TROISIEME COLLOQUE SUR LE

TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1er au 5 juin 1971

TRAITEMENT SPATIO TEMPOREL D'UN SIGNAL PAR UNE ANTENNE

H DEBART - CIT ALCATEL

RESUME Nous considérons l'association d'une antenne linéaire et d'un signal quelconque, en essayant de combiner l'information spatiale de l'antenne et celle qui résulte de la forme temporelle du signal. On montre d'abord comment une antenne peut filtrer , sans élément selectif, un signal court, c'est à dire un train d'ondes dont la durée est inférieure au temps de propagation du son le long de l'antenne. Puis on envisage le traitement d'un signal long, et on montre que l'information spatiale obtenue par le même principe améliore considérablement la finesse de résolution du système. Cette étude peut entrer dans le cadre général de l'adaptation des antennes aux signaux .

SUMMARY

In this paper is considered the association of a linear array and an arbittary signal, from which we try and combine the space information of antenna and the time information, extraded from the shape of the signal. At first, it is shown how an array can filter, without any selective element, a short signal, i.e. a wave train whose duration is smaller than the time of propagation of sound along the whole length of the array.
Secondly the treatment of a long signal is dealt with, and it is shown that the space information we get from the same principle improves a great deal the sharpness of resolution of the system. This study can be included in the frame of matching an antenna to a signal.

I INTRODUCTION

Nous nous proposons de montrer comment une antenne linéaire peut être exploitée pour la réception d'un signal quelconque. Si l'antenne reçoit un signal court, de durée inférieure au temps de propagation du son le long de l'antenne, on peut par une simple pondération en faire un filtre adapté au signal , ne comportant aucun organe sélectif en fréquence. Si elle reçoit un signal long, on peut arriver à un résultat analogue en l'échantillonnant dans le temps. Dans les deux cas, le filtrage qu'on effectue est spatio-temporel, c'est à dire qu'il est adapté non seulement au signal mais aussi à la direction de la source ponctuelle à l'infini qui l'envoie. L'ambiguité angulaire qui résulte de ce traitement n'est pas autre chose que l'ambiguité du signal exploité en décalage Doppler. On peut se servir de ce fait pour obtenir avec une antenne courte spatialement et un signal long temporellement une directivité bien supérieure à celle qui résulterait de la simple exploitation de la géométrie de l'antenne.

II INFORMATION FOURNIE PAR UNE ANTENNE LINEAIRE

a) Signal monochromatique

Nous considérons pour le moment une antenne formée par une répartition continue et homogène d'léments tous identiques, situés sur une segment de droite de longueur 2a. l'abscisse d'un point quelconque de l'antenne par rapport au centre est désignée par ρ.

Nous supposerons que cette antenne linéaire reçoit un signal d'une source quelconque, et ce signal sera provisoirement supposé monochromatique.

Une onde quelconque arrivant sur l'antenne y provoque une distribution de champ que nous appellerons $f(\rho)$ qui contient l'information envoyée par la source. Cette fonction peut être représentée par une décomposition en ondes planes d'après la formule de transformation de FOURIER.

$$f(\rho) = \int F(\tau)\, e^{-j\rho\tau}\, d\tau$$

Comme la fonction $f(\rho)$ est nulle à l'extérieur de l'intervalle $(-a,+a)$ la fonction transformée est à spectre borné, c'est à dire qu'elle peut être entièrement définie par un échantillonnage discret en des points equidistants.

L'information fournie par l'antenne se réduit donc à une suite discrète de valeurs numériques pour les échantillons de $F(\tau)$. Physiquement ceci veut dire que la géométrie de la source est reconstituée plus ou moins grossièrement par l'antenne sous la forme de la fonction $F(\tau)$ ou de l'ensemble de ses échantillons.

A ce point de vue, la variable dont dépend la transformée de FOURIER de la distribution de champ peut recevoir une interprétation simple si la source est à l'infini. Un point source est alors représenté par une valeur donnée τ_o de la variable τ telle que :

$$\tau = \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta$$

ou l'angle θ est l'incidence de la source par rapport à la normale à l'antenne, λ la longueur d'onde du signal monochromatique.

L'ensemble des sources ponctuelles à l'infini est donc représenté par la plage de variation de τ comprise entre $-\frac{2\pi}{\lambda}$ et $+\frac{2\pi}{\lambda}$

Une source quelconque sera représenté par une fonction $g(\tau)$

Revenons alors à l'information apportée par l'antenne, c'est à dire aux échantillons de la fonction $F(\tau)$. Les échantillons ne sont pas autre chose que les coefficients du développement en série de Fourier de la fonction $f(\rho)$ dans l'intervalle $(-a,+a)$, c'est à dire que:

$$\mu n = \int_{-a}^{a} f(\rho)\, e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}\, d\rho$$

est l'èxpression du coefficient, ou de l'échantillon, d'ordre n.

Si le champ reçu par l'antenne provient d'une source ponctuelle à l'infini caractérisée par le paramètre $U = \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta$

Le champ est de la forme $f(\rho,U)$ et les coefficients μn sont des fonctions $\mu n\ (U)$

On peut montrer facilement qu'elles sont orthogonales dans l'intervalle $(-\infty,+\infty)$ de variation de U, c'est à dire que :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu n(U)\ \mu m(U)\ dU = 0 \quad \text{si } m \neq n$$

Mais la plage de variation de U à l'extérieur de l'intervalle $(-\frac{2\pi}{\lambda}, \frac{2\pi}{\lambda})$ n'a pas une interprétation phyqique immédiate.

A cette restriction près, si l'antenne est considérée comme un moyen de mesure du paramètre U, ("incidence" d'une source située à l'infini dans une certaine plage de variation de ce paramètre) elle forunit les valeurs prises pour la valeur U à mesurer d'une infinité de fonctions orthogonales.

Si l'antenne reçoit un signal d'une source quelconque représentée par une fonction $g(\tau)$, elle fournit un ensemble de coefficients $\mu n\ (g)$ qu'on peut interpréter aisément :

en effet, dans ce cas général :

$$\mu n = \int_{-a}^{a} f(\rho)\, e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}\, d\rho \quad \text{et} \quad f(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\, e^{-j\rho\tau}\, d\tau$$

$$\text{donc : } \mu n = \int_{-a}^{a} e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}\, d\rho \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\, e^{-j\rho\tau}\, d\tau$$

qu'on peut encore écrire ainsi:

$$\mu n = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\, d\tau \int_{-a}^{a} e^{\,j\left[\frac{n\pi}{a} - \tau\right]\rho}\, d\rho$$

La fonction $sn(\tau) = \int_{-a}^{a} e^{\,j\left[\frac{n\pi}{a} - \tau\right]\rho}\, d\rho$ qui apparait ici n'est pas autre chose que la fonction d'interpolation de SHANNON et les différentes fonctions $sn(\tau)$ sont orthogonales.

Les coefficients $\mu n(g)$ sont donc les coefficients du développement de la fonction $g(\tau)$ sur une ensemble de fonctions orthogonales. Ainsi peut se présenter dans le cas général l'information fournie par l'antenne sur la géométrie d'une source quelconque.

b) Signal quelconque

Nous n'en dirons rien pour le moment, sauf que les résultats précédents restent valables. Seule l'interprétation physique de la variable n'est plus correcte.

III TRAITEMENT D'UN SIGNAL MONOCHROMATIQUE COURT

Nous reprenons l'antenne telle qu'elle a été définie et nous supposons qu'elle reçoit d'une source quelconque un signal court, mais dont le spectre de fréquences $\varphi(\omega)$ est arbitraire. Le signal est donc décomposé en ondes monochromatiques et chaque composante qui le forme donne lieu à une distribution de champ sur l'antenne, représenté par :

$$\varphi(\omega) \quad f(\rho\omega)$$

Si nous considérons l'axe indéfini portant l'antenne, la transformée de Fourier par rapport à de la fonction précédente donne la décomposition en ondes planes du signal, ou plutôt de chaque composante en fréquence du signal. La composante en ω du spectre fournit la contribution :

$$F(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) \; f(\rho\omega) e^{j\rho\tau} \, d\rho$$

formule ou la variable τ a la même signification que précédemment. Connaissant cette fonction, on peut retrouver la décomposition en ondes planes du signal f(t) , en effectuant une transformation de Fourier en ω. On obtient alors la fonction :

$$G(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) \; e^{j\omega t} \, d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho\,\omega) \; e^{j\rho\tau} \, d\rho$$

a) Point de vue temporel

L'antenne a une longueur limitée, elle ne permet donc pas de retrouver cette fonction $G(\tau, t)$ mais seulement une fonction $Ga(\tau, t)$ qui est à spectre borné en τ et est donc échantillonnable.

L'ensemble de ses échantillons renferme, comme nous l'avons vu, l'ensemble de l'information fournie par l'antenne. L'échantillon de rang n de $Ga(\tau, t)$ est donné par la formule :

$$g_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) \; e^{j\omega t} \, d\omega \int_{-a}^{a} f(\rho,\omega) \; e^{\frac{jn\pi\rho}{a}} \, d\rho$$

ou en intervertissant l'ordre des intégrations :

$$gn(t) = \int_{-a}^{a} e^{\frac{jn\pi\rho}{a}} d\rho \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \varphi(\omega) \quad f(\rho\,\omega) \quad d\omega$$

Supposons alors que l'antenne reçoive une onde plane provenant d'une source à l'infini, caractérisée par le paramètre uo= sin θo si θo est son angle d'incidence par rapport à la normale à l'antenne. Elle provoque une distribution de champ sur l'antenne dont la composante due à la fréquence angulaire ω est de la forme:

$$f\ (\rho\,\omega) = e^{\frac{j2\pi\rho Uo}{\lambda}} = e^{\frac{j\omega\rho Uo}{v}}$$

si v est la vitesse de propagation de l'onde.

On peut alors reconstituer le coefficient gn(t) correspondant à cette onde:

$$gn(t) = \int_{-a}^{a} e^{\frac{jn\pi\rho}{a}} d\rho \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) \quad e^{j\omega(t+\frac{\rho Uo}{v})} d\omega$$

On reconnait dans la seconde intégrale de cette formule la fonction $f(\ t+\frac{\rho Uo}{v}\ )$ c'est à dire le signal original décalé de $\frac{\rho U_o}{v}$ et donc:

$$gn(t) = \int_{-a}^{a} e^{\frac{jn\pi\rho}{a}} \quad f(t+\frac{\rho Uo}{v}\ )\ d\rho$$

L'echantillon gn(t) n'est pas autre chose qu'une valeur particulière de de la transformée de Fourier de f(t) c'est à dire une valeur particulière du spectre $\varphi(\omega)$ à la condition que l'intervalle d'intégration (-a, +a) englobe tout l'intervalle d'existence du signal. Si ce dernier a une durée T, il faut donc que :

$$\frac{2aUo}{v} \gg T \quad \text{ou} \quad \frac{2a\sin\theta o}{v} \gg T$$

Cette condition ne peut être remplie que si l'onde plane a sur l'axe une certaine inclinaison et elle exige de toute façon que $\frac{2a}{v} \gg T$ c'est à dire que le terme mis par l'onde à se propager d'un bout à l'autre de l'antenne soit supérieur à la durée du signal ..

Nous appellerons un tel signal "signal court" et nous envisagerons d'abord ce cas.

Si nous nous plaçons dans ces conditions, l'antenne fournit alors à chaque instant un échantillonnage du spectre d'un signal décalé dans le temps par rapport au signal original, mais ce phénomène ne dure qu'un certain temps, exactement le temps pendant lequel tout le signal se trouve rassemblé sur l'antenne, ou encore:

$$\frac{2a \sin \theta_o}{v} - T$$

L'échantillonnage spatial apporté par l'antenne se convertit alors automatiquement en échantillonnage fréquentiel.

Il faut remarquer que :

a) si on pose $\frac{\ell U_o}{v} = X$ on récrit la formule qui donne $g_n(t)$ en :

$$g_n(t) = \int_{-\frac{aU_o}{v}}^{\frac{aU_o}{v}} e^{\frac{jn\pi}{a}\frac{Xv}{U_o}} f(t+X)\, dX$$

Sous cette forme , on voit que le pas de l'échantillonnage en fréquence angulaire est : $\frac{\pi}{a}\frac{v}{U_o} = K$ ou le pas de l'échantillonnage en fréquence ordinaire est $\frac{v}{2aU_o} = \frac{K}{2\pi}$

Or le signal dure un temps T. Le théorème de SHANNON nous apprend que son spectre est entièrement comme s'il est échantillonné avec un pas de $\frac{1}{2T}$. L'échantillonnage fourni par l'antenne est donc suffisant si $\frac{v}{2aU_o} < \frac{1}{2T}$ ou $T < \frac{aU_o}{v}$ condition plus restrictive que la condition précédente.

b) on a évidemment la relation :

$$g_n(t) = g_n(0)\, e^{-\frac{j\pi n}{a}\frac{vt}{U_o}} = g_n(0)\, e^{-jnKt}$$

si 0 désigne un instant de référence arbitraire.

On peut alors effectuer un filtrage fréquentiel du signal par des moyens purement spatiaux, c'est à dire par des organes ne comportant en aucune façon de sélectivité en fréquence.

Supposons que nous disposions d'une série de nombres constants an et que nous formions la somme: $\sum$ an gn(to). Cette opération est équivalente à la suivante : nous réalisons un filtre linéaire dont la réponse en fréquence est une fonction $A(\omega)$, échantillonnée par des nombres an. Nous faisons passer le signal incident, de spectre $\varphi(\omega)\, e^{-j\omega to}$ dans le filtre et nous receuillons la quantité:

$$\int A(\omega)\, \varphi(\omega)\, e^{-j\omega to}\, d\omega$$

c'est à dire la réponse du filtre à un instant donné to. En particulier on peut choisir pour fonction $A(\omega)$ la fonction de transfert du filtre adapté au signal. On peut remarquer en effet que cette fonction de transfert est échantillonnable avec le même pas que spectre du signal puisque la réponse impulsionnelle du filtre adapté a la même durée que le signal lui même.

Ce filtre adapté donnéra sa réponse maximale à un instant qu'on peut désigner par 0 (et évidemment pour une valeur donnée de l'incidence Uo).

Il peut être constitué simplement en appliquant sur l'antenne une certaine pondération $m(\rho)$.

En effet, il faut rappeler que le coefficient gn(t) se présente comme un coefficient de Fourier:

$$gn(t) = \int_{-a}^{a} e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}\, f\left(t+\frac{\rho Uo}{v}\right) d\rho$$

La grandeur que nous avons à former est :

$\sum$ an gn (t)

ou encore : $$\sum an\ gn\ (t) = \int_{-a}^{a} \left(\sum an\ e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}\right) f\left(t + \frac{\rho Uo}{v}\right) d\rho$$

pour une certaine valeur to de t. La formule précédente nous définit le filtre à une retard constant près.

Or la somme qui s'introduit dans cette formule , soit; $\sum an\ e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}$

est la décomposition en série de Fourier d'une certaine fonction de ρ définie sur la longueur de l'antenne, soit M (ρ). Connaissant les coefficients an, qu'on a déduit d'ailleurs immédiatement du signal, on calcule donc sous forme de somme de Fourier la pondération à appliquer sur l'antenne pour réaliser le filtre adapté. Une sommation ordinaire soit :

$$\int_{-a}^{a} M(\rho) \quad f\left(to + \frac{\rho Uo}{v}\right) d\rho$$

de toutes les tensions recueillies sur l'antenne à l'instant to fournit le filtrage adapté du signal c'est à dire à un certain instant la réponse maximale.

b) Point de vue spatial

La pondération que nous venons de définir réalise l'équivalent d'un filtre adapté à la forme temporelle su signal; mais elle a été définie également pour une inclinaison donnée de la source lointaine par rapport à l'axe de l'antenne. Il suffit de rappeler que cette dernière fournit un échantillonnage du spectre du signal à un pas de $\frac{V}{2aUo} = fo$ (en conservant les notations précédentes) et que les nombres an:

- d'une part définissent la pondération adaptée
- d'autre part représentent l'échantillonnage de la réponse fréquentielle du filtre adapté avec le même pas.

Le filtrage affectué a donc un caractère spatial en même temps qu'un caractère temporel.

Pour bien voir la nature de ce filtrage spatial, supposons qu'un signal de même forme soit renvoyé par une source d'inclinaison U'o alors que le filtrage a été spécifié pour une inclinaison Uo. Le spectre du signal est échantillonné par l'antenne avec un pas de $\frac{V}{2aU'o} = f'o$

Appelons S(f) le spectre du signal provenant de la source d'inclinaison Uo et A(f) la réponse fréquentielle du filtre adapté.
Si le signal provient d'une source d'inclinaison U'o, nous formons la somme :

$$A(0)\ S(0) + A(fo)\ S(f'o) + \ldots + A(nfo)\ S(nf'o) + \ldots$$

L'opération qui est faite revient donc exactement à faire passer dans le filtre invariable un nouveau signal, dont le spectre est de la forme $S(\frac{f'o}{fo}.f)$ c'est à dire un spectre dilaté ou comprimé, correspondant d'ailleurs à un signal de la forme:

$f(\frac{fo}{f'o} t)$.

Or cette forme correspond exactement à celle d'un signal ayant subi un effet Doppler c'est à dire renvoyé par une cible ayant une vitesse radiale.

Il en résulte aussitôt que l'ambiguité angulaire liée à notre filtrage spatial coincide exactement avec l'ambiguité "Doppler" du signal. Si le signal original a pour forme f(t) et s'il a une certaine ambiguité avec le signal f(Kt), cette ambiguïté se retrouve intégralement entre le signal venant de la source d'inclinaison Uo et celui qui vient de la source d'inclinaison U'o telles que

$$\frac{U'o}{Uo} = K$$

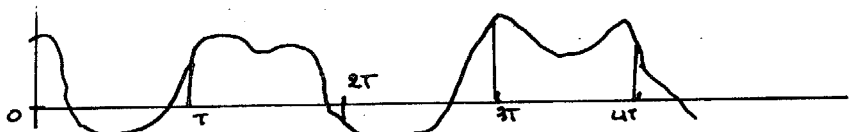
La signification physique de ce phénomène est très simple; dans un certain intervalle de temps, on a sur l'antenne une fonction $f(\rho)$ qui à un instant donné reproduit la fonction temporelle f(t) à la définition de l'échelle près, la source ayant une certaine inclinaison. Si cette dernière change, la fonction $f(\rho)$ subit une compresssion ou une dilatation dans le rapport $\frac{U'o}{Uo}$.

Notons aussi qu'une grande résolution en Doppler exige un signal long, c'est à dire une antenne longue, d'après les hypothèses faites sur la durée du signal;donc une antenne de directivité élevée,

IV-TRAITEMENT D'UN SIGNAL NON MONOCHROMATIQUE LONG

C'est le cas général en acoustique sous marine; la durée des signaux reçus est grande, très grande même par rapport à la durée de propagation du son le long de l'antenne. Les choses se présentent alors sous un aspect assez différent.

Pour voir comment il faut procéder, commençons par rappeler quelques propriètés générales des transformées de FOURIER.



Considérons un signal quelconque f(t) et decoupons le en tranches adjacentes de durée T, par des points d'abscisses -mT, ... -T,0, T, 2T,......, nT . Prenons d'abord la tranche (0,T) (le point 0 est arbitraire bien entendu). La tranche (0 ,T) peut être considérée comme un signal f1(t) dont le spectre est $\varphi 1(\omega)$. On peut définir d'autre part une série de Fourier qui représenterait le spectre du signal périodique f1(t) repété dans toutes les tranches.

Le spectre en question est un spectre de raies dont les positions sont :

$0, \pm\frac{1}{T}, \pm\frac{2}{T}, ...\pm\frac{n}{T}$ (en fréquences ordinaires) et ces raies ne sont pas autre chose qu'un échantillonnage du spectre $\varphi 1(\omega)$ pour les valeurs $\pm\frac{n}{T}$ (n entier quelconque)

De même la tranche (T,2T) peut être considérée comme un signal f2(t) dont le spectre serait $\varphi 2(\omega)$ s'il était ramené dans la tranche (0,T) ce spectre est donc $\varphi 2(\omega)\ e^{-j\omega T}$ si on ramène la tranche à sa position réelle. Mais pour toutes les raies spectrales considérées $e^{-j\omega T}$ $e^{-j\omega T} = e^{-j2\pi(\pm\frac{n}{T})T} = 1$, la translation dans le temps ne les modifie fie donc pas.

Faisons alors l'opération suivante : nous formons le spectre de raies du signal fi(t) qui nous donne un ensemble φni, puis le spectre de raies du signal f2(t) qui nous donne un ensemble $\varphi n2$ et ainsi de suite. Nous construisons pour chaque rang n les sommes $\varphi n1, + \varphi n2 + \ldots$ ce qui nous donne un nouveau spectre de raies. Or ce dernier spectre est découpé dans le spectre du signal f(t)dont il représente l'échantillonnage au pas de $\frac{1}{T}$. C'est donc le spectre de la fonction périodique $\sum_{-\infty}^{\infty} f(t-pT)$.

Revenons alors à notre problème. Supposons qu'une source lointaine; d'inclinaison Uo, envoie un signal long sur l'antenne. Si nous prélevons des échantillons des grandeurs $\varphi n(t)$, définies précédemment , avec une période égale à $T = \frac{2aUo}{V}$ nous prélevons des échantillons des spectres de morceaux de signal adjacents et de longueur T. Nous nous trouvons donc exactement dans la situation qui vient d'être décrite. En formant les sommes $\varphi n(0) + \varphi n(T) + \varphi n(2T) + \ldots = Mn$, nous avons échantillonné le spectre du signal f(t) global au pas de $\frac{1}{T}$ et nous avons recueilli le spectre du signal périodique $\sum_{-\infty}^{\infty} f(t-pT) = S(t)$

Si nous formons alors la somme pondérée $\sum An\, Mn$, l'ensemble des nombres An étant prédéterminé, nous formons la réponse d'un filtre à un certain instant, qu'on peut désigner par 0. La réponse en fréquence de ce filtre est donné par la collection d'échantillons An. on peut faire en sorte que la série de coefficients An représente le filtre adapté au signal S(t).

Ce filtre est encore traduisible physiquement par une pondération appliquée sur l'antenne c'est à dire par une fonction de ρ définie dans l'intervalle (-a, +a) par la série de Fourier $\sum An\, e^{\frac{jn\pi\rho}{a}}$.

On procédera donc de la façon suivante : ayant réalisé la pondération définie par la formule dci-dessus, on formera la somme ordinaire des tensions recueillies sur l'antenne aux instants 0, T, ... , nT , ..., gardées en mémoire et on les ajoutera.

Pour connaitre l'évolution temporelle de la sortie du filtre il faudra faire cette opération à une cadence plus grande que $\frac{1}{T}$, soit avec une période $\theta = \frac{T}{m}$ et faire chaque fois la somme correspondante. La période θ est la période de Shannon correspondant au signal $f(t)$. On recuillera ainsi sous forme échantillonnée dans le temps la sortie du filtre adapté au signal $S(t) = \sum f(t-pT)$ Comme dans le paragraphe précédent, on a adapté le filtrage à une direction de la source. L'ambiguité angulaire qui en résulte obéit toujours à la même loi c'est à dire qu'elle coincide avec l'ambiguité en Doppler du signal traité, donc dans le cas présent $\sum f(t-pT)$. Cette ambiguité serait nulle si cette somme correspondant à un signal infiniment long, pouvait être construite, mais en fait on forme seulement une source d'un nombre fini de termes, correspondant en gros à la durée effective du signal et l'ambiguité Doppler qu'on obtient est sensiblement la même que celle du signal original $f(t)$.

La directivité qu'on obtient ainsi peut être considérable. Prenons par exemple une antenne observant sous un angle d'incidence de 30o un signal dont la fréquence centrale est de 5KHz, cette antenne comporte 50 éléments de I5 cm. Nous avons alors :

$$2a = 15 \times 15 = 750 \text{ cm} = 7{,}50 \text{ m}$$

La période T considérée plus haut est alors égale à :

$$\frac{7{,}50 \times 0{,}5}{1500} = \frac{1}{400} \quad \text{ou} \quad 2{,}5 \text{ ms}$$

La période θ sera de l'ordre de $\frac{1}{2f} = 0{,}1\text{ms}$

c'est à dire que : $T = 25\ \theta$

La directivité obtenue est elle que $\frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta f}{f}$

si $\frac{\Delta f}{f}$ représente la résolution en Doppler fournie par le signal

$\frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{2500}$ si le signal sonar a une durée de 0,5 s

Donc $\frac{\cos\theta\,\Delta\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{2500}$ ou $\Delta\theta = 2,3 \cdot 10^{-4}$ radians

soit un peu moins de 1 minute d'arc

Pour une antenne classique , cette directivité correspondrait à peu près à 400 longueur d'ondes soit à 1200 m de longueur.

V CONCLUSION

Nous avons vu qu'il était possible d'associer

- la connaissance spatiale apportée par une antenne ; qui résulte au fond de la mesure des différents retards des signaux reçus aux différents points qui la composent.
- la connaissance temporelle du signal envoyé.

cette conjonction pouvait être utilisée à deux fins :

- le filtrage temporel adapté du signal, c'est à dire la discrimination d'un signal de forme temporelle donnée.
- l'amélioration de l'information spatiale de l'antenne

Nous avons vu aussi que les choses se présentent de façon différente selon qu'on a affaire à un signal court ou à un signal long, ce dernier étant justiciable d'un traitement plus compliqué.

Il faut enfin remarquer que l'on a considéré des répartitions continues d'éléments récepteurs, en fait on a des éléments discrets, dont les distances mutuelles sont de l'ordre de la demi longueur d'onde correspondant à la fréquence la plus élevée présente dans le spectre utile du signal. Il faut donc échantillonner les pondérations continues fournies par notre calcul, mais cette opération ne présente aucune difficulté.