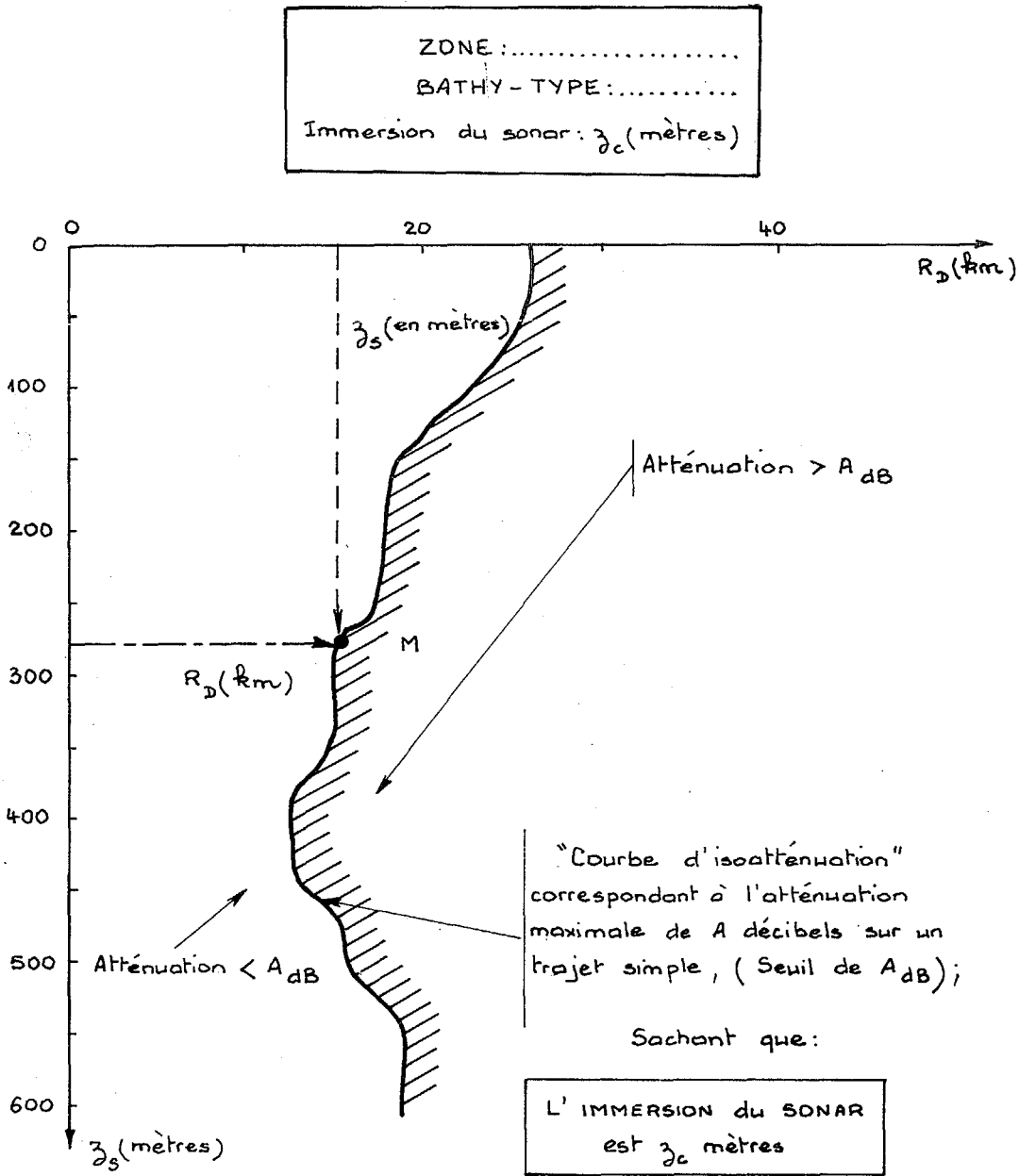


Figure 7
Gains possibles avec les moyens aéroportés et une immersion du sonar de 1500m



Annexe : Figure 1

Rayon de détection en fonction
d'un seuil d'atténuation