TROISIEME COLLOQUE SUR LE

TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1er au 5 juin 1971

LE CANAL DE TRANSMISSION ACOUSTIQUE SOUS-MARIN CONSIDERE COMME UN FILTRE LINEAIRE NON HOMOGENE

RAPPELS THEORIQUES - PROCEDURES EXPERIMENTALES - DISCUSSION

B. GRANDVAUX

Attaché aux Services Techniques de l'Armement

Laboratoire de Détection Sous-Marine Le Brusc

RESUME

Considéré comme un filtre linéaire non homogène, le canal de transmission peut être défini indifféremment par quatre fonctions de deux variables temps - fréquence transformées de FOURIER les unes des autres. Les relations entrée - sortie auxquelles elles conduisent prennent une forme simple pour des signaux à bande étroite. Dans le cas d'un canal aléatoire, cette simplicité subsiste au prix d'une hypothèse complémentaire qui introduit la "fonction de diffusion" du canal et suggère une procédure expérimentale pour la relever. Une orientation dans le choix d'un signal adapté au canal est alors possible.

SUMMARY

Considered as an inhomogenous linear filter the underwater acoustic channel is defined using four time - frequency functions FOURIER transformed one from the other. For narrow band signals these functions lead to simple input - output relations. This simplicity holds in the case of a random channel after further approximation wich introduces the "scattering function". Experimental methods to characterise the channel and orientation in the design of a matched signal can then be derived.

LE CANAL DE TRANSMISSION ACOUSTIQUE SOUS-MARIN CONSIDERE COMME UN FILTRE LINEAIRE NON HOMOGENE

RAPPELS THEORIQUES - PROCEDURES EXPERIMENTALES - DISCUSSION

1.- FILTRE LINEAIRE NON HOMOGENE :

Pour un filtre linéaire homogène, si $R(t)$ est la réponse à $\delta(t)$, la réponse à $\delta(t - \tau)$ est $R(t - \tau)$; par superposition linéaire la réponse $Y(t)$ à $X(t)$ est donc (1) :

$$Y(t) = \int_{\tau} X(\tau)\, R(t - \tau)\, d\tau = X(t) * R(t)$$

1.1.- Réponse temporelle :

Pour un filtre linéaire et non homogène la réponse à $\delta(t - \tau)$ est $R(t, \tau)$ et par superposition la réponse $Y(t)$ à $X(t)$ devient :

$$Y(t) = \int_{\tau} X(\tau)\, R(t, \tau)\, d\tau$$

Soit en posant : $\theta = t - \tau$ et $R(t, t - \theta) = H(t, \theta)$

$$Y(t) = \int_{\theta} X(t - \theta)\, H(t, \theta)\, d\theta \tag{1}$$

$H(t, \theta)$ est appelée réponse bitemporelle.

1.2.- Fonction retard - Doppler :

Soit $S(\nu, \theta)$ la transformée de FOURIER sur t de $H(t, \theta)$.

(1) Sauf indication contraire, toutes les intégrations sont faites entre $-\infty$ et $+\infty$.

On a :

$$S(\nu, \theta) = \int_t H(t, \theta)\, e^{-2\pi i\nu t}\, dt \qquad (2)$$

et par transformation inverse :

$$H(t, \theta) = \int_\nu S(\nu, \theta)\, e^{2\pi i\nu t}\, d\nu \qquad (3)$$

En portant (3) dans (1) il vient :

$$Y(t) = \int_\theta \int_\nu X(t - \theta)\, e^{2\pi i\nu t}\, S(\nu, \theta)\, d\theta\, d\nu \qquad (4)$$

1.3.- <u>Fonction de transfert</u> :

Soit $T(t, f)$ la transformée de FOURIER sur θ de $H(t, \theta)$.

On a :

$$T(t, f) = \int_\theta H(t, \theta)\, e^{-2\pi i f\theta}\, d\theta \qquad (5)$$

et la transformée inverse :

$$H(t, \theta) = \int_f T(t, f)\, e^{2\pi i f\theta}\, df \qquad (6)$$

Soit en portant (6) dans (1) et en prenant le spectre x(f) de X(t) :

$$(7) \qquad Y(t) = \int_f x(f)\, T(t, f)\, e^{2\pi i f t}\, df$$

1.4.- Réponse bifréquentielle :

En prenant la transformée de FOURIER sur t de T(t, f) on obtient une fonction g(ν, f) dite réponse bifréquentielle dont on montre qu'elle est aussi la transformée de FOURIER sur θ de S(ν, θ) et la double transformée de FOURIER sur t et θ de H(t, θ).

Soit :

$$(8) \qquad g(\nu, f) = \int_t T(t, f)\, e^{-2\pi i \nu t}\, dt$$

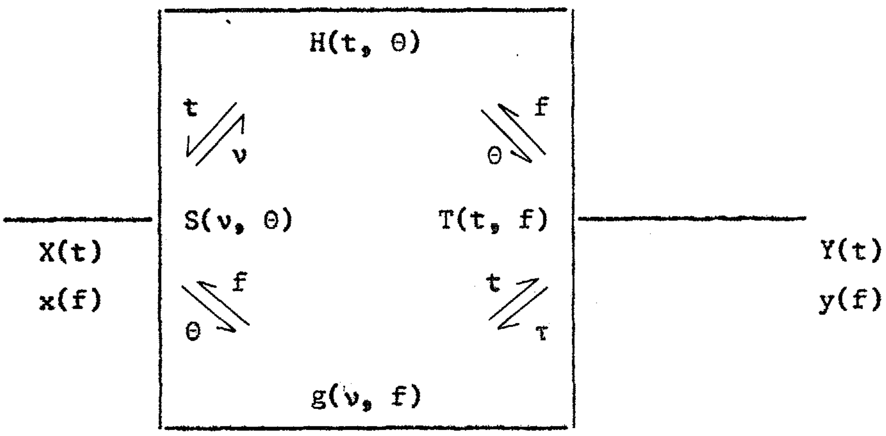
$$(9) \qquad g(\nu, f) = \int_\theta S(\nu, \theta)\, e^{-2\pi i f \theta}\, d\theta$$

$$(10) \qquad g(\nu, f) = \int_\theta \int_t H(t, \theta)\, e^{-2\pi i (f\theta + \nu t)}\, d\theta\, dt$$

En prenant la transformée inverse de (8) que l'on porte dans (7) et en faisant apparaître le spectre y(f) de Y(t) il vient :

$$(11) \qquad y(f) = \int_{\nu} x(f - \nu)\, g(f - \nu, \nu)\, d\nu$$

Ainsi donc un filtre linéaire non homogène peut être défini indifféremment par quatre fonctions caractéristiques transformées de FOURIER l'une de l'autre et conduisant chacune à une relation entrée - sortie



2.- <u>FILTRE A BANDE ETROITE</u> - <u>RECEPTION SUR FILTRE ADAPTE DOPPLERISE</u> :

Si les signaux mis en jeu sont à bande étroite, ce qui est généralement le cas en acoustique sous-marine, on peut les considérer comme des termes de "modulation" basse fréquence d'une "porteuse" de fréquence élevée et utiliser la notation générale :

$$(12) \qquad \xi(t) = \mathcal{R}_e \left[\mathcal{E}(t)\, e^{2\pi i f_o t} \right]$$

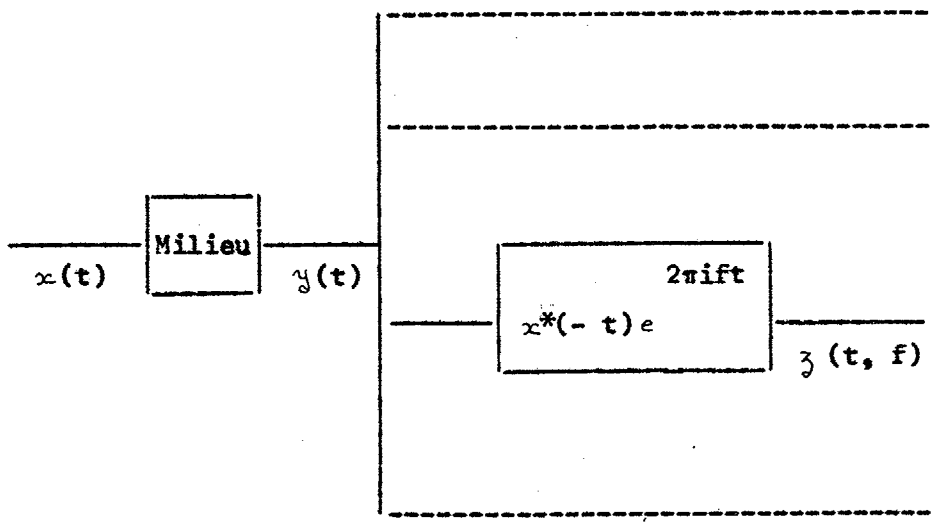
$\mathcal{R}_e$ désignant la partie réelle et $\mathcal{E}(t)$ *l'amplitude complexe* de $E(t)$.

Si $e(\nu)$ est le spectre de $E(t)$ centré autour de f_o alors $\mathcal{E}(\nu)$ se déduit de $e(\nu)$ par translation et centrage autour de $\nu = 0$.

On peut alors considérer le milieu comme un filtre à bande étroite autour de f_o et utiliser les relations précédentes en remplaçant les grandeurs réelles par leurs amplitudes complexes (2).

Supposons alors, comme indiqué sur le schéma ci-dessous que l'on reçoive le signal $y(t)$ sur une batterie de filtres adaptés à $x(t)$ chaque filtre étant adapté à une version dopplérisée de $x(t)$. La réponse d'un tel filtre est (3) :

$$x^*(-t)\,e^{2\pi i f t}$$



(2) Pour les distinguer des grandeurs réelles on notera dans tout ce qui suit les amplitudes complexes en écriture ronde.

(3) A bande étroite, le Doppler peut être considéré comme une translation de fréquence.

La sortie $z(t, f)$ du filtre adapté dopplérisé de rang f est donc :

$$(13) \qquad z(t, f) = y(t) * x^*(-t)\, e^{2\pi i f t}$$

$$z(t, f) = \int_u y(u)\, x^*(-u - t)\, e^{2\pi i f(t-u)}\, du$$

En remplaçant $y(u)$ par sa valeur donnée par (4), en posant $\alpha = u - t$ et après quelques transformations il vient :

$$(14) \qquad z(t, f) = \int_\nu \int_\Theta s(\nu, \Theta)\, e^{2\pi i \nu t}\, d\nu\, d\Theta$$

$$\left[\int_\alpha x^*(\alpha)\, x(\alpha + \Theta - t)\, e^{2\pi i (f-\nu)\alpha}\, d\alpha \right]$$

On reconnaît entre crochets la quantité conjuguée de la fonction d'ambiguïté à bande étroite $\mathcal{A}_x$ du signal d'entrée d'où finalement :

$$(15) \qquad z(t, f) = \int_\nu \int_\Theta s(\nu, \Theta)\, e^{2\pi i \nu t}\, \mathcal{A}_x^* \left[t - \Theta, f - \nu \right]$$

Cette expression permet de se faire une idée du sens physique de la fonction retard - Doppler. En effet pour un signal $x(t)$ d'ambiguïté idéale :

$$\mathcal{A}_x = \delta(t - \Theta) \,.\, \delta(f - \nu)$$

Il vient :

$$\mathfrak{z}(t, f) = s(f, t).\, e^{2\pi i f t}$$

La sortie de chaque filtre adapté donne la courbe $\nu = f$ de la fonction retard - Doppler multipliée par l'exponentielle imaginaire $e^{2\pi i f t}$.

3.- <u>CANAL ALEATOIRE</u> :

Si le canal est aléatoire c'est-à-dire si chacune des quatre fonctions caractéristiques est aléatoire sur ses deux variables, il en est de même de la sortie $\mathfrak{z}(t, f)$ de chaque filtre adapté dopplérisé.

Prenons la moyenne du carré du module de $\mathfrak{z}(t, f)$ sur plusieurs essais soit :

$$\mathcal{M}(t, f) = E\left\{\mathfrak{z}(t, f)^2\right\}$$

La relation (15) devient :

$$(16)\quad \mathcal{M}(f, t) = \int_{\nu}\int_{\theta}\int_{\nu'}\int_{\theta'} E\left\{s(\nu, \theta)\, s^*(\nu', \theta')\right\} e^{2\pi i \nu t}\, e^{-2\pi i \nu' t}$$

$$\mathcal{A}_x^*(t - \theta\, ;\, f - \nu).\, \mathcal{A}_x(t - \theta'\, ;\, f - \nu')\, \partial\nu\ \partial\theta\ d\nu'\ d\theta'$$

Si la fonction retard - Doppler est à correlation ponctuelle sur ses deux variables, c'est-à-dire si le milieu est tel que les diffuseurs responsables de l'altération θ, ν soient indépendants des diffuseurs θ', ν' ce qui s'écrit :

$$(17) \quad E\left\{s(\nu, \theta)\, s^*(\nu', \theta')\right\} = \sigma(\nu, \theta)\, \delta(\nu - \nu')\, \delta(\theta - \theta')$$

$\sigma(\nu, \theta)$ étant appelé "fonction de diffusion", alors l'équation (16) devient :

$$\mathcal{M}(f, t) = \int_{\nu}\int_{\theta} \sigma(\nu, \theta) \left|\mathcal{A}_x(t - \theta, f - \nu)\right|^2 \partial\nu \; \partial\theta$$

$$(18) \quad \mathcal{M}(f, t) = \sigma(t, f) * \left|\mathcal{A}_x(t, f)\right|^2$$

Soit encore, si $x(t)$ a l'ambiguïté idéale :

$$\mathcal{A}_x = \delta(t, \theta)\, \delta(f - \nu)$$

$$\mathcal{M}(f, t) = \sigma(t, f)$$

Pour un signal $x(t)$ d'ambiguïté idéale la moyenne des carrés des modules des sorties de chaque filtre adapté dopplérisé fournit la coupe f correspondante de la fonction de diffusion.

S'ils ne peuvent se réaliser, de tels signaux peuvent néanmoins s'approcher (voir Référence 4) ce qui fournit une méthode expérimentale qui permet dans une certaine mesure de s'affranchir de la relation de double déconvolution (18) délicate à utiliser pratiquement.

Si maintenant on exprime la fonction d'ambiguïté du signal à la sortie du canal :

$$(19) \qquad \mathcal{A}_y(T, \phi) = \int_u y(u)\, e^{2\pi i \phi u}\, y^*(u - T)\, du$$

on obtient, en portant (4) dans (19) :

$$(20) \qquad \mathcal{A}_y(T, \phi) = \int_u \left[\iint_{\nu\, \Theta} x(u - \Theta) e^{2\pi i \nu u}\, s(\nu, \Theta)\, d\nu\, d\Theta \right] .$$

$$\left[\int_{\nu'} \int_{\Theta'} (u-T-\Theta') e^{-2\pi i \nu' (u-T)}\, s^*(\nu', \Theta')\, d\nu'\, d\Theta' \right] .$$

$$e^{2\pi i \phi u}\, du$$

en prenant la moyenne des $\mathcal{A}_y(T, \phi)$ sur plusieurs expériences et en tenant compte de l'hypothèse de définition de la fonction de diffusion (17) il vient :

$$(21) \qquad E \left\{ \mathcal{A}_y(T, \phi) \right\} = \int_u e^{2\pi i \phi u}\, du \iint_{\Theta\, \nu} x(u - \Theta)\, x^*(u - T - \Theta)\, e^{2\pi i \nu T} .$$

$$\sigma(\Theta, \nu)\, d\nu\, d\Theta$$

soit en posant $\alpha = u - \Theta$

$$(22)\quad E\left\{\mathcal{A}_y(T,\ \phi)\right\} = \int_\nu\int_\Theta\int_\alpha \sigma(\Theta,\ \nu)\, e^{2\pi i\phi(\alpha+\Theta)}\, x(\alpha)\, x^*(\alpha - T)\, e^{2\pi i\nu T}\, d\nu\, d\Theta\, d\alpha$$

et en séparant l'intégrale en α on a finalement :

$$(23)\quad E\left\{\mathcal{A}_y(T,\ \phi)\right\} = \mathcal{A}_x(T,\ \phi) \int_\nu\int_\Theta \sigma(\Theta,\ \nu)\, e^{2\pi i(\Theta\phi + \nu\tau)}\, d\nu\ d\Theta$$

On reconnaît dans l'intégrale la double transformée de FOURIER de la fonction de diffusion par rapport à Θ et ν si bien que l'on peut écrire symboliquement :

$$(24)\quad E\left\{\mathcal{A}_y(T,\ \phi)\right\} = \mathcal{A}_x(T,\ \phi).\ \ \mathcal{F}_\Theta\ \ \mathcal{F}_\nu\ \ \sigma(\Theta,\ \nu)$$

équation qui suggère une seconde procédure expérimentale pour le relevé de la fonction de diffusion.

4.- <u>SIGNAL ADAPTE AU MILIEU</u> :

Le canal de transmission étant défini par sa fonction de diffusion $\sigma(\nu,\ \Theta)$, quel est le signal $x(t)$ tel que l'on obtienne à la sortie de la grille de filtres adaptés le signal $\mathcal{M}(f,\ t)$ le plus proche possible du signal idéal :

$$\mathcal{M}\ (f,\ t) = \delta(f - f_o)\ \delta(t - t_o)$$

Soit $x(t)$ tel que l'on ait :

$$\left| \mathcal{A}_x(t, f) \right|^2 * \sigma(t, f) = \delta(f - f_o)\, \delta(t - t_o) \tag{25}$$

Soit encore si $\varphi(\nu, \theta)$ et $\psi(\nu, \theta)$ sont respectivement les doubles transformées de FOURIER de $\left| \mathcal{A}_x(t, f) \right|^2$ et $\sigma(t, f)$:

$$\varphi(\nu, \theta).\ \psi(\nu, \theta) = e^{2\pi i(\varphi t_o + \psi f_o)} \tag{26}$$

La solution exacte de cette équation est hélas hors de portée. Si l'on s'en tient aux modules, on peut seulement dire qu'il faut réaliser :

$$|\varphi(\nu, \theta)|.|\psi(\nu, \theta)| = 1$$

C'est-à-dire prendre $\varphi(\nu, \theta)$ élevé la ou $\psi(\nu, \theta)$ est faible et réciproquement.

Signalons de plus que la connaissance de $\varphi(\nu, \theta)$ ne résout pas complètement le problème puisque le problème de la synthèse d'un signal d'ambiguïté donnée n'est lui-même pas encore résolu.

5.- CONCLUSION :

Par sa simplicité d'interprétation comme par sa relative commodité d'accès sur le plan expérimental, la "fonction de diffusion" peut être un bon moyen de caractériser un canal de transmission aléatoire.

Son application au canal acoustique sous-marin reste cependant soumise à trois hypothèses fondamentales :

- L'assimilation du canal à un filtre linéaire.
- La limitation aux signaux à bande étroite.
- L'indépendance statistique des effets de certaines catégories de diffuseurs constituant le milieu.

BIBLIOGRAPHIE

(1) P.A. BELLO

"Characterization of Randomly Time - Variant Linear Channels".

IEEE Trans. Vol. CS - 11 N° 4 Décembre 1963

(2) A.W. ELLINTHORPE
A.H. NUTTALL

"Teoretical Results on the Characterization of undersea Acoustic Channel".

First annual IEEE Communication convention
Boulder - Colorado Juin 1965

(3) H. MERMOZ

"La fonction de diffusion, implications, propriétés et utilité".

Note Technique n° 20.454 ET/LDSM du 24 Mars 1970

(4) Geneviève JOURDAIN

"Génération de codes aléatoires".

Deuxième Colloque sur le Traitement du Signal et ses Applications - NICE du 05 au 10 Mai 1969